

Prof. ing. HUGO LEHR
Laureat al Premiului de Stat

FUNDATII

EXEMPLE DE CALCUL



EDITURA TEHNICA
BUCURESTI - 1967

CUPRINS

Prefață	5
---------------	---

PARTEA ÎNTÎI

Determinarea caracteristicilor fizico-mecanice ale pământurilor după datele de cercetări în laborator și pe teren

1. <i>Compoziția granulometrică a pământului</i>	9
Exemple de calcul	14
2. <i>Indicii fizici geotehnici ai pământurilor</i>	20
Exemple de calcul	25
3. <i>Compresibilitatea pământurilor</i>	35
Exemple de calcul	39
4. <i>Rezistența la tăiere a pământurilor</i>	45
Exemple de calcul	48

PARTEA A DOUA

Probleme de mecanica pământurilor

5. <i>Utilizarea cercului lui Mohr la reprezentarea stării de eforturi în masivul de pământ și la rezolvarea problemelor de echilibru limită</i>	57
Exemple de calcul	65
6. <i>Starea de eforturi unitare în masivul de pământ</i>	86
Exemple de calcul	109
7. <i>Calculul deformațiilor masivului de pământ sub acțiunea încărcărilor transmise de fundații</i>	129
Exemple de calcul	138
8. <i>Presiunea activă și rezistența pasivă a pământului</i>	156
Exemple de calcul	161
9. <i>Capacitatea portantă a terenului de fundație</i>	196
Exemple de calcul	210
10. <i>Stabilitatea taluzurilor</i>	224
Exemple de calcul	231
11. <i>Acțiunea hidrodinamică a apei de infiltrație</i>	252
Exemple de calcul	263

12. <i>Procesul de consolidare a pământurilor</i>	284
Exemple de calcul	288

PARTEA A TREIA

Calculul fundațiilor

13. <i>Calculul elementelor de sprijinire a săpăturilor de fundații</i>	300
Exemple de calcul	305
14. <i>Evacuarea apei din săpături</i>	325
Exemple de calcul	338
15. <i>Ziduri de sprijin</i>	356
Exemple de calcul	363
16. <i>Conlucrarea între suprastructură, fundație și terenul de fundație. Calculul grinzilor și plăcilor pe mediu elastic</i>	392
Exemple de calcul	397
17. <i>Calculul fundațiilor construcțiilor după metoda stărilor limită</i>	431
Exemple de calcul	440
18. <i>Calculul fundațiilor construcțiilor hidrotehnice</i>	470
Exemple de calcul	478
19. <i>Fundații pe piloți</i>	499
Exemple de calcul	506
20. <i>Fundații încastate în pământ</i>	519
Exemple de calcul	539
Bibliografie	

DETERMINAREA CARACTERISTICILOR FIZICO-MECANICE ALE PĂMÎNTURILOR DUPĂ DATELE DE CERCETĂRI ÎN LABORATOR ȘI PE TEREN

1

COMPOZIȚIA GRANULOMETRICĂ A PĂMÎNTULUI

1) **Compoziție granulometrică**: modul de repartizare al fracțiunilor granulometrice conținute într-un volum de pământ (exprimate în procente din greutatea totală uscată). Sinonim : granulozitate.

2) **Fracțiune granulometrică**: totalitatea particulelor cu dimensiunile cuprinse între două valori dinainte stabilite. La pământuri se deosebesc trei fracțiuni principale, și anume : fracțiunea nisip, cu particulele având dimensiunile cuprinse între 2 și 0,05 mm; fracțiunea praf, cu particulele cuprinse între 0,05 și 0,005 mm; fracțiunea argilă, cuprinzând particulele mai mici de 0,005 mm (5 microni). Această clasificare este denumită „a numărului 5”. În afară de ea, mai există și clasificarea „numărului 2” care cuprinde patru fracțiuni principale: nisip (2—0,2 mm), nisip făinos (0,2—0,02 mm), praf (0,02—0,002 mm) și argilă (sub 0,002 mm).

3) **Reprezentarea grafică** a compoziției granulometrice a pământurilor se face prin :

— *diagrama ternară* (fig. 1.1) avînd forma unui triunghi echilateral, cu laturile împărțite în cîte 100 de diviziuni, fiecare latură corespunzînd cîte uneia din fracțiunile principale, iar fiecare diviziune unui procent de greutate, din fracțiunea respectivă. Numerotarea diviziunilor se face în același sens (invers acelor ceasornicului). Un punct în interiorul triunghiului reprezintă compoziția granulometrică a unui pământ, iar procentele în care fiecare fracțiune intră în alcătuirea pământului respectiv se obțin ducînd din punctul considerat, pînă la fiecare latură, cîte o paralelă la latura precedentă a triunghiului (în sensul numerotării procentelor). Se observă că suma celor trei valori procentuale obținute pe cele trei laturi este totdeauna egală cu 100. Un exemplu este redat în fig. 1.1 (Pământ „A”);

— *histograma* (fig.1.2) care reprezintă o diagramă în trepte, alcătuită din dreptunghiuri alipite. Lățimea fiecărui dreptunghi cuprinde limitele unei anumite fracțiuni granulometrice, iar înălțimea lui, conținutul în procente în care particulele din fracțiune a respectivă intră în alcătuirea pământului. Suma înălțimilor tuturor dreptunghiurilor este egală cu 100. Dimensiunile particulelor se trec pe abscisă la scară logaritmică;

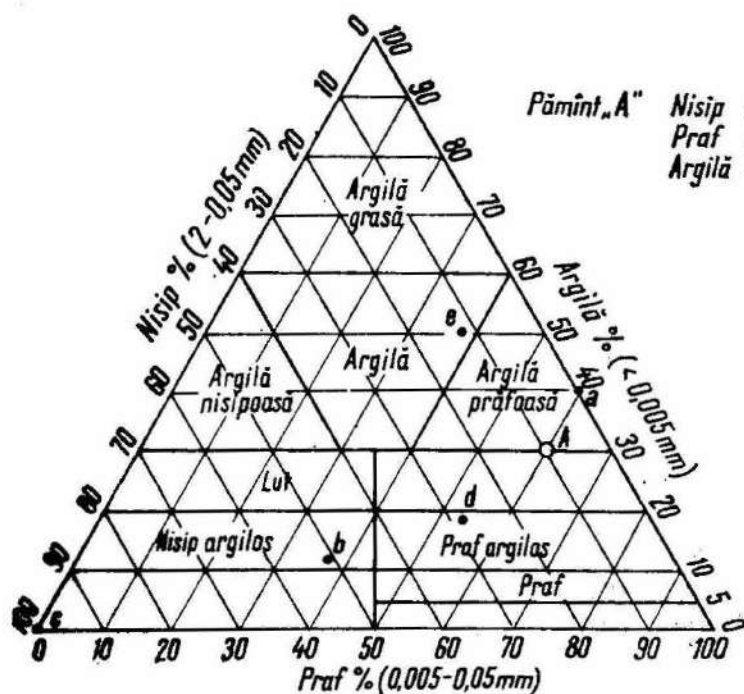


Fig. 1.1

— *curba de frecvență a* (fig. 1.2), care se obține unind, printr-o linie curbă continuă, mijloacele treptelor unei histograme. În figură este trasată punctat și histograma din care a provenit curba de frecvență respectivă ;

— *curba granulometrică b* (fig. 1.2). Ordonata oricărui punct al acestei curbe reprezintă cantitatea (în procente din greutatea totală uscată) de particule din pământul respectiv, având dimensiuni mai mici decât valoarea diametrului de pe abscisa corespunzătoare aceluși punct. Și aici, dimensiunile se înscriu

pe orizontală la scară logaritmică, crescând de la stînga spre dreapta. Din punct de vedere analitic, curba granulometrică reprezintă integrala curbei de frecvență.

4) **Analiză granulometrică**: separarea pe fracțiuni granulometrice a particulelor cuprinse într-un pământ. Servește la determinarea compoziției granulometrice. În laboratoarele geotehnice, analiza granulometrică se execută de obicei prin următoarele două metode :

— *cernere* (folosită pentru particulele mai mari decât 0,09 mm), adică separarea prin site cu ochiurile de diferite dimensiuni a fracțiunilor avînd limitele corespunzătoare laturilor ochiurilor sitelor ;

— *sedimentare* (folosită în general pentru particulele mai mici decât 0,1 mm), adică separarea particulelor pe baza vitezei lor de sedimentare într-un mediu lichid (apă). Sedimentarea se face potrivit legii lui Stokes, exprimată prin relația

$$v = \frac{2}{9} g \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\mu} \left(\frac{d}{2} \right)^2,$$

în care v este viteza de sedimentare a particulelor, în cm/s;

g — accelerația gravitației (981 cm/s²);

γ_s — greutatea specifică a particulelor, în g/cm³;

γ_w — greutatea specifică a apei, în g/cm³;

μ — viscozitatea dinamică a apei, în g/cm·s;

d — diametrul particulei care cade cu viteza v , în cm.

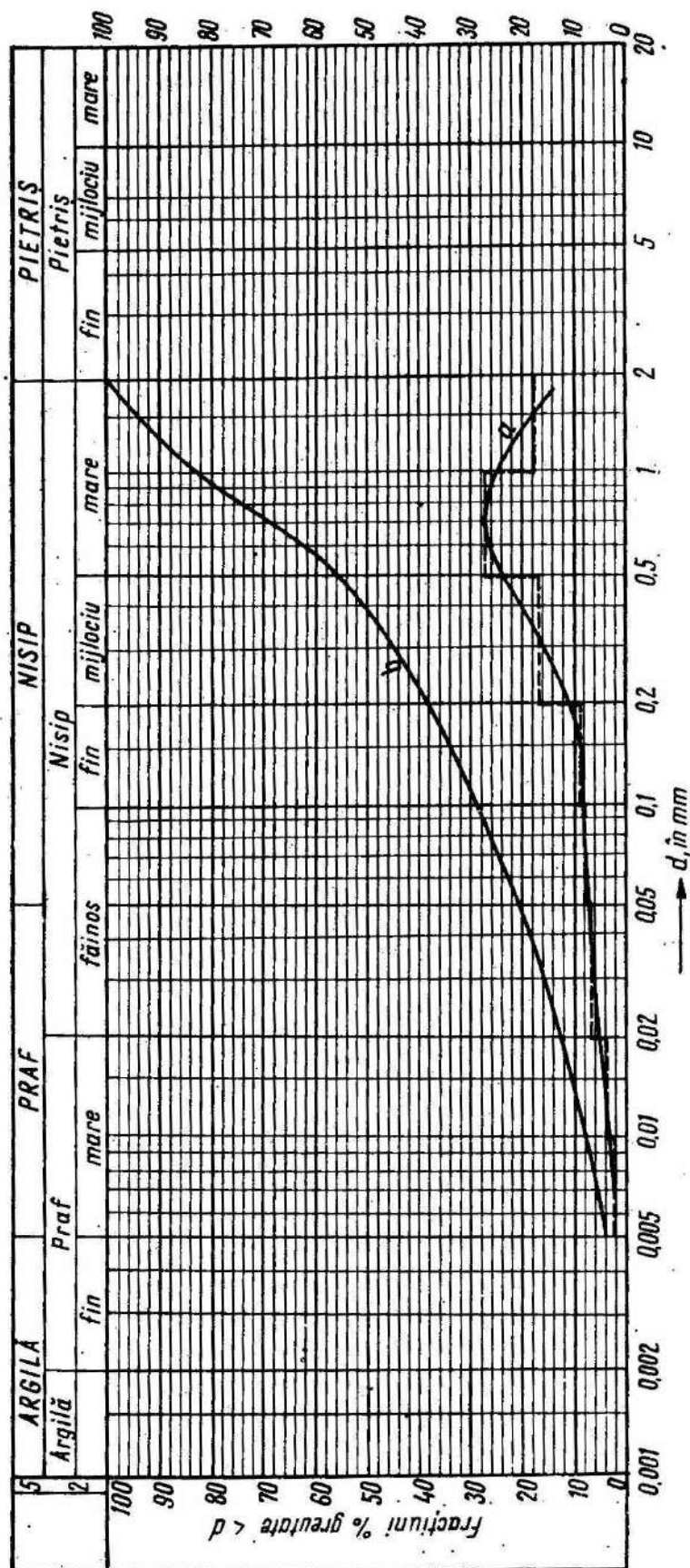


Fig. 1.2

5) **Dimensiunea particulelor**: diametrul unor particule echivalente, de formă sferică, avînd aceeași comportare cu particulele reale din pămînt, în funcție de metoda de analiză granulometrică aplicată (de exemplu trec prin aceeași sită, la cernere, sau au aceeași viteză de cădere în lichid, la sedimentare).

6) **Suprafața specifică a unui pămînt** S_p : raportul dintre suprafața particulelor aflate într-un volum unitar de pămînt și volumul acestor particule.

7) **Coeficientul de neuniformitate** U : raportul d_{60}/d_{10} , în care d_{60} și d_{10} reprezintă diametrele corespunzătoare ordonatelor de 60%, respectiv 10%, pe curba granulometrică a pămîntului considerat.

După valoarea coeficientului de neuniformitate, pămînturile se clasifică astfel:

pentru $U = \frac{d_{60}}{d_{10}} \leq 5$ pămînt uniform;

$5 < U \leq 10$ pămînt cu uniformitate medie;

$U > 10$ pămînt neuniform.

În fig. 1.3 se dau cîteva curbe granulometrice caracteristice unor tipuri de pămînturi întîlnite mai des.

8) **Indicele de curbura** al curbei granulometrice se definește prin raportul:

$$C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{10} \cdot d_{60}}.$$

Compoziția granulometrică și indicii de neuniformitate servesc pentru clasificarea pămînturilor. Această se poate face în felul următor:

a) după conținutul în cele trei fracțiuni principale: nisip, praf, argilă, așa după cum au fost definite mai înainte. Reprezentarea pămîntului pe această bază în diagrama ternară din fig. 1.1 determină denumirea sa;

b) după compoziția granulometrică în clasificarea unificată a pămînturilor (Unified Soil Classification) stabilită în S.U.A. și larg folosită pe scară mondială, pămînturile sînt împărțite în: pămînturi groiere și pămînturi fine [4].

Pămînturile groiere avînd un diametru convențional $d > 0,074$ mm sînt subîmpărțite în fracțiune pietriș notată cu G cu particule care nu trec prin sita nr.4 ($d > 4,74$ mm) și fracțiune nisip ($d < 4,74$ mm), notată cu S. Pietrișurile sînt denumite neuniforme dacă $U > 4$ și C_c între 1 și 3, iar nisipurile sînt considerate neuniforme dacă $U > 6$ și C_c între 1 și 3. Pămînturile neuniforme G sau S se notează cu GW respectiv SW. Dacă criteriile de neuniformitate nu sînt îndeplinite, pămînturile sînt uniforme și sînt notate cu GP respectiv SP.

Pămînturile groiere care conțin amestecuri de pămînturi fine pînă la 5% sînt considerate convențional curate. Cînd conținutul de fracțiuni fine este mai mare decît 12% pămînturile se notează cu GM sau GC, respectiv SM, SC. după cum fracțiunile fine se încadrează în grupele C și M (vezi cap. II).

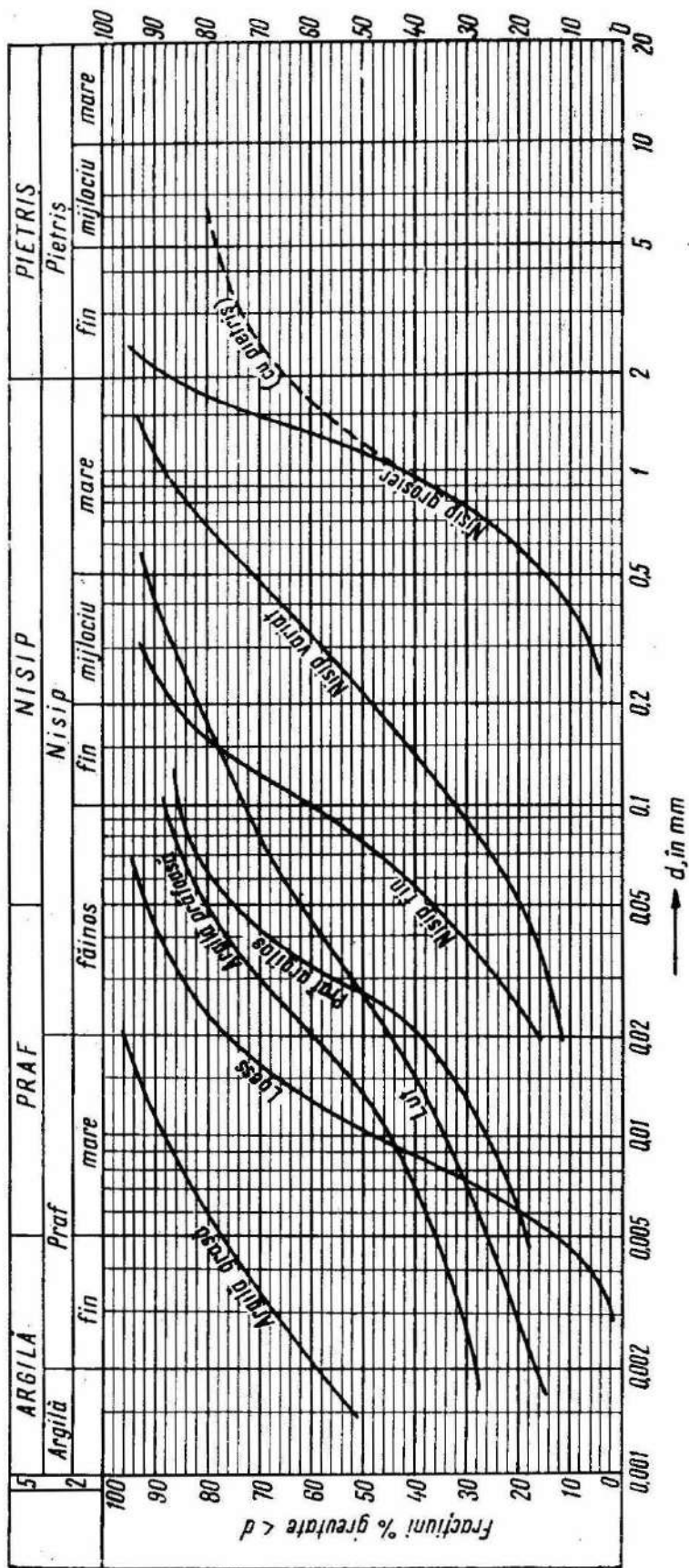


Fig. 1.3

EXEMPLU DE CALCUL

Exemplul 1.1. Se dau pământurile avînd compozițiile granulometrice următoare :

Fracțiunea granulometrică	2,0— 1,0 mm	1,0— 0,5 mm	0,5— 0,1 mm	0,1— 0,05 mm	0,05— 0,01 mm	0,01— 0,005	5 μ —1 μ	<1 μ
Pămînt <i>a</i>	—	—	—	—	20	40	15	25
Pămînt <i>b</i>	—	5	21	26	31	6	11	—
Pămînt <i>c</i>	30	40	30	—	—	—	—	—
Pămînt <i>d</i>	—	10	12	5	32	23	11	7
Pămînt <i>e</i>	—	—	6	7	22	15	50	—

Să se reprezinte curbele granulometrice ale acestor pămînturi și să se clasifice conform STAS 1917-61 prin reprezentarea ternară.

Să se calculeze la pămîntul *c* coeficientul de neuniformitate și să se caracterizeze gradul de uniformitate al pămîntului conform standardului.

Rezolvare. Conținutul în particule repartizat între cele trei fracțiuni principale — argilă, praf, nisip — este: pămînt *a* (40, 60, 0); pămînt *b* (11, 37, 52); pămînt *c* (0, 0, 100); pămînt *d* (18, 55, 27); pămînt *e* (50, 37, 13).

Reprezentarea grafică a acestor curbe este dată în fig. 1.4.

Folosind reprezentarea ternară, pămînturile se clasifică astfel:

- pămîntul *a* se încadrează în categoria „argilă prăfoasă”;
- pămîntul *b* se încadrează în categoria „nisip argilos”;
- pămîntul *c* se încadrează în categoria „nisip”. Coeficientul de neuniformitate pentru pămîntul *c* se calculează astfel :

$$d_{60} = 0,90 \text{ mm}; \quad d_{30} = 0,50 \text{ mm}; \quad d_{10} = 0,15 \text{ mm}.$$

$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}} = \frac{0,9}{0,15} = 6,0.$$

Conform STAS 1917-61 nisipul este cu „uniformitate medie”. Potrivit clasificării stabilită în S.U.A. rezultă :

$$C_c = \frac{d_{60}^2}{d_{10} \cdot d_{30}} = \frac{0,50^2}{0,15 \times 0,9} = 1,85 > 1,$$

deci nisipul este neuniform, notat cu simbolul SW;

- pămîntul *d* este în reprezentare ternară un „praf argilos”;
- pămîntul *e* este în reprezentare ternară o „argilă”.

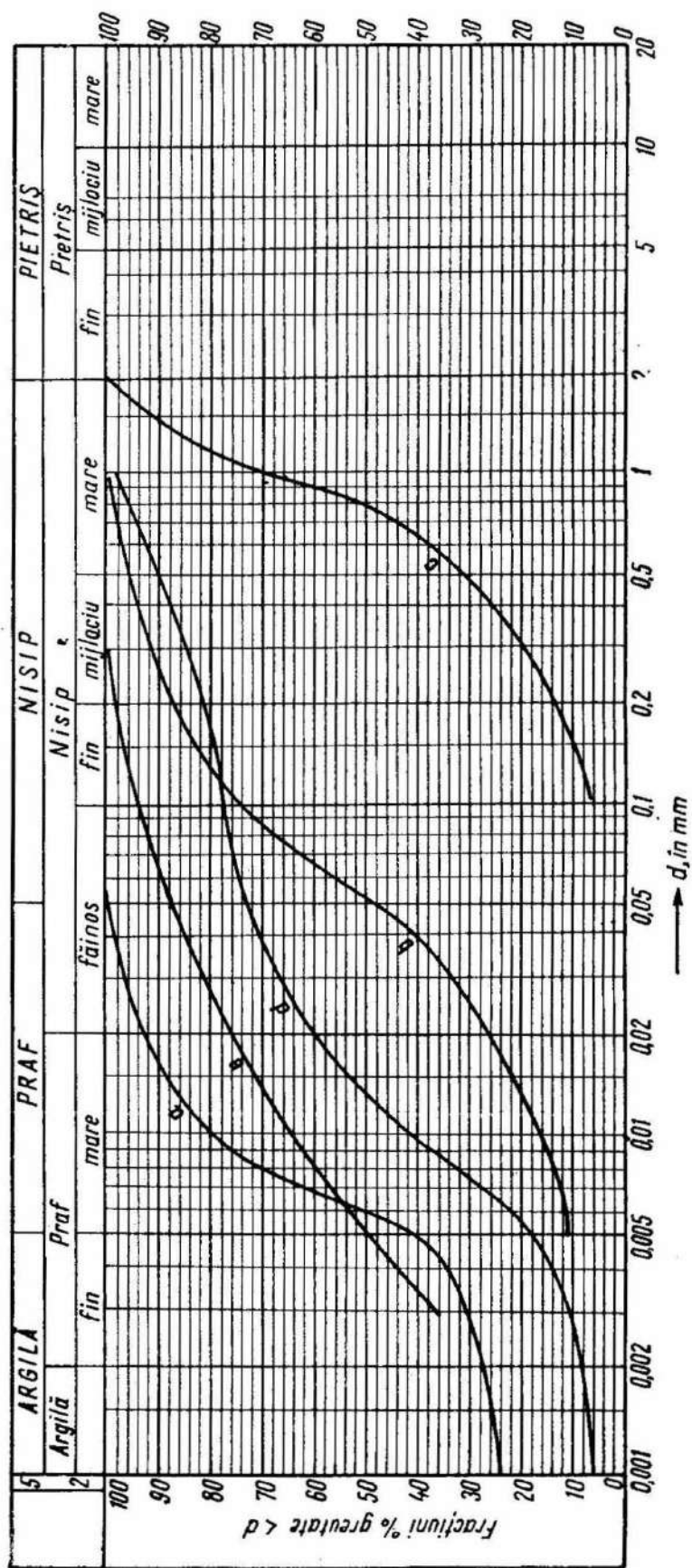


Fig. 1.4

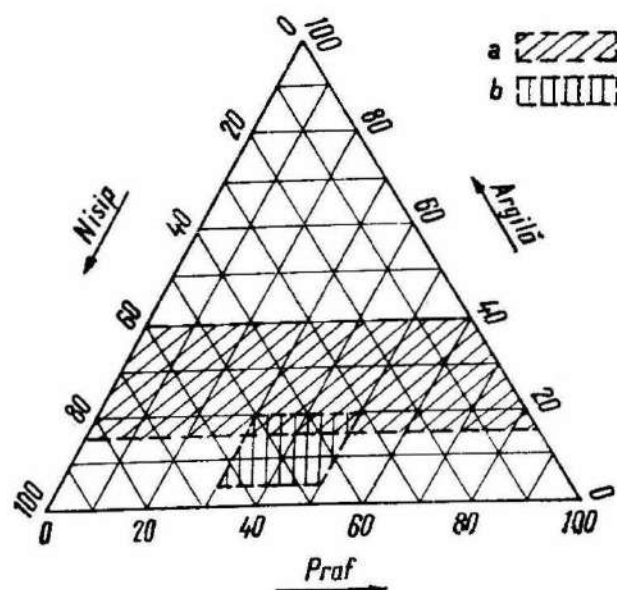


Fig. 1.5

Exemplul 1.2. Să se delimiteze în diagrama ternară zonele corespunzătoare:

a) pământurilor cu un conținut de argilă cuprins între 15 și 40%;

b) pământurilor cu un conținut de argilă cuprins între 5 și 20% și cu un conținut de praf cuprins între 30 și 50%.

Rezolvare. Vezi fig. 1.5.

Exemplul 1.3. Să se determine diametrele maxime ale particulelor de pământ cu greutatea specifică 2,70 g/cm³*, care se găsesc după 12 min de sedimentare, la 21 cm adâncime în raport cu suprafața unei suspensii

inițial omogene din pământul respectiv în apă sau în benzen.

Rezolvare. Din relația lui Stokes

$$v = \frac{H}{t} = \frac{2}{9} g \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\mu} \left(\frac{d}{2} \right)^2 = kd^2$$

se deduce :

$$d = \sqrt{\frac{v}{k}} = \frac{H}{kt}$$

Pentru temperatura de 20°C, viscozitatea apei este $\mu = 0,01$ g/cm·s, iar greutatea specifică $\gamma_w = 1$ g/cm³, deci

$$k = \frac{1}{18} g \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\mu} = \frac{1 \times 981(2,70 - 1)}{18 \times 0,01} = 9\,270 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1},$$

iar

$$d = \sqrt{\frac{21}{9\,270 \times 12 \times 60}} = 0,00178 \text{ cm} = 0,0178 \text{ mm}.$$

În cazul benzenului, la 20°C, $\mu = 6,42 \times 10^{-3}$ g/cm·s, iar $\gamma_{\text{benzen}} = 0,879$ g/cm³. Astfel:

$$k = \frac{1 \times 981(2,70 - 0,879)}{18 \times 0,00642} = 15\,450 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

* Autorul a utilizat în această lucrare pentru forțe și eforturi notațiile t, kg etc., înțelegându-se prin aceasta, conform STAS 1295-57, tf. kgf etc.

În exemplul de față prin g se înțelege unitatea de masă.

și

$$d = \sqrt[3]{\frac{21}{15\,450 \times 12 \times 60}} = 0,00137 \text{ cm} = 0,0137 \text{ mm}.$$

Exemplul 1.4. Să se calculeze suprafața specifică a unui pământ avînd următoarea compoziție granulometrică:

Fracțiunea granulometrică, mm	1,00—0,5	0,5—0,1	0,1—0,05	0,05—0,01	0,01—0,005
%	12	18	35	25	10

Rezolvare. Se presupune că pământul este alcătuit din particule sferice, fiecare fracțiune constînd din particule identice, avînd ca diametru media aritmetică a limitelor respective (0,75; 0,3; 0,075; 0,03; 0,0075 mm).

Pentru o particulă cu diametrul d_i , suprafața specifică este :

$$S_{sp} = \frac{A_i}{V_i} = \frac{\pi d_i^2}{\frac{\pi d_i^3}{6}} = \frac{6}{d_i},$$

în care A_i și V_i sînt suprafața și volumul particulei.

Numărul particulelor dintr-o fracțiune care intră în alcătuirea pământului cu un procent p_i din greutatea totală G_t este :

$$n_i = \frac{p_i G_t}{V_i \gamma_s}.$$

Suprafața specifică a tuturor particulelor este :

$$S_{sp} = \sum \frac{n_i A_i}{n_i V_i} = \frac{\frac{G_t}{\gamma_s} \sum \frac{p_i A_i}{V_i}}{\frac{G_t}{\gamma_s} \sum \frac{p_i V_i}{V_i}} = \frac{\sum p_i \frac{A_i}{V_i}}{\sum p_i} = \frac{6 \sum \frac{p_i}{d_i}}{100},$$

deoarece $\sum p_i = 100$.

În cazul problemei

$$S_{sp} = 0,06 \left(\frac{12}{0,75} + \frac{18}{0,3} + \frac{35}{0,075} + \frac{25}{0,03} + \frac{10}{0,0075} \right) = 162,6 \text{ mm}^{-1} = 1\,626 \text{ cm}^{-1}.$$

Suprafața specifică calculată în ipoteza unor particule sferice este mai mică decît cea reală, avînd în vedere că suprafețele reale ale particulelor diferă de forma sferică, care este o suprafață minimală.

Exemplul 1.5. Se dau două pămînturi ale căror curbe granulometrice 1 și 2 sînt reprezentate în diagrama din fig. 1.6. Să se determine :

a) cantitățile de pămînt din cele două categorii care trebuie utilizate pentru a obține o cantitate de 3 kg de amestec avînd un conținut de 18% argilă;

b) curba granulometrică a amestecului obținut, luînd două părți în greutate din primul pămînt și trei părți din cel de-al doilea;

c) o soluție posibilă de amestec din cele două pămînturi, astfel ca amestecul rezultat să aibă curba granulometrică cuprinsă în zona hașurată pe diagramă.

Rezolvare. a) Cantitățile c_1 și c_2 de pămînt, conținînd procente p_{a1} , respectiv p_{a2} , de fracțiunea argilă, necesare pentru a obține o cantitate $c = c_1 + c_2$ de pămînt, avînd procentul p_a din fracțiunea argilă, sînt date de relațiile :

$$c_1 p_{a1} + c_2 p_{a2} = c p_a; \quad c_1 + c_2 = c,$$

de unde :

$$c_1 = \frac{c(p_a - p_{a2})}{p_{a1} - p_{a2}}; \quad c_2 = \frac{c(p_a - p_{a1})}{p_{a2} - p_{a1}}.$$

În cazul problemei,

$$p_{a1} = 56\%, \quad p_{a2} = 5\%, \quad p_a = 18\%, \quad c = 3 \text{ kg}$$

$$c_1 = \frac{3(18 - 5)}{56 - 5} = 0,765 \text{ kg}; \quad c_2 = \frac{3(18 - 56)}{5 - 56} = 2,235 \text{ kg}.$$

b) Un amestec din cele două pămînturi cuprinde, pentru fiecare dimensiune de particule, o proporție de material egală cu media ponderată a proporțiilor în care există în pămînturile respective, ținînd seama de cantitățile care se amestecă.

În cazul problemei (pămîntul 1 = 2 părți, pămîntul 2 = 3 părți) :

$$p_{a\lambda} = \frac{c_1 p_{a1} + c_2 p_{a2}}{c_1 + c_2} = \frac{2p_{a1} + 3p_{a2}}{5}.$$

În fig. 1.6 s-a trasat curba 3 conform relației anterioare.

c) Se trasează o curbă granulometrică care să fie cuprinsă în zona hașurată, iar raportul distanțelor pe verticală, de la fiecare punct al curbei pînă la cele două curbe date, să fie mereu același (egal cu raportul cantităților care intră în amestec). O astfel de curbă este, de exemplu, curba 4, care corespunde unui amestec de 25% pămînt 1 și 75% pămînt 2.

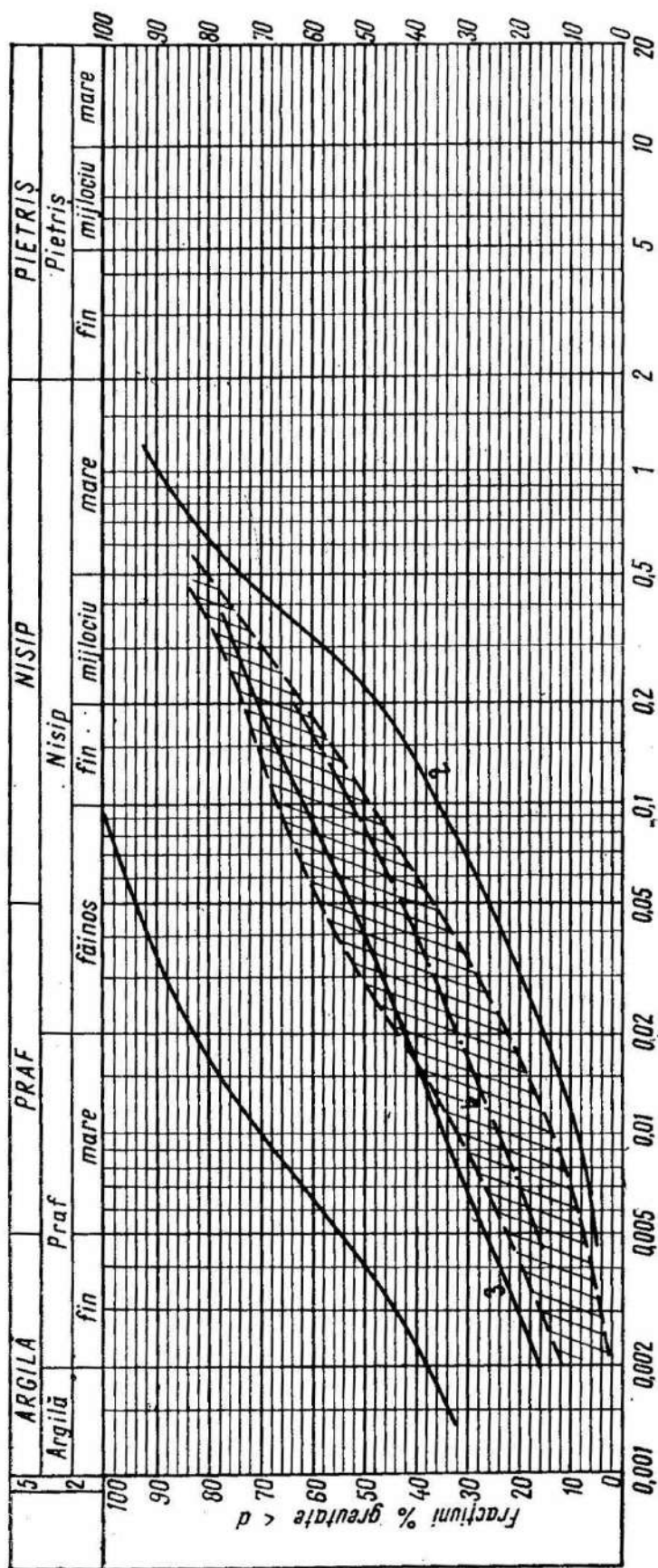


Fig. 1.6.

2

INDICII FIZICI GEOTEHNICI AI PĂMÎNTURILOR

Pămîntul ca sistem dispers trifazic este caracterizat prin următorii indici fizici:

1) **Porozitatea** definită prin raportul volumului de goluri la volumul total

$$n = \frac{V_g}{V} 100 [\%]. \quad (2.1)$$

2) **Indicele porilor** e , definit prin raportul între volumul de goluri și volumul particulelor solide (care rămîne constant)

$$e = \frac{V_g}{V_s}. \quad (2.2)$$

Acești doi indici sînt legați prin relațiile

$$n = \frac{e}{1 + e} 100 [\%], \quad e = \frac{n}{1 - n}. \quad (2.3)$$

Porozitatea fiind presupusă uniformă în tot volumul, există relațiile:

$$V_s = V(1 - n); \quad V = V_s(1 + e); \quad V_s = \frac{V}{1 + e}. \quad (2.4)$$

Orice secțiune printr-un volum de pămînt conține de asemenea $n\%$ goluri.

3) **Umiditatea** w este raportul între greutatea apei din pori și greutatea particulelor solide conținute într-un anumit volum de pămînt

$$w = \frac{G_1 - G_2}{G_2} 100 [\%] \quad (2.5)$$

în care: G_1 este greutatea probei în stare naturală;

G_2 — greutatea probei în stare uscată (încălzită la 105°C).

Dacă toți porii sînt umpluți cu apă pămîntul se denumește saturat.

Prin *gradul de umiditate* S_r se definește raportul între volumul ocupat de faza lichidă și volumul total al golurilor; cînd $S_r = 1$ pămîntul este saturat.

4) **Greutatea unui volum de pămînt** (exprimată ca masă) se caracterizează prin următoarele valori:

— *greutatea specifică* a părții solide γ_s . Această valoare depinde de compoziția mineralogică-chimică a pămînturilor și variază în limite destul de înguste: $\gamma_s = 2,60 \dots 2,74$ în g/cm^3 ; ea se determină în laborator;

— *greutatea unității de volum de pămînt în stare uscată* γ_d , în t/m^3 ;

— greutatea unității de volum în stare naturală de umiditate γ , în t/m^3 ;
 — greutatea unității de volum în starea de submersiune totală γ' , în t/m^3 ;
 — greutatea specifică a apei $\gamma_w = 1,00 \text{ g/cm}^3$ în condiții normale de temperatură și presiune.

Există următoarele relații :

$$\gamma_d = \gamma_s(1 - n); \quad \gamma = \gamma_s(1 - n)(1 + w); \quad \gamma' = (\gamma_s - \gamma_w)(1 - n). \quad (2.6)$$

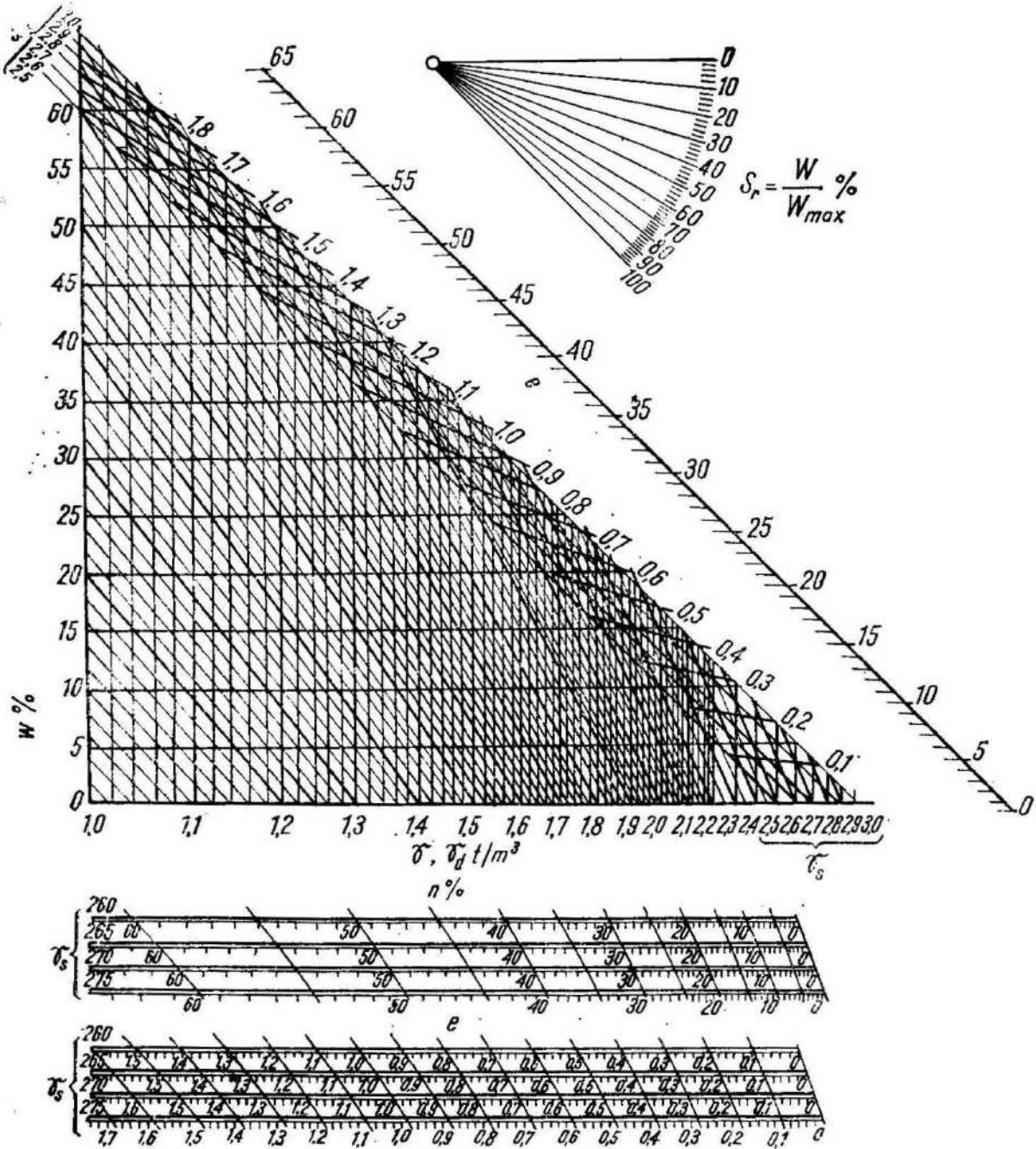


Fig. 2.1

Umiditatea în stare saturată w_s , se exprimă prin:

$$w_s = \frac{e\gamma_w}{\gamma_s}; \quad e = \frac{w_s\gamma_s}{\gamma_w}; \quad S_r = \frac{w}{w_s}; \quad \gamma = \frac{\gamma_s}{1+e}(1+w) =$$

$$= \frac{\gamma_s \cdot \gamma_w}{\gamma_w + w_s\gamma_s}(1 + S_r w_s); \quad (2.7)$$

$$\gamma_d = \gamma_s(1-n) = \frac{\gamma_s\gamma_w}{1+w_s\gamma_s}.$$

După cum se vede, există între γ_d și w , o relație care în diagrama $w - \gamma_d$ poate fi reprezentată printr-o hiperbolă. Pentru calculul diferitelor valori din expresiile (2.1) — (2.7) sînt elaborate nomograme de către Terracina și Antonescu prezentate în fig. 2.1. și 2.2.

5) Pentru caracterizarea stării de îndesare a pămînturilor nisipoase se definește:

— *gradul de îndesare*,

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}}; \quad (2.8)$$

— *capacitatea de îndesare*,

$$C = \frac{e_{max} - e_{min}}{e_{min}}. \quad (2.9)$$

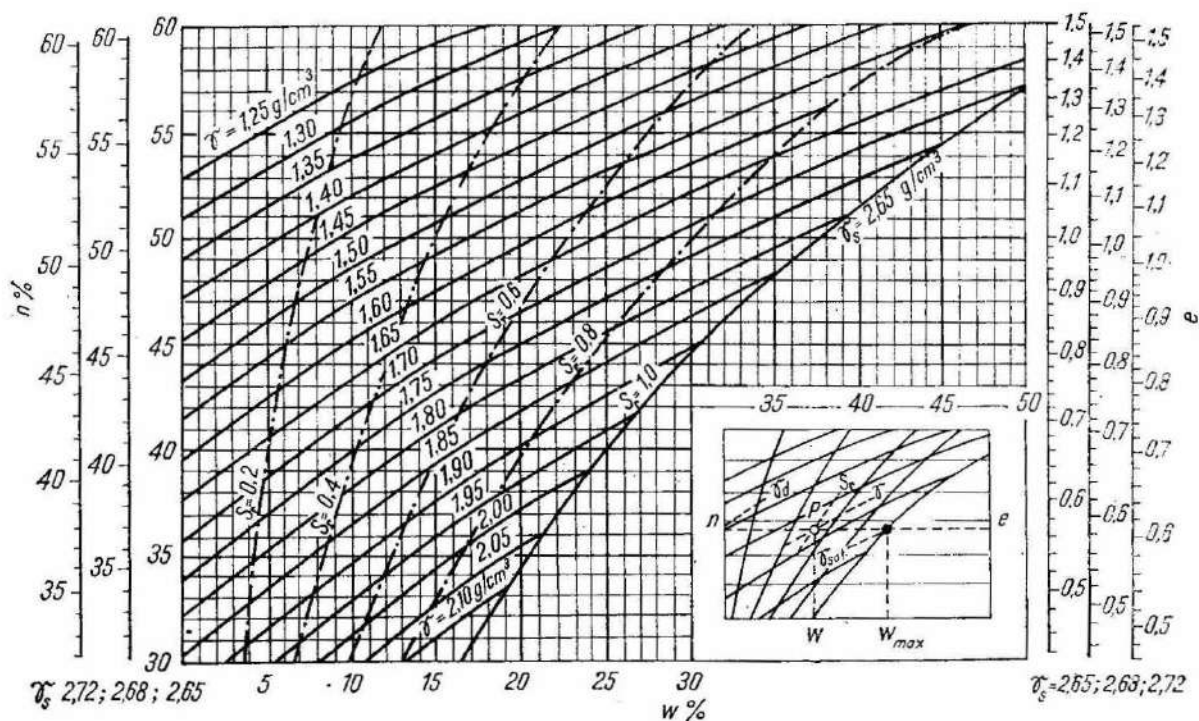


Fig. 2.2

După valoarea lui I_D nisipurile se împart în nisipuri afânate, de îndesare medie și îndesate.

6) Pentru caracterizarea *gradului de compactare* a unui rambleu de pământ se determină greutatea sa volumetrică în stare uscată, obținută după compactarea sa la o anumită umiditate folosind un lucru mecanic de compactare stabilit. Raportînd pe o diagramă $\gamma_d - w$ pentru lucrul mecanic dat, greutatea volumetrică uscată obținute la diferite umidități se obțin curbele din fig. 2.3, prezentînd o valoare γ_d maximă la o umiditate

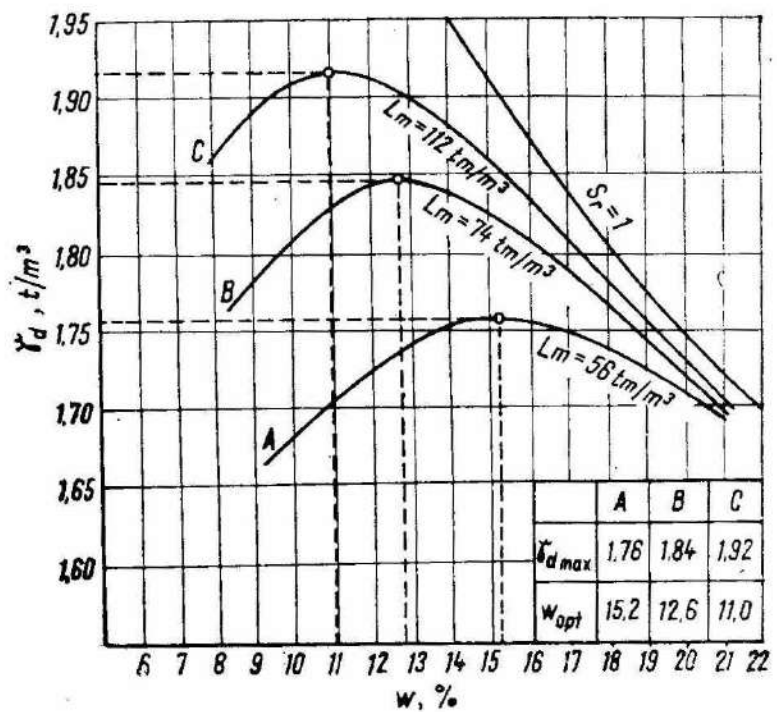


Fig. 2.3

denumită umiditate optimă w_{opt} . Din formula (7.9) rezultă că între γ_d și w , există o relație care în diagrama $\gamma_d - w$ poate fi reprezentată printr-o hiperbolă (fig. 2.3). Se observă că pentru umidități ridicate, curbele de compactare se apropie asimptotic de curba de saturație (γ_d în funcție de w_s).

7) Pământurile argiloase sînt caracterizate prin următoarele umidități limită:

- w_L — *limita superioară de plasticitate*, umiditatea la care pământul începe să aibă caracteristicile unui lichid vîscos;
- w_p — *limita inferioară de plasticitate* (denumită și limita de frămîntare), cînd pământul trece de la stare plastică la stare de corp tare;
- w_s — *limita de contracție*, umiditatea la care pământul nu își mai micșorează volumul prin uscare;
- w_h — *umiditatea higroscopică*, umiditatea maximă a unui pământ uscat în aer liber de cameră, la temperatura de 20°C.

Limitele definite au un caracter convențional, valoarea lor depinzînd de modul de determinare (STAS 1916-64).

Între w_L și w_p se consideră domeniul de plasticitate.

Indicele de plasticitate este definit prin relația

$$I_p = w_L - w_p.$$

După valoarea indicelui de plasticitate, pământurile se clasifică astfel:

- | | |
|--|----------------------|
| — pământuri neplastice (nisipuri) | $I_p = 0$; |
| — pământuri cu plasticitate redusă | $0 < I_p \leq 10$; |
| — pământuri cu plasticitate mijlocie | $10 < I_p \leq 20$; |
| — pământuri cu plasticitate mare (argile) | $20 < I_p \leq 35$; |
| — pământuri cu plasticitate foarte mare (argile grase) | $I_p > 35$. |

Conform clasificării unificate din S.U.A., pământurile fine se împart în două categorii de bază: prafuri (notate cu M) și argile (notate cu C). Pentru caracterizarea pământurilor, pe diagrama $w_L - I_p$ (fig. 2.4) se trasează dreapta denumită „linia A” avînd ecuația:

$$I_p = 0,73 (w_L - 20).$$

Cînd pămîntul (determinat prin valorile I_p și w_L) este reprezentat în fig. 2.4 printr-un punct situat deasupra liniei A el este considerat în categoria argilă (C) iar dacă este sub linia A, praf (M). La pămînturile care au $w_L > 50\%$ li se adaugă litera H (adică au plasticitate ridicată), iar cînd $w_L < 50\%$, li se adaugă litera L (adică au plasticitate redusă).

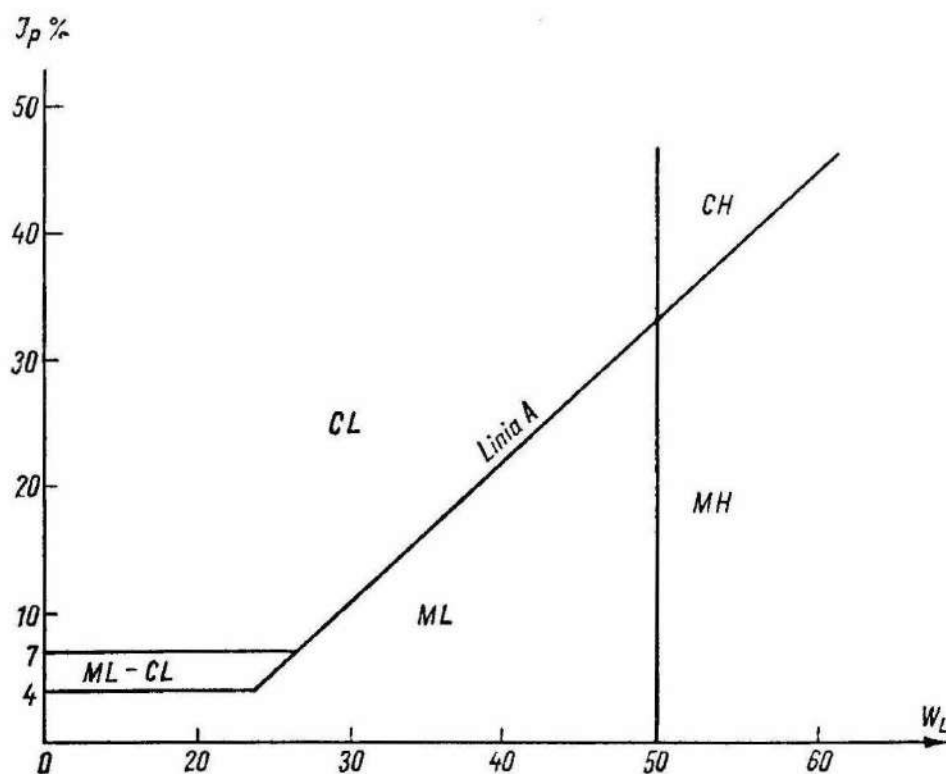


Fig. 2.4

Gradul de consistență I_c este definit prin raportul

$$I_c = \frac{w_L - w_p}{I_p} \quad (2.10)$$

care variază între 0 și 1. După consistență, pământurile coezive se clasifică astfel:

— curgătoare	$I_c = 0;$
— plastic curgătoare	$I_c = 0...0,25;$
— plastic moi	$I_c = 0,25...0,50;$
— plastic consistente	$I_c = 0,5...0,75;$
— plastic vîrtoase	$I_c = 0,75...1,00;$
— tari	$I_c \geq 1,00.$

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 2.1. Un baraj de pământ trebuie astfel compactat ca porozitatea sa să varieze cel mult între 35 și 38% și umiditatea sa între 10 și 14%. Se cere:

a) să se calculeze greutatea sa volumetrică în starea sa naturală și în stare uscată;

b) cum variază greutatea sa volumetrică dacă digul este complet inundat;

c) care este gradul de umiditate a pământului din dig și ce cantitate de apă este necesară ca pământul să fie în stare de saturație. Care este greutatea sa volumetrică în această stare.

(Pentru toate problemele $\gamma_s = 2,7 \text{ t/m}^3$).

Rezolvare. a) Greutatea volumetrică în stare uscată:

$$\gamma_d = \gamma_s(1 - n);$$

$$n = 35\% \quad \gamma_d = 2,7(1 - 0,35) = 1,755 \text{ t/m}^3;$$

$$n = 38\% \quad \gamma_d = 2,7(1 - 0,38) = 1,674 \text{ t/m}^3.$$

Greutatea volumetrică în stare naturală:

$$n = 35\% \quad w = 10\% \quad \gamma = 1,755(1 + w) = 1,755 \times 1,1 = 1,930 \text{ t/m}^3;$$

$$w = 14\% \quad \gamma = 1,755 \times 1,14 = 1,970 \text{ t/m}^3;$$

$$n = 38\% \quad w = 10\% \quad \gamma = 1,674 \times 1,10 = 1,841 \text{ t/m}^3;$$

$$w = 14\% \quad \gamma = 1,674 \times 1,14 = 1,808 \text{ t/m}^3.$$

b) Presupunînd $n = 35\%$, în stare inundată

$$\gamma' = (1 - n)(\gamma_s - \gamma_w) = (1 - 0,35)(2,70 - 1,00) = 1,105 \text{ t/m}^3;$$

deci față de starea naturală cu $w = 10\%$ pământul pierde prin inundare: $1,930 - 1,105 = 0,825 \text{ t/m}^3$ din greutatea sa volumetrică.

c) Pentru $w = 10\%$ $n = 35\%$

$$e = \frac{n}{1-n} = \frac{0,35}{1-0,35} = \frac{35}{65} = 0,538$$

$$w_s = \frac{e\gamma_w}{\gamma_s} = \frac{0,538 \times 1,00}{2,7} = 20\%$$

gradul de umiditate

$$S_r = \frac{w}{w_s} = \frac{10}{20} = 0,50.$$

Pentru a atinge saturația sînt necesare:

$$\gamma_d w_s - \gamma_d w = 1,930(0,20 - 0,10) = 193 \text{ l/m}^3$$

adică 193 l apă pe metru cub de material solid sau $193 \times 0,65 = 125$ l apă pe un metru cub de volum al digului.

Greutatea volumetrică a materialului saturat este egală cu

$$\gamma = \gamma_d(1 + w) = 1,755(1 + 0,20) = 2,11 \text{ t/m}^3.$$

Exemplul 2.2. Un recipient conține 2 m^3 nisip uscat, avînd greutatea specifică $\gamma_s = 2,68 \text{ t/m}^3$ și cîntărind $G_d = 3\,324 \text{ kg}$. Să se calculeze cantitatea de apă necesară pentru a satura nisipul din recipient. Calculul se va face atît în ipoteza că se poate neglija umiditatea de higroscopicitate a nisipului, cît și în cazul în care se ține seama de această umiditate ($w_h = 0,85\%$).

Rezolvare. Greutatea volumetrică a nisipului în stare uscată este:

$$\gamma_d = \frac{G_d}{V} = \frac{3\,324}{2} = 1\,662 \text{ kg/m}^3,$$

iar porozitatea sa:

$$n = 1 - \frac{\gamma_d}{\gamma_s} = 1 - \frac{1,662}{2,68} = 1 - 0,62 = 0,38 \text{ (38\%)}.$$

Apa necesară saturării umple toate golurile dintre particule. Greutatea ei este deci:

$$G_w = \gamma_w n V = 1,0 \times 0,38 \times 2,00 = 0,76 \text{ t} = 760 \text{ kg}.$$

În ipoteza că nisipul are umiditatea de higroscopicitate w_h , porozitatea sa este

$$n' = 1 - \frac{\gamma_d}{1 + \frac{w_h}{100}} = 1 - \frac{1,662}{2,68 \left(1 + \frac{0,85}{100}\right)} = 0,384 \text{ (38,4\%)}.$$

Greutatea apei de higroscopicitate este:

$$G_{wh} = \frac{w_h}{100} \cdot \frac{G_d}{1 + \frac{w_h}{100}} = \frac{0,85}{100} \cdot \frac{3\,324}{1 + \frac{0,85}{100}} = 28,1 \text{ kg.}$$

Greutatea totală a apei necesare saturației este în acest caz:

$$G'_w = \gamma_w n' V = 1,0 \times 0,384 \times 2,0 = 0,768 \text{ t} = 768 \text{ kg,}$$

deci, ținând seama de prezența apei de higroscopicitate, mai trebuie să se adauge în recipient:

$$G''_w = G'_w - G_{wh} = 768 - 28,1 = 739,9 \text{ kg.}$$

Exemplul 2.3. Un strat de pământ argilos de grosime $h = 2,5$ m are greutatea volumetrică $\gamma_1 = 1,95 \text{ t/m}^3$, umiditatea $w_1 = 28,4\%$ și greutatea specifică $\gamma_s = 2,70 \text{ t/m}^3$. În urma executării unei construcții, pământul se tassează cu 5,75 cm; greutatea lui volumetrică crește la $\gamma_2 = 1,99 \text{ t/m}^3$, iar umiditatea scade la $w_2 = 26,0\%$.

Să se calculeze:

- cantitatea de apă evacuată prin tasare din strat pe fiecare metru pătrat;
- variația gradului de umiditate al pământului.

Rezolvare. a) Porozitatea inițială a stratului este

$$n_1 = 1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_s \left(1 + \frac{w_1}{100}\right)} = 1 - \frac{1,95}{2,7 (1 + 0,284)} = 0,438 (43,8\%).$$

După îndesare, porozitatea devine:

$$n_2 = 1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_s \left(1 + \frac{w_2}{100}\right)} = 1 - \frac{1,99}{2,7 (1 + 0,260)} = 0,415 (41,5\%).$$

Greutatea volumetrică inițială a fazei solide este:

$$\gamma_{d1} = \gamma_s (1 - n_1) = 2,7 (1 - 0,438) = 1,52 \text{ t/m}^3,$$

iar după îndesare devine:

$$\gamma_{d2} = \gamma_s (1 - n_2) = 2,7 (1 - 0,415) = 1,58 \text{ t/m}^3.$$

Greutatea totală a apei pe metru pătrat de strat este, la început,

$$G_{w1} = \gamma_{d1} \frac{w_1}{100} h = 1,52 \times 0,284 \times 2,5 = 1,08 \text{ t/m}^2,$$

iar după îndesare

$$G_{w2} = \gamma_{d2} \frac{w_2}{100} (h - s) = 1,58 \times 0,26 (2,5 - 0,0575) = 1,00 \text{ t/m}^2$$

Cantitatea de apă evacuată este deci :

$$G_{w1} - G_{w2} = 1,08 - 1,00 = 0,080 \text{ t/m}^2 = 80 \text{ l/m}^2.$$

b) Gradul de umiditate inițial este :

$$S_1 = \frac{w_1}{w_{1max}} = \frac{w_1}{\frac{n_1 \gamma_w}{(1 - n_1) \gamma_s}} = \frac{0,284}{\frac{0,438 \times 1,0}{(1 - 0,438) 2,7}} = 0,985,$$

unde: $\gamma_w = 1,0 \text{ t/m}^3$ reprezintă greutatea specifică a apei.

După îndesare, gradul de umiditate crește la

$$S_2 = \frac{w_2}{w_{2max}} = \frac{w_2}{\frac{n_2 \gamma_w}{(1 - n_2) \gamma_s}} = \frac{0,260}{\frac{0,415 \times 1,0}{(1 - 0,415) 2,7}} = 0,99.$$

Exemplul 2.4. a) Să se traseze diagrama de variație a presiunii geologice pentru profilul din fig. 2.5.

b) Cum se va schimba această diagramă, în ipoteza că nivelul apei subterane se ridică cu 9 m.

Rezolvare. a) Calculul presiunii geologice se face cu formula generală:

$$\sigma_g = \sum_1^n \gamma_i h_i,$$

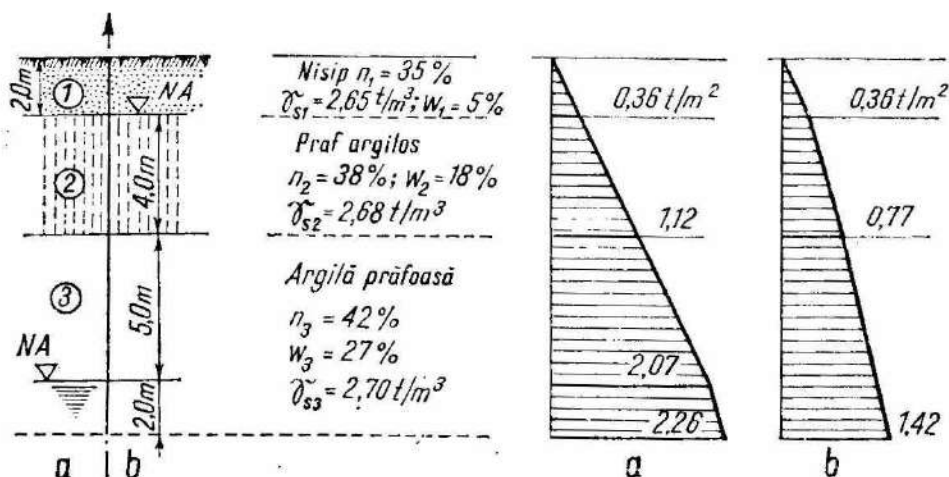


Fig. 2.5

în care γ_i și h_i reprezintă greutatea volumetrică și grosimea stratului i . În cazul problemei,

$$\gamma_1 = \gamma_{s1}(1 - n_1)(1 + w_1) = 2,65(1 - 0,35)(1 + 0,05) = 1,81 \text{ t/m}^3;$$

$$\gamma_2 = \gamma_{s2}(1 - n_2)(1 + w_2) = 2,68(1 - 0,38)(1 + 0,18) = 1,96 \text{ t/m}^3;$$

$$\gamma_3 = \gamma_{s3}(1 - n_3)(1 + w_3) = 2,70(1 - 0,42)(1 + 0,27) = 1,98 \text{ t/m}^3;$$

$$h_1 = 2 \text{ m}; \quad h_2 = 4 \text{ m}; \quad h_3 = 5 \text{ m (umed)}; \quad 2 \text{ m (sub apă)}.$$

Pentru porțiunea de sub nivelul apei, greutatea volumetrică are valoarea corespunzătoare materialului imersat

$$\gamma_3 = (1 - n_3)(\gamma_{s3} - 1) = (1 - 0,42)(2,70 - 1) = 0,99 \text{ t/m}^3.$$

Valorile sarcinii geologice la separațiile straturilor sînt trecute în diagrama a din fig. 2.5.

b) În cazul ridicării nivelului apei subterane, straturile 2 și 3 se află în întregime sub apă. Greutatea volumetrică a stratului 2 devine:

$$\gamma_2 = (1 - n_2)(\gamma_{s2} - 1) = 1 - 0,38(2,68 - 1) = 1,04 \text{ t/m}^3.$$

Valorile presiunii geologice în acest caz sînt cuprinse în diagrama b din fig. 2.5.

Exemplul 2.5. Profilul geologic din fig. 2.6 prezintă următoarea stratificație; un strat de argilă prăfoasă, saturată, de 5 m grosime, un strat de nisip, de asemenea saturat de 4 m grosime, iar sub acesta, stîncă impermeabilă. Apa subterană se găsește la 1,20 m de la suprafață.

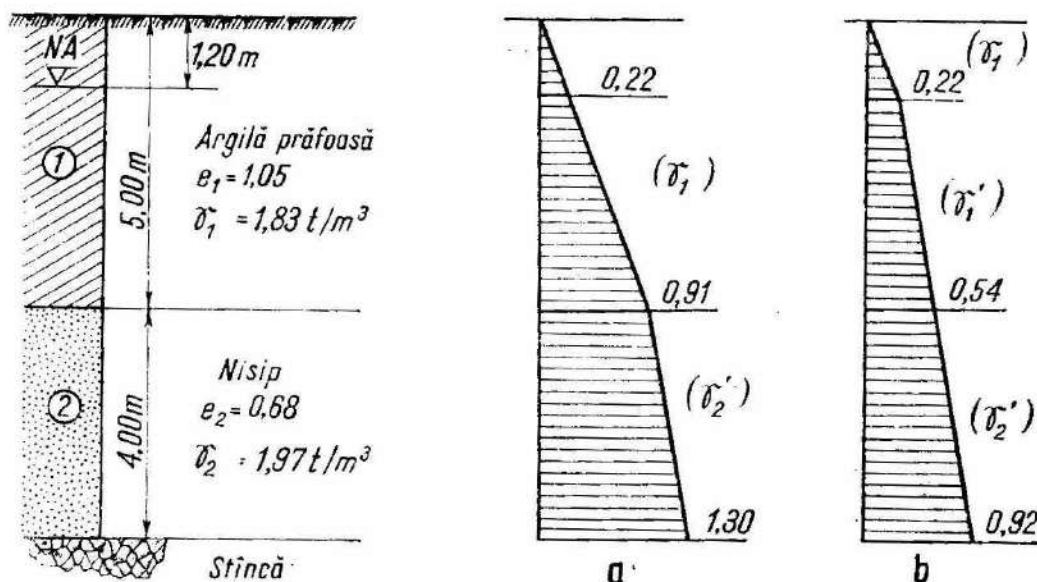


Fig. 2.6

Să se traseze diagrama presiunii geologice:

a) în ipoteza că în stratul de argilă prăfoasă nu se resimte efectul de subpresiune (apa este integral adsorbită pe particule);

b) în ipoteza că apa exercită acțiunea de subpresiune asupra argilei prăfoase. Care este presiunea care se exercită pe suprafața stratului de nisip și pe suprafața stîncii în cele două ipoteze?

Rezolvare. Indicii porilor pentru cele două straturi fiind $e_1 = 1,05$ și $e_2 = 0,68$, porozitățile respective sînt:

$$n_1 = \frac{e_1}{1 + e_1} = \frac{1,05}{2,05} = 0,512; \quad n_2 = \frac{e_2}{1 + e_2} = \frac{0,68}{1,68} = 0,405.$$

Greutățile volumetrice în stare saturată ale straturilor $\gamma_1 = 1,83 \text{ t/m}^3$ și $\gamma_2 = 1,97 \text{ t/m}^3$; greutatea specifică se calculează astfel:

$$\gamma_{s1} = \frac{\gamma_1 - \gamma_w n_1}{1 - n_1} = \frac{1,83 - 0,512}{1 - 0,512} = 2,70 \text{ t/m}^3$$

și

$$\gamma_{s2} = \frac{\gamma_2 - \gamma_w n_2}{1 - n_2} = \frac{1,97 - 0,405}{1 - 0,405} = 2,63 \text{ t/m}^3.$$

a) Dacă apa este integral adsorbită, stratul de argilă prăfoasă are valoarea greutății volumetrice corespunzătoare stării saturate, iar stratul de nisip- cea corespunzătoare stării imersate (γ_w fiind egal cu 1) adică:

$$\begin{aligned} \gamma'_2 &= (1 - n_2) (\gamma_{s2} - 1) = (1 - 0,405) (2,63 - 1) = \\ &= 0,595 \times 1,63 = 0,97 \text{ t/m}^3. \end{aligned}$$

Diagrama presiunii geologice are aspectul din fig. 2.6, *a*.

b) Dacă apa exercită subpresiunea asupra argilei prăfoase, acest strat are, ca și cel de nisip, greutatea volumetrică în stare imersată, adică:

$$\begin{aligned} \gamma_1 + (1 - n_1) (\gamma_{s1} - 1) &= (1 - 0,512) (2,70 - 1) = \\ &= 0,488 \times 1,70 = 0,83 \text{ t/m}^3 \end{aligned}$$

iar presiunea geologică variază conform diagramei din fig. 2.6, *b*.

Presiunea exercitată asupra stîncii de către straturile de pămînt de deasupra se obține adăugînd la valoarea presiunii geologice presiunea hidrostatică datorită pînzei de apă liberă (în grosime de 4 m în cazul *a* și 7,8 m în cazul *b*).

$$\sigma_{sa} = 1,30 + 0,40 = 1,70 \text{ t/m}^2;$$

$$\sigma_{sb} = 0,92 + 0,78 = 1,70 \text{ t/m}^2.$$

Se vede că presiunea este aceeași în ambele cazuri.

Exemplul 2.6. Se dau pământurile argiloase caracterizate prin indicele de plasticitate I_p și limita superioară de plasticitate w_L potrivit tabelului următor :

$$\text{pământ } a \quad I_p = 45\% \quad w_L = 60\%;$$

$$\text{pământ } b \quad I_p = 15\% \quad w_L = 45\%;$$

$$\text{pământ } c \quad I_p = 15\% \quad w_L = 30\%.$$

Să se clasifice pământurile conform STAS 1917-61.

Rezolvare. Conform clasificării STAS 1917-61 pământul a este argilă grasă. După clasificarea unificată din S.U.A. :

$$45 = I_p > 0,73(w_L - 20) = 29,2$$

și

$$w_L = 60 > 50$$

deci se notează CH (argilă cu plasticitate ridicată);

— pământul b , conform STAS 1917-61 se încadrează la pământuri cu plasticitate mare (argilă).

Conform clasificării unificate americane :

$$w_L < 50$$

$$I_p = 15 < 0,73(45 - 20) = 18,2,$$

deci ML, adică praf cu plasticitate redusă;

— pământul c , conform STAS este un pământ cu plasticitate mijlocie.

Potrivit clasificării unificate din S.U.A. :

$$w_L < 50\%$$

$$I_p = 15 > 0,73(30 - 20),$$

deci CL, adică argilă cu plasticitate redusă.

Exemplul 2.7. Un pământ argilos are umiditatea de higroscopicitate $w_h = 2,1\%$, iar limitele de plasticitate $w_L = 58,6\%$ și $w_p = 23,1\%$, indicii de consistență fiind $I_c = 0,44$.

a) Să se caracterizeze pământul respectiv conform STAS 1917-61.

b) Să se calculeze cantitatea de apă din 2 kg de pământ când acesta are umiditate de higroscopicitate, $w_p - w_h$ și $w - w_p$.

Rezolvare. a) Indicele de plasticitate al pământului este :

$$I_p = w_L - w_p = 58,6 - 23,1 = 35,5.$$

Este vorba deci despre o argilă cu plasticitate foarte mare, în stare plastic-moale ($I_c = 0,44$).

b) Valoarea umidității se calculează cu expresia :

$$w = w_L - I_c(w_L - w_p) = 58,6 - 0,44(58,6 - 23,1) = 43,0\%.$$

Dacă se notează cu G_t , G_s și G_a greutatea totală, a părții solide și a apei din proba de pământ, valoarea acestora din urmă este (pentru $G_t = 2$ kg) :

$$G_a = G_t \frac{w}{1 + w} = 2,0 \frac{0,43}{1 + 0,43} = 0,6 \text{ kg.}$$

Greutatea părții solide :

$$G_s = G_t - G_a = 2,0 - 0,6 = 1,4 \text{ kg.}$$

În aceste condiții, cantitatea de apă de higroscopicitate este :

$$G_{ah} = w_h G_s = 0,021 \times 1,4 = 0,029 \text{ kg.}$$

Cantitatea de apă pînă la limita inferioară de plasticitate (w_p) este :

$$G_{ap} = (w_p - w_h) G_s = (0,231 - 0,021) 1,4 = 0,295 \text{ kg,}$$

restul de apă legată este :

$$G_a - G_{ap} = 0,6 - 0,324 = 0,276 \text{ kg.}$$

Exemplul 2.8. Pentru pământul din problema precedentă, să se calculeze :

a) cantitatea de apă care trebuie adăugată la cele 2 kg de pământ, pentru a-i reduce indicele de consistență la 0,20;

b) cantitatea minimă de apă pe care trebuie s-o piardă, pentru a trece în stare de consistență plastic-vîrtoasă.

Rezolvare. a) Cantitatea de apă corespunzătoare unui indice de consistență dat se determină cu formula :

$$G_{aI_c} = G_s[w_L - I_c(w_L - w_p)],$$

deci, pentru $I_c = 0,20$,

$$G_{a0,20} = 1,4[0,586 - 0,20(0,586 - 0,231)] = 0,722 \text{ kg.}$$

Prin urmare va trebui să se mai adauge :

$$G_{a0,20} - G_a = 0,722 - 0,6 = 0,122 \text{ kg apă.}$$

b) Pentru a trece în stare plastic-vîrtoasă, trebuie ca $I_c \geq 0,75$, pentru care corespunde o cantitate de apă

$$G_{a0,75} = 1,4 [0,586 - 0,75 (0,586 - 0,231)] = 0,446 \text{ kg.}$$

Pentru a deveni plastic-vîrtos, pămîntul trebuie să piardă :

$$G_a - G_{a0,75} = 0,6 - 0,446 = 0,154 \text{ kg apă.}$$

Exemplul 2.9. Se constată că un anumit pămînt se menține saturat pînă cînd umiditatea lui scade pînă la limita de contracție. O probă saturată din acest pămînt are greutatea de 90 g și umiditatea de 41,0%. După uscare completă, proba rămîne cu un volum de 31 cm³. Să se determine limita de contracție (greutatea specifică a pămîntului $\gamma_s = 2,70 \text{ g/cm}^3$).

Rezolvare. Greutatea părții solide din probă, este :

$$G_s = \frac{G_t}{1 + w} = \frac{90}{1 + 0,41} = 63,8 \text{ g.}$$

Volumul părți solide :

$$V_s = \frac{G_s}{\gamma_s} = \frac{63,8}{2,70} = 23,65 \text{ cm}^3.$$

Volumul apei din probă la limita de contracție este :

$$V_{as} = V_{ts} - V_s = 31 - 23,65 = 7,35 \text{ cm}^3$$

avînd greutatea $G_{as} = 7,35 \text{ g}$, deci limita de contracție este :

$$w_s = \frac{G_{as}}{G_s} = \frac{7,35}{63,8} = 0,115 = 11,5\%.$$

Exemplul 2.9. Pentru fundarea unei construcții avînd dimensiunile în plan $15,00 \times 60,00 \text{ m}$ pe un strat de loess sensibil la înmuiere de grosime $h = 10,00 \text{ m}$, cu o porozitate de 52% și o umiditate de 10%, s-a prevăzut compactarea cu piloți de pămînt.

Să se calculeze numărul de piloți necesari și cantitatea de pămînt care trebuie adusă din afară.

Rezolvare. Din experiențe reiese că în general pământul pierde sensibilitatea la înmuiere dacă porozitatea sa este sub 40%. De asemenea, s-a stabilit că pământul introdus în găurile create pentru piloți prin înfigerea unui corp tare poate fi compactat pînă la o porozitate de 38% avînd o umiditate de 14%. Este necesar ca suprafața compactată să întreacă pe cea clădită cu cel puțin 3,00 m pe fiecare latură. Găurile care se pot executa pe șantier au un diametru de $\varnothing 40$ cm.

Suprafața compactată:

$$A_c = (15 + 2 \times 3,00) (60 + 2 \times 3,00) = 1\,386 \text{ m}^2 \approx 1\,400 \text{ m}^2.$$

Volumul de compactat:

$$V_c = 1\,400 \times 10,00 = 14\,000 \text{ m}^3.$$

Volumul părții solide în volumul necompactat

$$V_s = V_c (1 - n) = 14\,000 (1 - 0,52) = 6\,760 \text{ m}^3.$$

Material solid în volumul compactat:

$$V'_s = V (1 - n) = 14\,000 (1 - 0,40) = 8\,400 \text{ m}^3.$$

Trebuie adusă deci o cantitate de

$$V''_s = 8\,400 - 6\,760 = 1\,640 \text{ m}^3$$

de substanță solidă care cîntărește

$$G_s = 1\,640 \times 2,7 = 4\,430 \text{ t}$$

sau ținînd seama că umiditatea materialului trebuie să fie de 14%

$$G'_s = 4\,430 \times 1,14 = 5\,050 \text{ t}.$$

Într-o gaură de foraj intră următoarea cantitate:

$$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 10 = \frac{\pi \cdot 0,4^2}{4} \cdot 10 = 1,26 \text{ m}^3;$$

acest volum umplut cu pământ de 14% umiditate compactat la 38% are greutatea

$$G_1 = 1,26 \times 2,7 (1 - 0,38) (1 + 0,14) = 2,40 \text{ t},$$

deci totalul găurilor necesare

$$n = \frac{5\,050}{2,40} = 2\,120 \text{ bucăți.}$$

Pe un metru pătrat revine

$$n_1 = \frac{2\,120}{1\,400} = 1,52 \text{ bucăți.}$$

Pe o suprafață de $21,00 \times 66,00$ se vor executa deci 26×81 piloți de pământ cu găuri de $\varnothing 40$ cm; în fiecare din aceste găuri vor trebui să intre 2,4 t de pământ avînd o umiditate de 14%.

Dacă pământul în carieră are o umiditate de 10%, atunci va trebui adăugată în total o cantitate de

$$4\,430 \times 0,04 = 176 \text{ m}^3 \text{ apă.}$$

3

COMPRESIBILITATEA PĂMÎNTURILOR

La pămînturi, compresibilitatea se studiază în general prin încercări în *edometru*, aparat în care probele, de formă cilindrică, sînt supuse unei comprimări axiale, deformația laterală fiind complet împiedicată.

În cazuri speciale, compresibilitatea poate fi determinată și în aparatul de compresiune monoaxială, în care deformația laterală este liberă, sau în aparatul triaxial, în care sînt posibile de asemenea deformări laterale, dar limitate, în funcție de presiunea laterală aplicată asupra probei.

În problemele dificile de fundare sau în cazul pămînturilor cu structură foarte sensibilă, compresibilitatea se poate determina prin încărcări pe placă, direct pe teren.

Deformația pămîntului datorită compresibilității, în funcție de presiune, se reprezintă prin curbe de compresiune-tasare sau de compresiune-porozitate.

Principalii coeficienți de compresibilitate ai pămîntului sînt:

1) **Tasarea specifică ε :**

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta e}{1 + e}, \quad [\%] \quad (3.1)$$

în care:

Δh este tasarea probei de înălțime h măsurată în edometru sub încărcarea p ;

Δe — variația indicelui porilor e sub încărcarea p .

Pe baza valorii tasării specifice sub presiunea $p = 2 \text{ kg/cm}^2$, (ε_2) pământurile se clasifică astfel:

$\varepsilon_2 < 0,5\%$ incompresibil;

$0,5 < \varepsilon_2 < 2,0\%$ compresibilitate redusă;

$2,0 < \varepsilon_2 < 6,0\%$ compresibilitate medie;

$\varepsilon_2 > 6,0\%$ compresibilitate mare.

2) Coeficientul de compresibilitate definit de relația

$$a = \frac{de}{dp} [\text{cm}^2/\text{kg}] \quad (3.2)$$

în care: de este variația indicelui porilor;

dp — variația presiunii aplicate.

Relația dintre presiunea p și indicele porilor e se definește și prin formula:

$$e = e_1 - C_c \ln p/p_1 \quad (3.3)$$

în care: e_1 este indicele porilor corespunzător presiunii $p = p_1 = 1,00 \text{ kg/cm}^2$;

C_c — un coeficient care reprezintă diferența între valorile indicelui porilor corespunzătoare unei diferențe de presiune;

$p_1 - p_2$, unde $p_1 = 1 \text{ kg/cm}^2$ și $p_2 = 2,72 \text{ kg/cm}^2$.

Relațiile date se referă la compresiunea în edometru. În mod curent, se presupune că relația $e = f(p)$ poate fi reprezentată printr-o succesiune de segmente de dreaptă, astfel încât coeficientul de compresibilitate a are diferite valori, în funcție de intervalul de presiuni p considerat.

În fiecare interval, a se calculează cu relația:

$$a = \frac{e_1 - e_2}{p_2 - p_1} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{p_2 - p_1} (1 + e_0) \quad (3.4)$$

ε_1 și ε_2 fiind tasările specifice înregistrate în edometru pentru presiunile p_1 și p_2 ;

e_1 și e_2 — indicele porilor realizat sub presiunile p_1 și p_2 ;

e_0 — indicele porilor inițial al probei.

În funcție de valoarea coeficientului de compresibilitate, pământul se poate caracteriza în mod aproximativ astfel:

$a \approx 0,001 \text{ cm}^2/\text{kg}$ pământ puțin compresibil;

$a \approx 0,01 \text{ cm}^2/\text{kg}$ pământ compresibil;

$a \approx 0,1 \text{ cm}^2/\text{kg}$ pământ foarte compresibil.

3) Coeficientul de presiune laterală este definit de relația :

$$K_0 = \frac{q}{p} = \frac{\nu}{1 - \nu}, \quad (3.5)$$

în care: p este presiunea axială exercitată asupra unui volum de pământ, cilindric sau prismatic;

q — presiunea laterală exercitată pe același volum de pământ, în cazul cînd deformația laterală este împiedicată;

ν — coeficientul de deformare laterală (coeficientul lui Poisson).

Valorile ν și K_0 , corespunzînd diferitelor tipuri de pămînturi sînt următoarele:

	ν	K_0
bolovănișuri și pietrișuri	0,27	0,35—0,40
nisipuri și pămînturi slab coezive	0,30	0,40—0,45
pămînturi de coeziune mijlocie	0,35	0,30—0,55
pămînturi foarte coezive	0,42	0,70—0,75.

4) Modulul de deformație liniară al pămînturilor (similar modulului de elasticitate la celelalte materiale), în kg/cm², determinat prin încărcare cu placă pe teren

$$E = \frac{P(1 - \nu^2)}{sd} \omega, \quad (3.6)$$

în care: P este încărcarea pe o placă rigidă în kg, care produce o tasare s a plăcii, în cm;

d — diametrul plăcii rotunde sau latura unei plăci pătrate în cm;

ω — coeficient care depinde de forma plăcii;

$\omega = 1,00$ pentru plăci circulare;

$\omega = 0,88$ pentru plăci pătrate.

Pentru valorile presiunilor transmise în mod obișnuit de construcții, pămînturile pot fi socotite medii liniar deformabile, la care se poate aplica legea generalizată a lui Hooke

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)], \quad (3.7)$$

în care: ε_z este deformația specifică pe direcția z ;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — eforturile unitare pe cele trei direcții rectangulare;

E — modulul de deformație liniară.

Între coeficienții caracteristici ai pământului, enumerați mai înainte, există relația:

$$E = \frac{1+e}{a} \cdot \frac{(1-K_0)(1+2K_0)}{1+K_0} = \frac{1+e}{a} \cdot \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} = \frac{p}{\varepsilon} \cdot \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \quad (3.8)$$

În calcule preliminare de tasare se acceptă adoptarea valorilor E din tabela 3.1. [8].

Tabela 3.1

Valorile modulului de elasticitate

Denumirea pământurilor	Valoarea E pentru indicele porilor e					
	0,41— 0,50	0,51— 0,60	0,61— 0,70	0,71— 0,80	0,81— 0,95	0,95— 1,1
<i>Pământuri necoezive</i>						
Pietrișuri și nisipuri mari	460	400	330	—	—	—
Nisipuri medii	460	400	330	—	—	—
Nisipuri fine	370	280	240	—	—	—
Nisipuri prăfoase	140	120	100	—	—	—
<i>Pământuri coezive</i>						
$9,5 \leq w_p \leq 12,4$	230	160	130	—	—	—
$12,5 \leq w_p \leq 15,4$	350	210	150	120	—	—
$15,5 \leq w_p \leq 18,4$	—	300	190	130	100	80
$18,5 \leq w_p \leq 22,4$	—	—	300	180	130	90
$22,5 \leq w_p \leq 26,4$	—	—	—	260	160	110
$26,5 \leq w_p \leq 30,4$	—	—	—	—	220	140

Observații: Caracteristicile geotehnice din această tabelă se referă la următoarele pământuri:

a) Pământurile nisipoase sînt cuarțoase, cu granulele de formă diferită avînd maximum 20% feldspați și maximum 5% alte minerale (mică, glauconit etc.), independent de umiditate.

b) Valorile modulului de deformare liniară pentru pietrișuri și nisipuri mari și medii sînt date pentru un coeficient de neuniformitate $U = \frac{d_{60}}{d_{10}} \leq 3$. Pentru $U = \frac{d_{60}}{d_{10}} \geq 6$ valorile din tabelă trebuie micșorate de trei ori, iar cînd $3 \leq \frac{d_{60}}{d_{10}} \leq 6$ ele se interpolează liniar.

c) Pământurile argiloase sînt de formație cuaternară, avînd maximum 5% substanțe organice și resturi de plante, iar gradul de umiditate minimum 80%.

d) Valorile din tabelă nu se aplică la pământuri argiloase avînd indicele de consistență $I_c < 0,25$.

5) **Modulul de deformăție edometric** M , în kg/cm^2 , se exprimă prin formula:

$$M = \frac{p_1 - p_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} = \frac{1 + e}{a} \quad (3.9)$$

în care: ϵ_1 și ϵ_2 sînt tasările specifice, măsurate în edometru pentru presiunile p_1 și respectiv p_2 .

Experiențele arată însă că pentru pămînturi coezive relația între E și M spre deosebire de cea definită teoretic prin expresia (3.8) poate fi aproximată cu:

$$E = M \cdot M_0 \quad (3.10)$$

unde: M_0 este un coeficient dat în tabela 3.2.

Tabela 3.2

Valoarea corecției M_0

w_p	$0,41 < e < 0,50$	$0,51 < e < 0,60$	$0,61 < e < 0,70$	$0,71 < e < 0,80$	$0,81 < e < 0,95$
9,5 — 12,4	1,60	1,50	1,40	—	—
12,5 — 15,4	2,60	1,80	1,60	1,40	—
15,5 — 18,4	—	2,5	2,10	1,50	1,30
18,5 — 22,4	—	—	2,70	2,00	1,90

6) În cazul cînd se poate admite o relație liniară între variația presiunii și a indicelui porilor, în ipoteza deformației laterale împiedicate, relația generală de dependență dintre indicele porilor și eforturile unitare din pămînt este:

$$e - e_0 = \frac{a}{1 + (n - 1) K_0} \theta \quad (3.11)$$

în care: θ este suma eforturilor principale în punctul considerat;

e_0 — indicele porilor pentru $\theta = 0$;

n — numărul dimensiunilor în care se studiază problema ($n = 1$ axială; $n = 2$ plană; $n = 3$ spațială); potrivit acestei relații îndesarea pămîntului, exprimată prin indicele porilor, este univoc determinată de suma eforturilor principale.

7) Pentru pămînturile sensibile la înmuiere se definește drept tasare specifică la înmuiere la presiunea p , (i_{mp}), tasarea specifică suplimentară provocată prin înmuierea pămîntului de o presiune p [8].

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 3.1. Să se calculeze caracteristicile de compresibilitate M , a , E ale unui pămînt care înregistrează următoarele tasări specifice: pentru presiunea de $1,0 \text{ kg/cm}^2$, ϵ este $2,5\%$; la $1,5 \text{ kg/cm}^2$, ϵ este $3,7\%$; la 2 kg/cm^2 , ϵ este $4,5\%$; la $2,5 \text{ kg/cm}^2$, ϵ este 5% ; la 3 kg/cm^2 , ϵ este $5,3\%$.

Indicele porilor inițial $e_0 = 0,70$. Coeficientul de deformare laterală $\nu = 0,4$ și $w_p = 18\%$.

Calculul se va face în următoarele ipoteze:

- a) determinarea este efectuată în edometru;
- b) determinarea este efectuată într-un aparat monoaxial;
- c) determinarea este efectuată într-un aparat triaxial, presiunea laterală fiind de $0,5 \text{ kg/cm}^2$.

Rezolvare. a) Modulul de deformare liniară E se poate calcula cu formula (3.8):

$$E = \frac{p}{\varepsilon} \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu} = 0,47 \frac{p}{\varepsilon}.$$

Modulul de deformare edometric M și coeficientul de compresibilitate a se calculează cu formula (3.9). De asemenea, valoarea aproximativă a modului de deformare liniară E se calculează cu formula (3.10). M_0 fiind egal cu 2,1.

b) În aparatul monoaxial $\sigma_x = \sigma_y = 0$, iar expresia legii lui Hooke devine:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$$

sau, cu notațiile obișnuite în geotehnică ($\sigma_z = p$),

$$E = \frac{p}{\varepsilon_z}.$$

c) În aparatul triaxial, la presiunea laterală,

$$\sigma_x = \sigma_y = 0,5 \text{ kg/cm}^2;$$

se poate scrie:

$$E = \frac{1}{\varepsilon_z} [p - \nu(0,5 + 0,5)] = \frac{1}{\varepsilon_z} (p - 1,0 \nu).$$

Rezultatele numerice pentru cele trei cazuri ale problemei sînt redată în tabela 3.3.

De aici rezultă necesitatea precizării metodei experimentale de obținere a coeficienților de compresibilitate.

Exemplul 3.2. Curba de compresiune-porozitate a unui pămînt are următoarele caracteristici: pentru $p_1 = 1 \text{ kg/cm}^2$, $e_1 = 0,80$, iar pentru $p_2 = 2 \text{ kg/cm}^2$, $e_2 = 0,70$. Să se determine coeficienții de compresibilitate ai materialului, în ipoteza că relația compresiune-porozitate este logaritmică.

T a b e l a 3.3

Presiunea, p , kg/cm ²	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Tasarea specifică ε , %	2,5	3,7	4,5	5,0	5,3
a) E , kg/cm ²	19,6	29,4	47,0	78,5	
M , kg/cm ²	41,6	62,5	100,0	166,7	
a , cm ² /kg	0,041	0,027	0,017	0,010	
$E = M \cdot M_0$, kg/cm ²	87,0	131,0	210,0	350,0	
b) E , kg/cm ²	40,0	40,5	44,5	50,0	56,6
c) E , kg/cm ²	24,0	29,7	35,6	42,0	49,0

Rezolvare. Ecuația logaritmică este

$$e = e_1 - C_c \ln p/p_1.$$

Determinarea constantei C_c :

$$e_2 = 0,80 - C_c \ln p_2/p_1$$

$$0,70 = 0,80 - C_c \ln 2$$

$$C_c = \frac{0,10}{0,693} = 0,144.$$

Ecuația este deci:

$$e = 0,80 - 0,144 \ln p.$$

Pentru $p_3 = 3$ kg/cm²;

$$e_3 = 0,80 - 0,144 \ln 3 = 0,80 - 0,144 \times 1,099 = 0,64.$$

Exemplul 3.3. Un strat de pământ avînd grosimea $h = 2,50$ m și a cărei curbă de compresiune-porozitate este dată în fig. 3.1, este supus unui efort unitar mediu de compresiune de 1,2 kg/cm². Cu cît se va tasa acest strat, cînd încărcarea crește la 2,5 kg/cm²?

Rezolvare. La cele două presiuni indicate corespund valorile:

$$e_{1,2} = 0,93 \text{ și } e_{2,5} = 0,84.$$

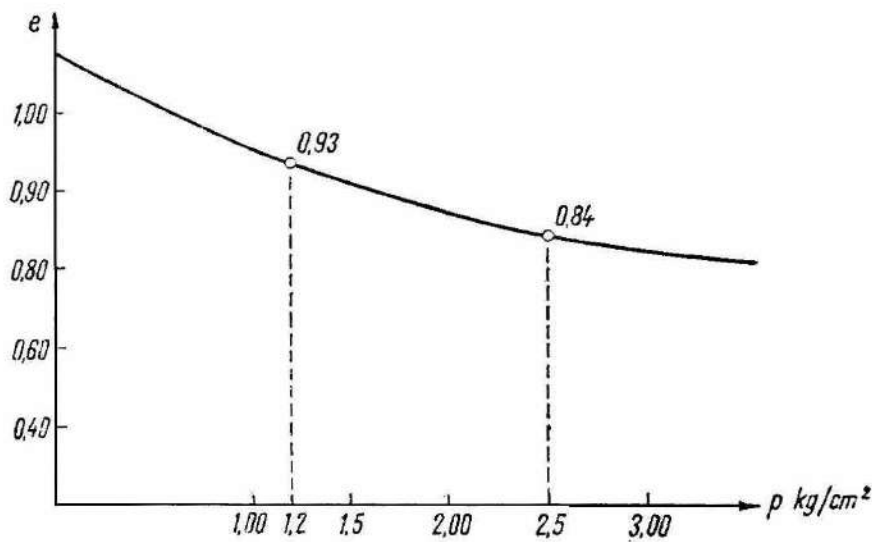


Fig. 3.1

Tasarea stratului este:

$$\begin{aligned}
 s &= \frac{\Delta h}{h} h = \varepsilon \cdot h = \frac{\Delta e}{1 + e} h = \frac{e_{1,2} - e_{2,5}}{1 + e_{1,2}} \cdot h = \\
 &= \frac{0,93 - 0,84}{1 + 0,93} \times 2,50 = 0,117 \text{ m.}
 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Exemplul 3.4. Un strat de pământ este supus unei încărcări care provoacă eforturi unitare principale a căror sumă este egală cu $2,5 \text{ kg/cm}^2$. Curba de compresiune-porozitate a pământului este dată în fig. 3.2. Să se calculeze porozitatea finală și tasarea acestui strat, în grosime de $0,50 \text{ m}$, în urma încărcării. Coeficientul de presiune laterală în stare de repaos al pământului este $K_0 = 0,72$. Se vor examina problemele spațială, plană și axială.

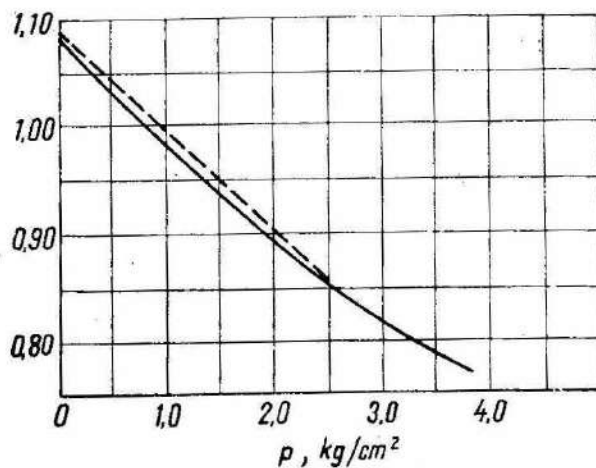


Fig. 3.2

Rezolvare. În intervalul de presiune $0-2,5 \text{ kg/cm}^2$, curba de variație a indicelui porilor poate fi asimilată cu o dreaptă

$$a = \frac{\Delta e}{\Delta p} = \frac{1,08 - 0,86}{2,5} = 0,088.$$

Din expresia (3.11) se deduce:
— pentru problema spațială ($n = 3$)

$$\begin{aligned}
 e_{sp} &= 1,08 - \frac{0,088}{1 + (2 \times 0,72)} \times \\
 &\quad \times 2,5 = 0,99;
 \end{aligned}$$

— pentru problema plană ($n = 2$)

$$e_{pl} = 1,08 - \frac{0,088}{1 + 0,72} \times 2,5 = 0,952;$$

— pentru problema axială ($n = 1$)

$$e_{ax} = 1,08 - 0,088 \times 2,5 = 0,86.$$

Tasarea stratului se calculează cu formula (3.12);

— pentru problema spațială

$$\Delta h_{sp} = \frac{1,08 - 0,99}{1 + 1,08} \times 0,50 = 0,022 \text{ m};$$

— pentru problema plană

$$\Delta h_{pe} = \frac{1,08 - 0,952}{1 + 1,08} \times 0,50 = 0,031 \text{ m};$$

— pentru problema axială

$$\Delta h_{ax} = \frac{1,08 - 0,86}{1 + 1,08} \times 0,50 = 0,053 \text{ m}.$$

Exemplul 3.5. Curba de tasare a unei probe de loess, comprimată sub presiunea de $3,0 \text{ kg/cm}^2$ și apoi inundată, este dată în fig. 3.3. În fig. 3.4. este dată curba tasărilor specifice prin înmuiere ale aceluiași material, în funcție de presiune.

a) Să se calculeze tasarea suplimentară a unui strat de $2,5 \text{ m}$ grosime din loessul respectiv, în urma înmuierii sub o presiune de $2,0 \text{ kg/cm}^2$.

b) Să se calculeze tasarea stratului sub încărcarea de $3,0 \text{ kg/cm}^2$, înainte și după înmuiere, precum și în cazul când, după ce înmuierea a avut loc la $3,0 \text{ kg/cm}^2$, presiunea crește la $4,0 \text{ kg/cm}^2$.

Rezolvare. a) Tasarea specifică suplimentară prin înmuiere pentru $2,0 \text{ kg/cm}^2$ este (fig. 3.4): $i_{m2} = 5,5\%$.

Tasarea totală

$$s = i_{m2} \cdot h = \frac{5,5}{100} \times 2,5 = 0,137 \text{ m}.$$

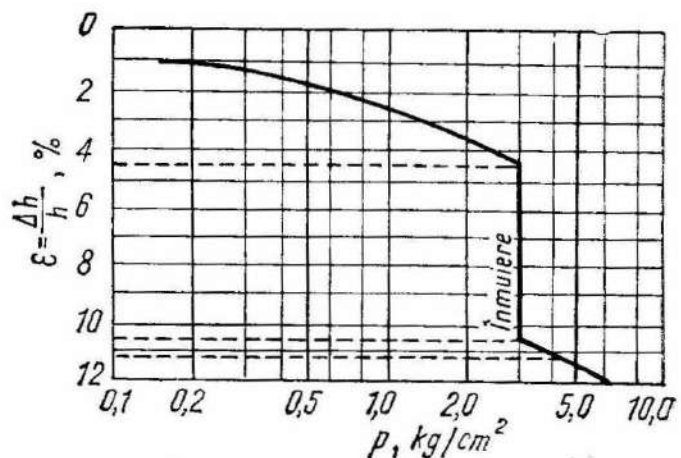


Fig. 3.3

b) Tasarea stratului pentru $p = 3 \text{ kg/cm}^2$ este (fig. 3.3):
— înainte de înmuiere:

$$s = \frac{4,5}{100} \times 2,5 = 0,112 \text{ m};$$

— după înmuiere (i_{m3} rezultă din fig. 3.4 egal cu 6%):

$$s = \frac{4,5 + 6,0}{100} \times 2,5 = 0,262 \text{ m};$$

— după creșterea presiunii la $4,0 \text{ kg/cm}^2$ tasarea suplimentară specifică devine egală (v. fig. 3.3) cu 0,6%

$$s = \frac{4,5 + 6,0 + 0,6}{100} \times 2,5 = 0,278 \text{ m}.$$

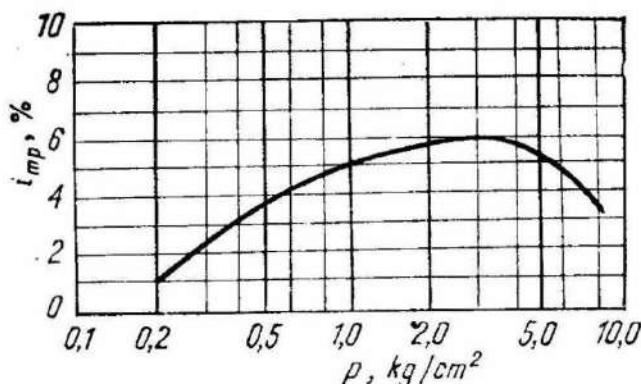


Fig. 3.4

Exemplul 3.6. Pentru determinarea valorii E a unui pământ s-au efectuat opt încercări. Valorile sînt date în tabela 3.4. Să se stabilească pe baza unui calcul statistic valoarea medie și valoarea de calcul E a pământului respectiv.

Rezolvare. Rezultatele calculurilor sînt date în tabela 3.4.

$$A = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1\,338}{8} = 167 \text{ kg/cm}^2.$$

Abaterea standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (A - x_i)^2}{(n - 1)}} = \sqrt{\frac{2\,008}{7}} = 16,9.$$

Eroarea probabilă a mediei:

$$p = 0,6745 \sqrt{\frac{(A - x_i)^2}{n(n - 1)}} \approx 4,0$$

$$\begin{aligned} E_{med} &= A \pm p = \\ &= (167 \pm 4) \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

Valoarea de calcul:

$$E_{calc} = K \cdot E_{med}$$

Tabela 3.4

x_i	$(A - x_i)$	$(A - x_i)^2$
147	20	400
150	17	289
156	11	121
162	5	25
168	1	1
175	8	64
185	18	324
195	28	784
$\sum x_i = 1\,338$	$\sum (A - x_i)^2 = 2\,008$	

în care :

$$K = 1 - \frac{\sigma}{A} = 1 - \frac{16,9}{167} = 0,90$$

$$E_{calc} = 167 \times 0,90 = 150 \text{ kg/cm}^2.$$

4

REZISTENȚA LA TĂIERE A PĂMÎNTURILOR

Ruperea pământurilor se produce prin depășirea rezistenței la tăiere, care se dezvoltă la suprafețele de contact dintre particulele solide. Rezistența la tăiere este datorită frecării între particule și coeziunii provenită din interacțiunea forțelor electrochimice la suprafețele particulelor și a complexelor lor de adsorbție. Forțele exterioare care solicită masivele de pământ și care pot produce ruperea acestor pământuri sînt constituite din greutatea proprie, sarcinile transmise de fundațiile construcțiilor precum și din forțele hidrodinamice.

Rezistența la tăiere se caracterizează printr-o relație de forma

$$\tau_f = f(\sigma) \quad (4.1)$$

în care σ este efortul unitar de compresiune în secțiunea în care apare efortul tangențial de rupere τ_f .

Reprezentarea grafică a acestei relații se numește *curba intrinsecă a materialului*. La pământuri, pentru presiunile întâlnite curent în practică (de ordinul a cîtorva kg/cm^2) curba intrinsecă este prezentată schematic ca o dreaptă (fig. 4.1), denumită *dreapta lui Coulomb*, avînd ecuația :

$$\tau_f = f\sigma + c = \sigma \operatorname{tg} \Phi + c \quad (4.2)$$

în care : f este coeficientul de frecare internă;

Φ — unghiul de frecare internă;

c — coeziunea pământului.

Coeficienții rezistenței la tăiere ai pământurilor se determină cu unul dintre următoarele aparate.

a) *Aparat de forfecare cu plan obligat*. Pentru probă din același material se determină, pentru cel puțin

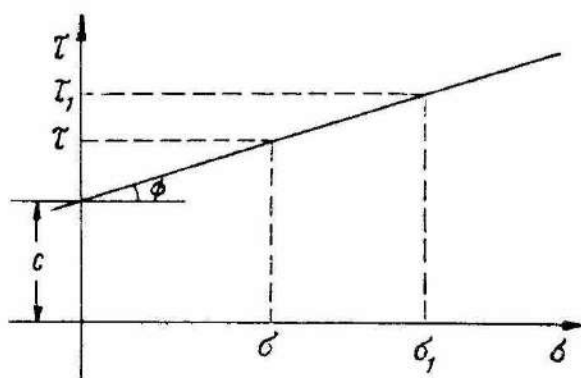


Fig. 4.1

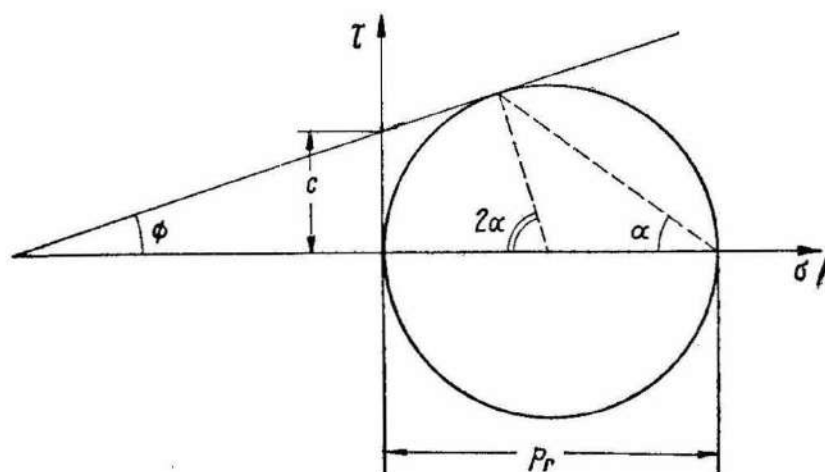


Fig. 4.2

două valori ale compresiunii σ , valorile corespunzătoare τ , pe baza cărora se trasează dreapta lui Coulomb.

b) *Aparat de compresiune monoaxială.* Pe o probă cilindrică de pământ, comprimată pe direcția axei verticale, se determină presiunea de rupere p_r și se măsoară unghiul α făcut de planul de rupere al probei cu verticala. Coeficienții rezistenței la tăiere sînt dați în relațiile (fig. 4.2):

$$\Phi = 90 - 2\alpha; \quad (4.3)$$

$$c = \frac{p_r}{2} \operatorname{tg} \alpha = \frac{p_r}{2} \cdot \frac{1 - \sin \Phi}{\cos \Phi} \quad (4.4)$$

c) *Aparat de compresiune triaxială.* Pe probe de formă cilindrică din același pământ se determină pentru cel puțin două valori ale presiunii laterale p_{l_1} și p_{l_2} valorile corespunzătoare ale presiunii axiale p_{a_1} și p_{a_2} în momentul ruperii. Se trasează cercurile lui Mohr pentru valorile respective (v. și cap. 5). Dreapta lui Mohr este tangenta comună a acestor cercuri (fig. 4.3).

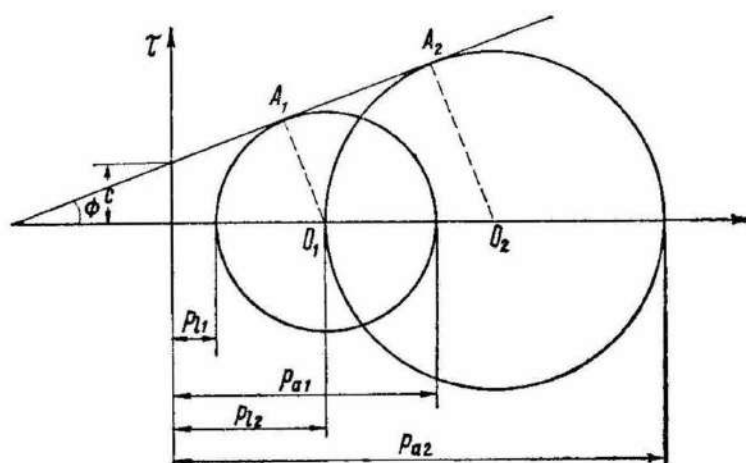


Fig. 4.3

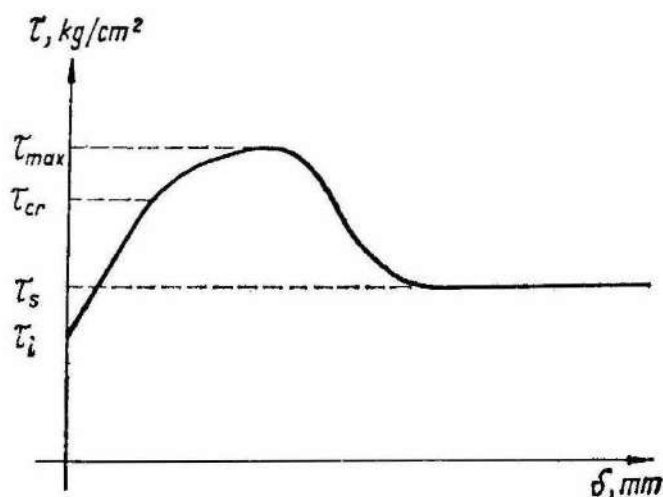


Fig. 4.4

Rezistența la tăiere depinde de starea fizică a pământului (gradul de îndesare la nisipuri, starea de consistență la argile). În acest sens, indicii rezistenței la tăiere pot fi determinați în două ipoteze:

— pentru o anumită stare de îndesare, în care caz toate probele supuse încercării trebuie să aibă aceeași porozitate în momentul ruperii;

— pentru o anumită porozitate inițială: în acest caz porozitatea se reduce, pe măsură ce se aplică eforturi de compresiune din ce în ce mai mari și efortul de rupere este determinat pe probe de diferite porozități.

Relația între efortul unitar tangențial la care este supusă o probă de pământ și deformația corespunzătoare poate fi reprezentată printr-o curbă caracteristică de forma celei din fig. 4.4.

Pe această curbă se deosebesc următoarele valori mai importante ale efortului tangențial:

τ_i , efortul unitar tangențial inițial care reprezintă efortul minim de la care proba începe să se deformeze;

τ_{cr} , efortul unitar tangențial critic care reprezintă efortul de la care deformațiile nu se mai amortizează;

τ_{max} , efortul unitar tangențial maxim care reprezintă efortul minim pentru care ruperea se produce brusc;

τ_s , efortul unitar tangențial stabilizat (sau de regim) care reprezintă efortul unitar tangențial care se menține în pământ după ce ruperea a avut loc.

Unghiul de taluz natural ρ este unghiul maxim față de orizontală, sub care un material necoeziv se poate menține liber, nesprijinit. Acest unghi se poate determina, după necesități, fie în aer, fie în apă. În general, valoarea lui ρ diferă cu puțin față de Φ .

Pentru calcule preliminare la construcțiile importante și în toate fazele de proiectare pentru construcțiile de importanță redusă, se pot folosi valorile normative ale caracteristicilor de rezistență la tăiere a pământurilor date în tabela 4.1.

Tabela 4.1

Denumirea pământurilor		Caracteristicile Φ și c pentru indicele porilor e					
		0,41— 0,50	0,51— 0,60	0,61— 0,70	0,71— 0,80	0,81— 0,95	0,95— 1,10
<i>Pământuri necoezive</i>							
Pietrișuri și nisipuri mari	Φ c	43 —	40 —	38 —			
Nisipuri medii	Φ c	40 —	38 —	35 —			
Nisipuri fine	Φ c	38 0,06	36 0,04	32 0,04			
Nisipuri prăfoase	Φ c	36 0,08	34 0,06	30 0,04			
<i>Pământuri coezive</i>							
$9,5 \leq w_p \leq 12,4$	Φ c	25 0,12	24 0,08	23 0,06			
$12,5 \leq w_p \leq 15,4$	Φ c	24 0,42	23 0,21	22 0,14	21 0,07		
$15,5 \leq w_p \leq 18,4$	Φ c	— —	22 0,5	21 0,25	20 0,19	19 0,11	18 0,08
$18,5 \leq w_p \leq 22,4$	Φ c	— —	— —	20 0,68	19 0,35	18 0,28	17 0,19
$22,5 \leq w_p \leq 25,4$	Φ c	— —	— —	— —	18 0,82	17 0,14	16 0,36
$25,5 \leq w_p \leq 30,4$	Φ c	— —	— —	— —	— —	16 0,94	15 0,47

Observații: Valorile din tabelă se referă la pămînturile care au caracteristicile similare cu cele prezentate în tabela 3.1.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 4.1. Pe probe dintr-un pămînt argilos, încercate în aparatul de tăiere directă, s-au obținut următoarele rezultate:

Încărcarea normală kg	Rezistența la tăiere kg
18	27,8
36	35,3
72	49,0
108	61,2

Secțiunea probelor a fost de 36 cm^2 .

Să se determine coeficienții caracteristici ai rezistenței la tăiere.

Rezolvare. Eforturile unitare corespunzătoare sarcinilor date sînt :

$\sigma \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$\tau_f \text{ (kg/cm}^2\text{)}$
0,5	0,77
1,0	0,98
2,0	1,36
3,0	1,70

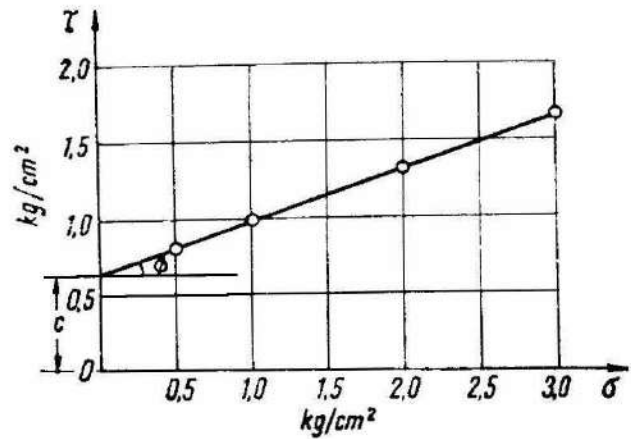


Fig. 4.5

Cu aceste date se trasează dreapta intrinsecă din fig. 4.5, determinîndu-se pe cale grafică unghiul de frecare internă $\Phi = 21^\circ$ și coeziunea $c = 0,6 \text{ kg/cm}^2$.

Exemplul 4.2. Un pămînt argilos are coeficientul de frecare internă $f = 0,325$ și coeziunea $c = 0,4 \text{ kg/cm}^2$. Care trebuie să fie înălțimea minimă a unei probe cilindrice din acest pămînt cu diametrul bazei $d = 4,0 \text{ cm}$, pentru ca planul de rupere, după încercarea în aparatul monoaxial, să nu intersecteze bazele? Care este efortul de rupere al probei?

Rezolvare. Unghiul de frecare internă este $\Phi = 18^\circ$. Pe baza relației (4.3), unghiul făcut de planul de rupere cu verticala este :

$$\alpha = 45^\circ - \frac{\Phi}{2} = 36^\circ.$$

Înălțimea minimă h_{min} care satisface condiția din enunț este :

$$h_{min} = 2 \frac{d}{2} \operatorname{ctg} \alpha = d \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 5,5 \text{ cm}.$$

Pe baza relației (4.4), efortul de rupere al probei este

$$p_r = 2c \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1,1 \text{ kg/cm}^2.$$

Încărcarea corespunzătoare fiind :

$$P_r = p_r \frac{\pi d^2}{4} = 13,8 \text{ kg}.$$

Exemplul 4.3. Trei probe din același pământ, supuse la rupere în aparatul de compresiune triaxială, au dus la următoarele rezultate:

presiunea laterală $p_{l1} = 1,5 \text{ kg/cm}^2$;

presiunea laterală $p_{l2} = 3,0 \text{ kg/cm}^2$;

presiunea laterală $p_{l3} = 4,0 \text{ kg/cm}^2$;

presiunea axială $p_{a1} = 4,5 \text{ kg/cm}^2$;

presiunea axială $p_{a2} = 6,7 \text{ kg/cm}^2$;

presiunea axială $p_{a3} = 8,0 \text{ kg/cm}^2$.

Să se determine coeficienții caracteristici de rezistență la tăiere ai pământului respectiv.

Rezolvare. Cunoscând presiunile p_l și p_a , se trasează cercurile lui Mohr pentru fiecare dintre perechile de valori p_l , p_a . Se observă că pentru un cerc oarecare (fig. 4.6) de ordinul k , valoarea razei este:

$$O_k A_k = \frac{p_{ak} - p_{lk}}{2},$$

iar distanța de la origine pînă la centrul cercului

$$OO_k = \frac{p_{ak} + p_{lk}}{2}.$$

Considerînd două dintre cercuri, de exemplu pe cele avînd centrele în O_1 și O_2 , punctul unde tangenta comună (care în situația de rupere este chiar dreapta intrinsecă) întâlnește axa absciselor fie B ; ducînd prin A_1 o paralelă $A_1 O'_2$ la axa absciselor, se formează triunghiul $A_1 O'_2 A_2$, în care

$$\sin \Phi_{1,2} = \frac{A_2 O'_2}{A_1 O'_2} = \frac{p_{a2} - p_{l2} - p_{a1} + p_{l1}}{p_{a2} + p_{l2} - p_{a1} - p_{l1}},$$

de unde se poate afla valoarea unghiului Φ .

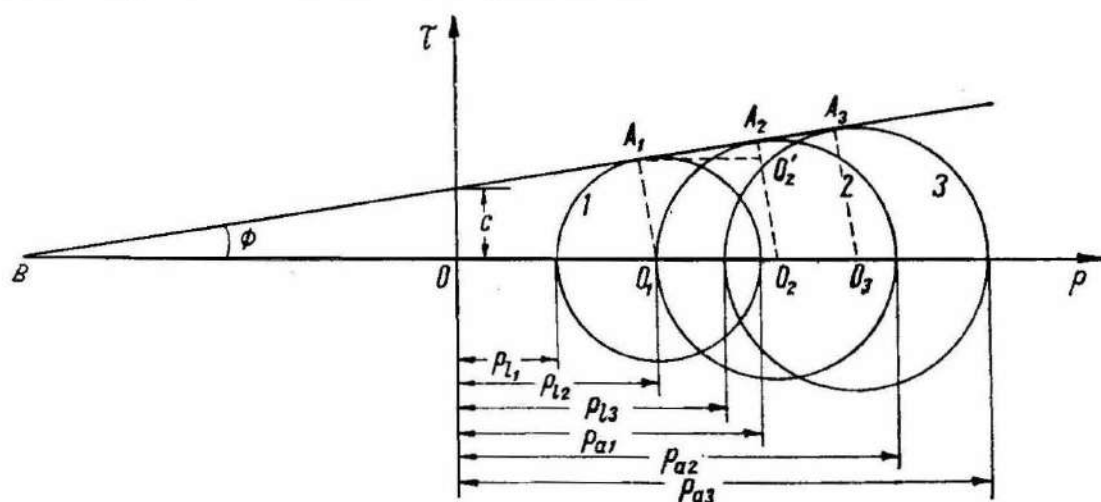


Fig. 4.6

Cunoscînd Φ și ținînd seama că

$$BO = c \cdot \operatorname{ctg} \Phi$$

din triunghiul BO_1A_1 se poate scrie

$$\sin \Phi = \frac{A_1O_1}{BO_1} = \frac{p_{a1} - p_{l1}}{p_{a1} + p_{l1} + 2c \cdot \operatorname{ctg} \Phi},$$

de unde :

$$c = \frac{p_{a1} - p_{l1} - (p_{a1} + p_{l1}) \sin \Phi}{2 \cos \Phi}.$$

Cu datele problemei, considerînd cercurile 1, 2 și 3 două cîte două, se obține :

$$(1), (2) \quad \sin \Phi_{1,2} = \frac{6,7 - 3,0 - 4,5 + 1,5}{6,7 + 3,0 - 4,5 - 1,5} = 0,190; \quad \Phi_{1,2} = 11^\circ;$$

$$(1), (3) \quad \sin \Phi_{1,3} = \frac{8,0 - 4,0 - 4,5 + 1,5}{8,0 + 4,0 - 4,5 - 1,5} = 0,167 \quad \Phi_{1,3} = 9^\circ 40';$$

$$(2), (3) \quad \sin \Phi_{2,3} = \frac{8,0 - 4,0 - 6,7 + 3,0}{8,0 + 4,0 - 6,7 - 3,0} = 0,131; \quad \Phi_{2,3} = 7^\circ 30'.$$

$$\text{Media } \Phi = 9^\circ 20'; \quad \sin \Phi = 0,163; \quad \cos \Phi = 0,987.$$

Pentru calculul coeziunii, se pot folosi valorile respective deduse mai înainte, pentru fiecare dintre perechile de valori p_l, p_a :

$$(1) \quad c_1 = \frac{4,5 - 1,5 - (4,5 + 1,5) 0,163}{2 \times 0,987} = 1,025 \text{ kg/cm}^2;$$

$$(2) \quad c_2 = \frac{6,8 - 3,0 - (6,8 + 3,0) 0,163}{2 \times 0,987} = 1,10 \text{ kg/cm}^2;$$

$$(3) \quad c_3 = \frac{8,0 - 4,0 - (8,0 + 4,0) 0,163}{2 \times 0,987} = 1,04 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{Media } c = 1,055 \text{ kg/cm}^2.$$

În practică, problemele de acest fel se rezolvă în mod curent pe cale grafică, prin trasarea tangentei comune.

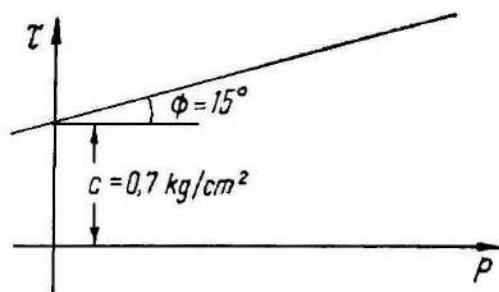


Fig. 4.7

Exemplul 4.4. Un pământ este caracterizat prin dreapta intrinsecă din fig. 4.7.

a) Care trebuie să fie efortul de compresiune aplicat acestui pământ, pentru ca el să reziste la un efort tangențial de $1,4 \text{ kg/cm}^2$, cu un coeficient de siguranță $n_s = 1,5$?

b) Cu cât trebuie mărit efortul de compresiune, pentru ca rezistența la tăiere să crească cu $0,5 \text{ kg/cm}^2$?

Rezolvare. Din examinarea dreptei intrinsece, se constată că indicii rezistenței la tăiere sînt:

$$\Phi = 15^\circ \text{ și } c = 0,7 \text{ kg/cm}^2.$$

a) Efortul tangențial de rupere necesar este

$$\tau_f = \tau \cdot n_s = 1,4 \times 1,5 = 2,1 \text{ kg/cm}^2.$$

Pe baza relației (4.2) se poate scrie:

$$\sigma = \frac{\tau_f - c}{\text{tg } \Phi} = \frac{2,1 - 0,7}{0,268} = 5,22 \text{ kg/cm}^2.$$

b) Scriind relația (4.2) pentru valorile τ_1 și $\tau_2 = \tau_1 + \Delta\tau$ ale rezistenței la tăiere, se ajunge la expresia:

$$\Delta\tau = (\sigma_2 - \sigma_1) \text{tg } \Phi = \Delta\sigma \text{tg } \Phi,$$

de unde:

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta\tau}{\text{tg } \Phi}.$$

Cu datele problemei, pentru o creștere $\Delta\tau = 0,5 \text{ kg/cm}^2$, compresiunea trebuie să crească cu

$$\Delta\sigma = \frac{0,5}{0,268} = 1,87 \text{ kg/cm}^2.$$

Exemplul 4.5. Mai multe probe, în stare saturată, dintr-un pământ cu greutatea specifică $\gamma_s = 2,7 \text{ g/cm}^3$, sînt supuse la diferite presiuni normale și apoi rupte prin forfecare în diferite faze ale procesului de consolidare. Rezultatele obținute sînt date în tabela 4.2.

T a b e l a 4.2

p kg/cm ²	τ_1		τ_2		τ_3		τ_4		τ_5	
	kg/cm ²	w_1 %	kg/cm ²	w_2 %	kg/cm ²	w_3 %	kg/cm ²	w_4 %	kg/cm ²	w_5 %
1,0	0,10	71	0,15	69	0,27	62	0,65	50	0,90	40,5
1,5	0,20	68	0,27	65	0,50	59	1,00	43	1,35	33
2,0	0,27	66	0,45	61	0,80	52,5	1,35	39	1,75	28
2,5	0,40	64	0,68	58,5	1,15	47	1,75	33	2,20	22
3,0	0,60	61	1,00	53	1,62	40	2,25	27	2,75	17

Să se determine indicii rezistenței la tăiere ai acestui pământ pentru porozitățile de 0,45; 0,50 și 0,55.

Rezolvare. Probele fiind saturate, porozitatea lor se poate determina în funcție de umiditatea și de greutatea specifică cu expresia :

$$n = \frac{\gamma_s w_s}{1 + \gamma_s w_s},$$

în care w_s este umiditatea la saturatie.

Rezultatele astfel obținute sînt date în tabela 4.3.

T a b e l a 4.3

p kg/cm ²	n_1 %	n_2 %	n_3 %	n_4 %	n_5 %
1,0	65,6	65,0	62,6	57,4	52,2
1,5	64,8	63,6	61,4	53,6	47,1
2,0	64,1	62,1	58,6	51,3	43,1
2,5	63,3	61,2	55,9	47,1	37,4
3,0	62,1	58,9	51,9	42,2	31,4

Cu aceste date se pot trasa diagramele de variație a rezistenței la tăiere în funcție de porozitate, pentru diferite valori ale presiunii normale (fig. 4.8), iar pe baza acestora se determină dreptele intrinsece în condiții de porozitate constantă, pentru valorile cerute în enunț ($n = 45; 50$ și 55%) (fig. 4.9).

Exemplul 4.6. Un rambleu este executat din nisip cu greutate specifică $\gamma_s = 2,66 \text{ t/m}^3$, unghiul taluzului natural fiind $\rho = 31^\circ$.

a) Știind că înălțimea rambleului este $h = 4,50 \text{ m}$, iar lățimea platformei $b = 6 \text{ m}$, să se determine lățimea bazei rambleului, știind că el este așezat pe un teren orizontal.

b) Cît material este necesar pentru un metru de rambleu, dacă se cere ca nisipul să aibă gradul de îndesare $I_D = 0,90$, porozitatea sa maximă fiind de 48% , iar cea minimă de 29% ?

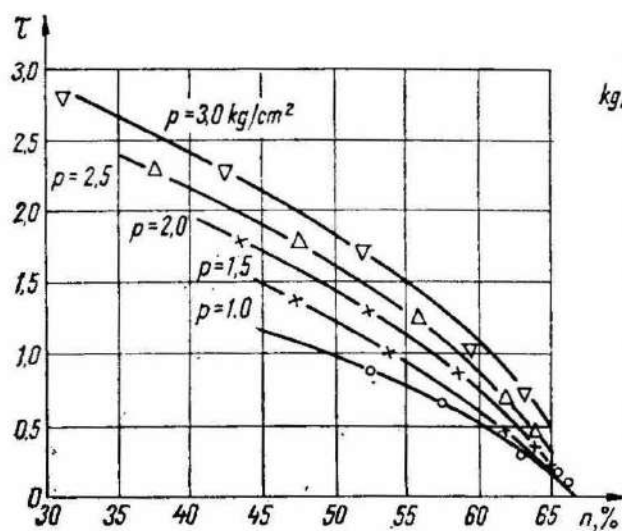


Fig. 4.8

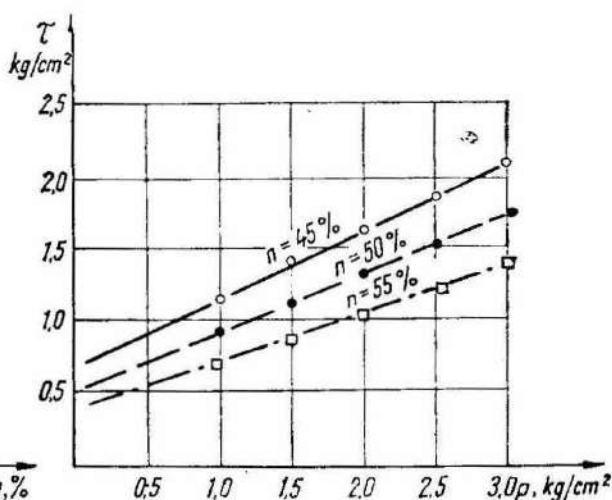


Fig. 4.9

Rezolvare. a) Lățimea bazei rambleului este:

$$B = b + 2h \operatorname{ctg} \rho = 6,00 + 2 \times 4,50 \times 1,664 = 21 \text{ m.}$$

b) Porozitatea nisipului în rambleu se determină astfel:

$$e_{\max} = \frac{n_{\max}}{1 - n_{\max}} = \frac{0,48}{1 - 0,48} = 0,923;$$

$$e_{\min} = \frac{n_{\min}}{1 - n_{\min}} = \frac{0,29}{1 - 0,29} = 0,408;$$

$$e = e_{\max} - I_D(e_{\max} - e_{\min}) = 0,923 - 0,9(0,923 - 0,408) = 0,459;$$

$$n = \frac{e}{1 + e} = \frac{0,459}{1 + 0,459} = 0,315 = 31,5\%.$$

Pentru un metru de rambleu este necesar un volum de nisip

$$V_1 = \frac{B + b}{2} h \times 1 = \frac{21,00 + 6,00}{2} \times 4,50 \times 1 = 60,7 \text{ m}^3.$$

Presupunînd un grad de umiditate $S_r = 0,5$, greutatea volumetrică a nisipului este:

$$\gamma = (1 - n) \gamma_s + 0,5 n \gamma_w$$

$$\gamma = (1 - 0,315) 2,66 + 0,5 \times 0,315 \times 1 = 1,978 \text{ t/m}^3.$$

deci pentru un metru de rambleu sînt necesare

$$G = 60,7 \times 1,978 = 120 \text{ t nisip.}$$

Exemplul 4.7. Să se determine unghiul de frecare internă al unei probe de nisip lipsit de coeziune, care s-a rupt la încercarea în aparatul triaxial, atunci când presiunea axială p_a a fost de trei ori mai mare decât cea laterală p_l .

Rezolvare. Se desenează cercul lui Mohr pentru situația de rupere (criteriul Mohr-Rankine) în ipoteza unui material necoeziv, punîndu-se condiția din enunț (fig. 4.10). Se obține

$$\sin \Phi = \frac{p_a - p_l}{p_a + p_l}$$

în care $p_a = 3p_l$, deci

$$\sin \Phi = \frac{2p_l}{4p_l}$$

iar $\Phi = 30^\circ$.

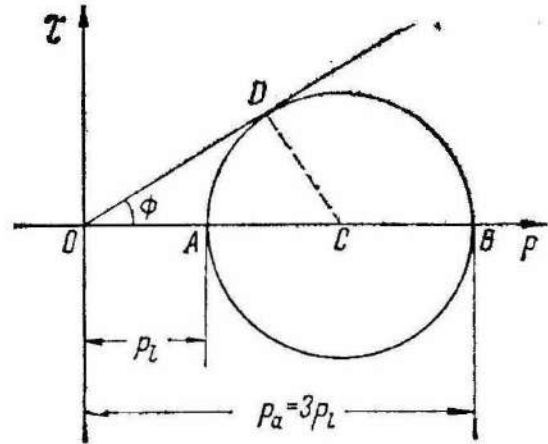


Fig. 4.10

Exemplul 4.8. Pentru determinarea caracteristicilor de calcul ale rezistenței de forfecare a unei argile prăfoase s-au efectuat în laborator șase încercări paralele în aparatul cu plan obligat. Valorile rezistenței la forfecare sînt prezentate în fig. 4.11.

Să se stabilească prin calcul statistic valoarea caracteristicilor Φ și c ale pămîntului respectiv.

Rezolvare. Aplicînd metoda celor mai mici pătrate, valorile Φ și c normate sînt date de expresiile:

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{n \sum_{i=1}^n \sigma_i \tau_i - \sum_{i=1}^n \sigma_i \sum_{i=1}^n \tau_i}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \sigma_i \right)^2},$$

$$c = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \sum_{i=1}^n \tau_i - \sum_{i=1}^n \sigma_i \tau_i \sum_{i=1}^n \sigma_i}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \sigma_i \right)^2}$$

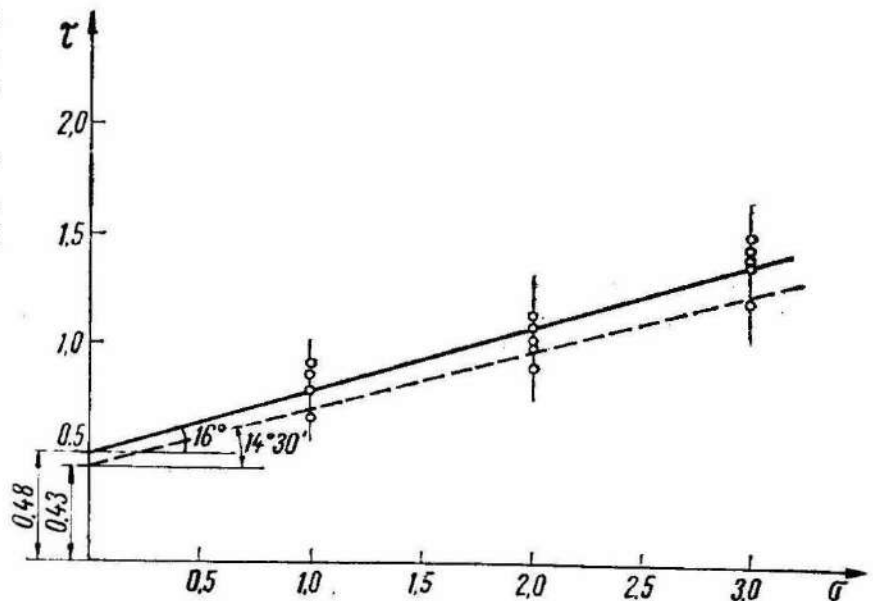


Fig. 4.11

n fiind numărul de determinări efectuate. Pentru efectuarea calculelor s-a întocmit tabela 4.4.

$$\Sigma \sigma_i^2 = 36^2 = 1\,296.$$

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{18 \times 40,88 - 36,0 \times 18,69}{18 \times 84 - 1\,296} = 0,287; \quad \Phi = 16^\circ$$

$$c = \frac{84 \times 18,69 - 36 \times 40,88}{18 \times 84 - 1\,296} = 0,48 \text{ kg/cm}^2.$$

Tabela 4.4

σ_i	τ_i	$\sigma_i \tau_i$	σ_i^2	τ_0	τ_{min}	τ'
1,0	0,65	0,65	1,0	0,77	0,65	0,69
1,0	0,70	0,70	1,0		0,70	
1,0	0,73	0,73	1,0		0,73	
1,0	0,78	0,78	1,0			
1,0	0,88	0,88	1,0			
1,0	0,90	0,90	1,0	1,05		0,94
2,0	0,88	1,76	4,0		0,88	
2,0	0,92	1,84	4,0		0,92	
2,0	0,95	1,90	4,0		0,95	
2,0	1,00	2,00	4,00		1,00	
2,0	1,06	2,12	4,0	1,34		1,22
2,0	1,10	2,20	4,0			
3,0	1,20	3,60	9,0		1,20	
3,0	1,25	3,75	9,0		1,25	
3,0	1,37	4,11	9,0			
3,0	1,40	4,20	9,0			
3,0	1,42	4,26	9,0			
3,0	1,50	4,50	9,0			
$\Sigma \sigma_i = 36$	$\Sigma \tau_i = 18,64$	$\Sigma \sigma_i \tau_i = 40,88$	$\Sigma \sigma_i^2 = 84,0$			

Această dreaptă este trecută în fig. 4.11 cu linie continuă.

Caracteristicile de calcul se iau efectuînd media aritmetică a valorilor $\tau < \tau_0$ situate sub dreapta medie (τ_{min}). Valorile τ' rezultate sînt trecute în tabelă. Pentru determinarea caracteristicilor Φ și c se iau τ'_1 și τ'_3 sub $\sigma = 1,0 \text{ kg/cm}^2$ și $\sigma = 3 \text{ kg/cm}^2$

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{\tau'_3 - \tau'_1}{\sigma_3 - \sigma_1} = \frac{1,22 - 0,69}{3,00 - 1,00} = \frac{0,53}{2,00} = 0,265; \quad \Phi = 14^\circ 30'$$

$$c = 1,22 - 3 \times 0,265 = 0,43 \text{ kg/cm}^2.$$

Această dreaptă intrinsecă este desenată în fig. 4.11 cu linie întreruptă.

PROBLEME DE MECANICA PAMINTURILOR

5

UTILIZAREA CERCULUI LUI MOHR LA REPREZENTAREA
STĂRII DE EFORTURI ÎN MASIVUL DE PĂMÎNT
ȘI LA REZOLVAREA PROBLEMELOR DE ECHILIBRU LIMITĂ

Sub acțiunea încărcărilor transmise de construcție prin talpa fundațiilor se nasc în masivul de pământ eforturi unitare care se suprapun stării inițiale de eforturi și modifică condițiile de echilibru interior inițial. Pentru a putea calcula deformațiile care se produc sau pentru a determina condițiile de apariție a stării de echilibru limită, determinată de aceste modificări este necesar să se cunoască starea de eforturi în fiecare punct al masivului afectat de solicitările construcției.

După cum se știe, starea de eforturi unitare în jurul unui punct având coordonatele x, y, z într-un sistem de coordonate ortogonale este determinată de tensorul eforturilor unitare $\sigma_{rs}(x, y, z)$. Componentele cu indicii r sau s egali sînt denumite eforturi unitare, și se notează cu $\sigma_x, \sigma_y \dots \sigma_z$; componentele cu indici diferiți reprezintă eforturile unitare tangențiale $\tau_{xy}(x, y, z)$. Convenția de semne reiese din fig. 5.1. În cazul problemei plane se disting: starea plană de eforturi ($\sigma_y = 0$; τ_{xy} și $\tau_{yz} = 0$) și starea plană de deformații ($\epsilon_y = 0$). Primul caz se întâlnește la grinzi de lungime mare, cu lățimea relativ redusă, solitate de încărcări situate într-un plan vertical paralel cu lungimea; fundațiile continue ($l/b \rightarrow \infty$) constituie al doilea caz.

Starea de eforturi în jurul unui punct din masiv se reprezintă printr-un cerc (denumit cercul lui Mohr) (fig. 5.2), caracterizat prin faptul că coordonatele oricărui punct de pe acest cerc, exprimate în sistemul σ și τ reprezintă eforturile unitare normale respectiv tangențiale pe un plan înclinat cu unghiul α față de planul principal maxim. Cercul lui Mohr poate fi construit dacă se cunosc eforturile unitare pe două plane perpendiculare (σ_x, σ_z, τ) sau eforturile principale (σ_I și σ_{III}). Abscisa centrului cercului lui Mohr, respectiv raza sa, sînt date de relațiile (fig. 5.2):

$$OM = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2};$$

$$MC = r = \sqrt{\frac{(\sigma_z - \sigma_x)^2}{4} + \tau^2} \quad (5.1)$$

sau

$$OM = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2}; \quad MC = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}. \quad (5.1, a)$$

Cu ajutorul acestui cerc se pot rezolva fie grafic, fie analitic, toate problemele legate de starea de eforturi în jurul unui punct, și anume valorile și direcțiile eforturilor pe diferite plane care trec prin acest punct.

1. **Metode analitice.** a) Eforturile unitare pe un plan înclinat cu unghiul α față de planul principal maxim rezultă în funcție de eforturile principale σ_I și σ_{III}

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos 2\alpha; \\ \tau_\alpha &= \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \sin 2\alpha; \quad \delta = \arctg \frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Sensul pozitiv al lui δ reiese din fig. 5.1, b.

Ținând seama că toate cercurile de eforturi, pentru care raportul celor două eforturi principale $\sigma_I/\sigma_{III} = \text{constant}$, sînt omotetice cu centrul de omotetie O (originea coordonatelor) și cu unghiul de omotetie $2\delta'$, există relația (condiția de tangență a cercurilor la laturile unghiului $2\delta'$):

$$\sigma_I/\sigma_{III} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta'}{2} \right). \quad (5.3)$$

În consecință, relația (5.2) poate fi scrisă:

$$\delta = \arctg \frac{\sin 2\alpha \sin \delta'}{1 + \cos 2\alpha \sin \delta'}. \quad (5.2, a)$$

După cum se vede, δ devine maxim pentru $2\alpha = \frac{\pi}{2} + \delta'$.

De aici rezultă însemnătatea fizică a lui δ' ca $\delta' = \delta_{\max}$, unghi de deviere maximă a efortului unitar total. În cazul echilibrului limită la nisipuri, cînd curba intrinsecă trece prin origine, unghiul de deviere maximă posibil al efortului unitar total măsurat față de perpendiculară, este egal cu Φ , sau $\delta' = \Phi$.

b) Cunoscînd σ_x , σ_z , τ rezultă expresiile:

$$\sigma_{I,III} = \frac{1}{2} [\sigma_x + \sigma_z \pm \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau^2}]. \quad (5.4)$$

Inclinarea θ a planului principal față de planul perpendicular pe axa z este dată de relația:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2\tau}. \quad (5.4, a)$$

c) Pentru șiruri de cercuri omotetice față de centrul O cu unghiul $2\delta'$ sînt valabile următoarele relații:

Cunoscînd σ și τ pe un plan oarecare și devierea δ față de perpendiculară, $\delta = \arctg \tau/\sigma$ se obțin eforturile σ' și τ' pe un plan perpendicular, după formulele:

$$\sigma' = \sigma \left[\frac{2}{\cos \delta (\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \delta'})} - 1 \right];$$

$$\tau' = -\tau. \quad (5.5)$$

d) Raportul între efortul unitar R acționînd pe un plan oarecare, reprezentat prin vectorul OE (fig. 5.3) și efortul pe planul conjugat este dat prin relația:

$$OE/OF = \frac{\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \delta'}}{\cos \delta - \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \delta'}}; \quad (5.6)$$

introducînd un unghi auxiliar λ definit prin

$$\lambda = \arccos \frac{\cos \delta'}{\cos \delta}, \quad (5.6, a)$$

rezultă:

$$OE/OF = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\lambda}{2} \right) \text{ sau } \frac{OF}{OE} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\lambda}{2} \right). \quad (5.6, b)$$

e) Între efortul OE și presiunea medie exprimată prin $\frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$ (prima variantă a tensorului efortului), reprezintă prin abscisa cercului (OM) există relația:

$$OM = OE \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\lambda}{2} \right)}{2 \cos \delta}. \quad (5.7)$$

f) Componentele σ și τ ale efortului OE pot fi exprimate în funcție de efortul mediu OM și unghiurile δ și α :

$$\sigma = \overline{OM} \sin \delta' \left[\frac{1}{\sin \delta'} + \cos 2\alpha \right]$$

$$\tau = \overline{OM} \sin \delta' \sin 2\alpha. \quad (5.8)$$

2. Metode grafice. Se definește *polul* cercului lui Mohr, acel punct de pe cerc care are următoarea proprietate: orice dreaptă trasată prin pol, paralelă cu un plan din natură, întretaie cercul într-un punct ale cărui coordonate

În cazul echilibrului limită (în problema plană) sînt valabile ecuațiile de echilibru:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial x} &= \gamma \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

și condiția de echilibru limită:

$$\left[\frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + c \operatorname{ctg} \Phi \right] \sin \Phi = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau^2}. \quad (5.12)$$

Introducînd noile variabile $\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$ și β unghiul între efortul principal maxim și axa pozitivă x , atunci rezultă conform relației (5.8):

$$\sigma_{x,z} = \sigma(1 \pm \sin \Phi \cos 2\beta); \quad (5.13)$$

$$\tau = \sigma \sin \Phi \sin 2\beta.$$

Înlocuind (5.13) în ecuațiile (5.11) notînd cu $\lambda = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2}\right)$ se obține un sistem de ecuații cu diferențiale parțiale pentru cele două variabile σ și β care determină starea de eforturi în stadiul de echilibru limită.

Un caz particular de echilibru limită îl constituie starea activă și pasivă a lui Rankine, care permite o rezolvare directă a problemei.

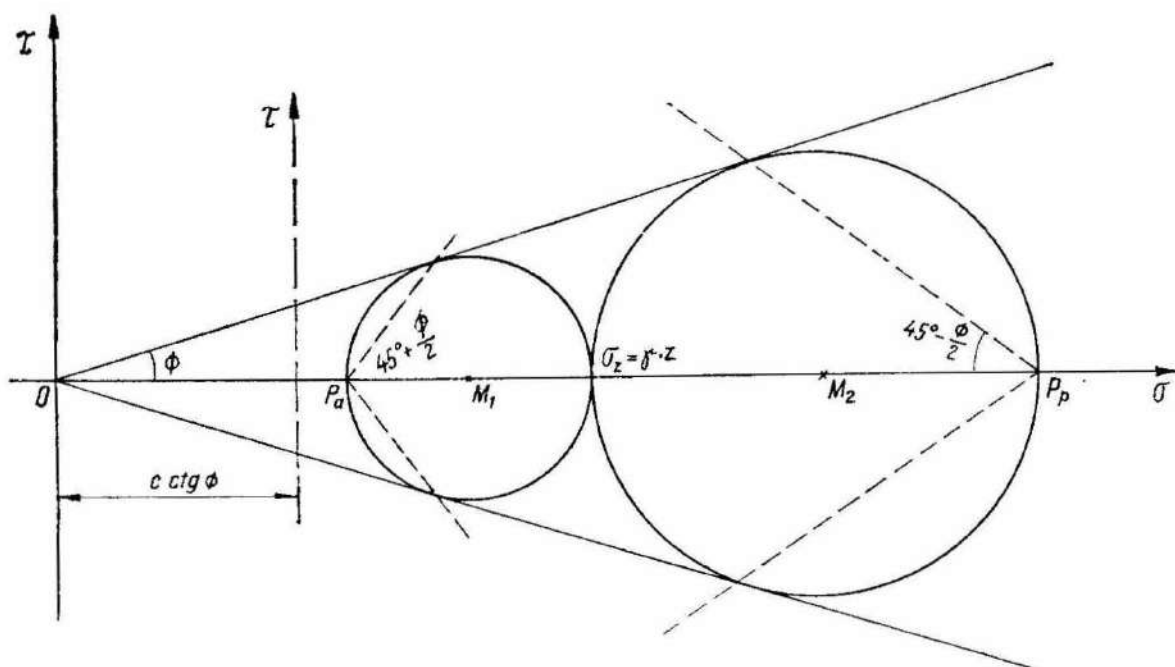


Fig. 5.5

Astfel, după ipoteza lui Rankine, pentru cazul unei suprafețe libere orizontale a pământului, efortul principal pe direcția verticală este egal cu

$$\sigma_1 = \sigma_z = \gamma \cdot z + q \quad (5.14)$$

în care q reprezintă eventuala suprasarcină verticală.

Cercul de eforturi limită este acel cerc care trece prin punctul cu abscisa $\gamma \cdot z$ și este tangent la curba intrinsecă $\tau = \sigma \tan \Phi$.

Problema admite două soluții (fig. 5.5); unul din cercuri reprezintă starea activă iar celălalt starea pasivă, după cum $\sigma_z = \gamma \cdot z$ este efortul principal maxim, respectiv minim. Starea de eforturi și suprafețele de alunecare se determină atât analitic cât și grafic cu ajutorul cercului Mohr. Construcția poate fi folosită și pentru pământuri coezive, aplicând legea de corespondență amintită înainte (introducând un efort normal $c \cotg \Phi$).

Pentru cazul unei suprafețe libere înclinate a pământului, în ipoteza lui Rankine se consideră că planele verticale sînt conjugate cu planele paralele cu suprafața liberă. Eforturile unitare pe un plan paralel la suprafața liberă (înclinată cu unghiul β față de orizontală) situat la adîncimea z sînt egale (fig. 5.6)

$$\sigma = (\gamma \cdot z + q) \cos^2 \beta; \quad (5.15)$$

$$\tau = (\gamma \cdot z + q) \sin \beta \cos \beta.$$

Cercurile de eforturi limită (activ și pasiv) trec prin acest punct și sînt tangente la curba intrinsecă. Cu ajutorul acestor cercuri se rezolvă toate problemele aferente acestor stări.

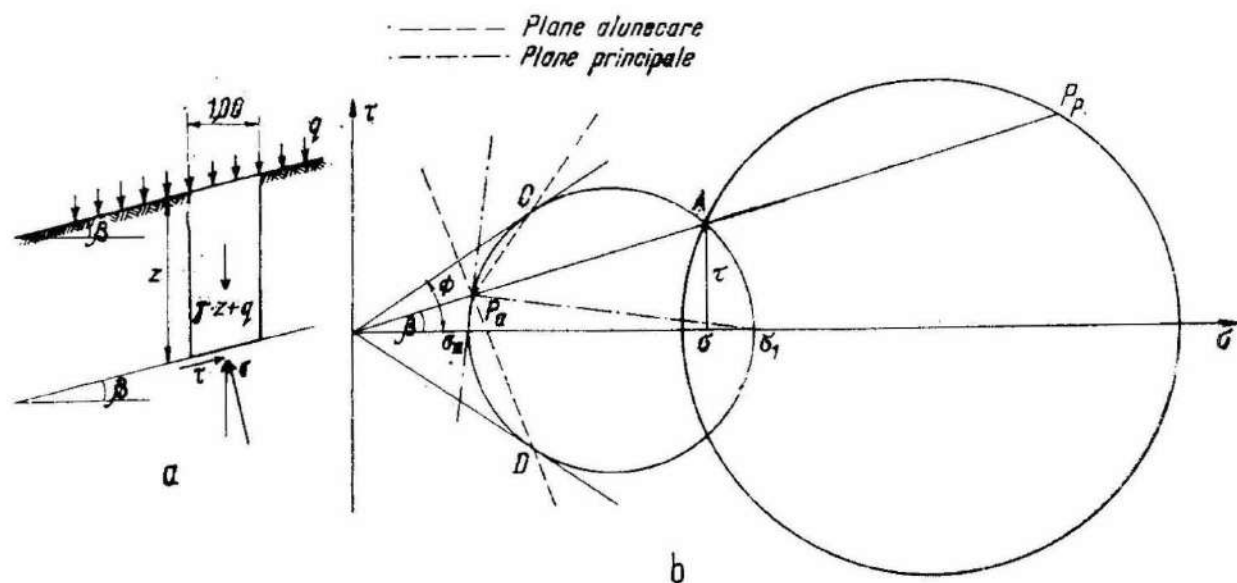


Fig. 5.6

Unii autori preferă să opereze în acest scop cu așa numitul cerc Mohr orientat. Cercul lui Mohr orientat, se consideră cercul stării de eforturi limită a cărui axă σ este paralelă cu una din direcțiile planurilor principale.

Construcția cercului Mohr orientat este foarte simplă și se desfășoară în felul următor (fig. 5.7, a): pe o axă OM se construiește un triunghi dreptunghic OCM avînd $\angle COM = \Phi$ și $\angle CMO = \frac{\pi}{2} - \Phi$. Se duce înălțimea CC' din vîrfurile C și se desenează trei cercuri concentrice avînd centrul în M și razele MC' , MC și MO . Cunoșcînd direcția și mărimea efortului unitar total R care acționează pe un plan dat AB (fig. 5.7, b) determinarea planelor de alunecare și a eforturilor în starea limită se realizează în felul următor: se duce o tangentă la primul cerc paralelă la direcția planului dat. Ea intersectează al doilea cerc în punctele A și B . Din punctul O' (intersecția diametrului perpendicular la tangenta cu al treilea cerc), se duce o paralelă la direcția efortului unitar total cunoscut (în cazul pămînturilor coezive (fig. 5.7, c) se duce o paralelă la suma geometrică R^* a vectorului R care reprezintă efortul dat și a unui vector perpendicular pe plan, egal cu $c \cdot \operatorname{ctg} \Phi$). Această linie intersectează cercul mijlociu în D și D' . Este ușor de demonstrat că dreptele AD și BD respectiv AD' și BD' reprezintă planele de alunecare pentru starea activă respectiv starea pasivă. Planele principale constituie bisectoarele unghiurilor formate de planele de alunecare; de exemplu, în cazul unghiului ADB direcția acestora este reprezentată prin linia DE și perpendiculara la aceasta. Ducînd prin M o paralelă la DE se obține $O''G$, axa cercului lui Mohr orientat, așa cum arată fig. 5.7. Scara forțelor este dată prin lungimea $O'D$ care reprezintă efortul dat. Pentru cazul pămînturilor coezive, originea O' se deplasează la O'_1 astfel încît segmentul $O'O'_1$ să fie egal cu valoarea $c \operatorname{ctg} \Phi$.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 5.1. Printr-o încercare triaxială s-au obținut următoarele perechi de valori ale eforturilor unitare principale σ_I și σ_{III} în momentul ruperii (σ_I efortul vertical, σ_{III} efortul orizontal);

— prima determinare $\sigma_I = 3,0 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{III} = 1,00 \text{ kg/cm}^2$;

— a doua determinare $\sigma'_I = 8,00 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma'_{III} = 4,00 \text{ kg/cm}^2$.

a) Să se construiască cercurile lui Mohr pentru cele două stări de eforturi.

b) Să se determine pentru cele două stări de eforturi eforturile unitare σ și τ pe un plan înclinat față de planul orizontal (care în acest caz este planul principal maxim) cu unghiurile $\alpha = 30^\circ$; 60° ; 120° ; să se stabilească valoarea efortului unitar total, înclinarea acestuia față de planele pe care acționează. Se vor reprezenta vectorial eforturile unitare pe planele respective.

c) Să se determine eforturile unitare pe planul care are eforturile unitare tangențiale maxime.

d) Să se determine poziția centrului de omotetie al celor două cercuri.

e) Să se determine din datele problemei ecuația curbei intrinseci, atunci cînd cele două cercuri corespund stării limită de eforturi.

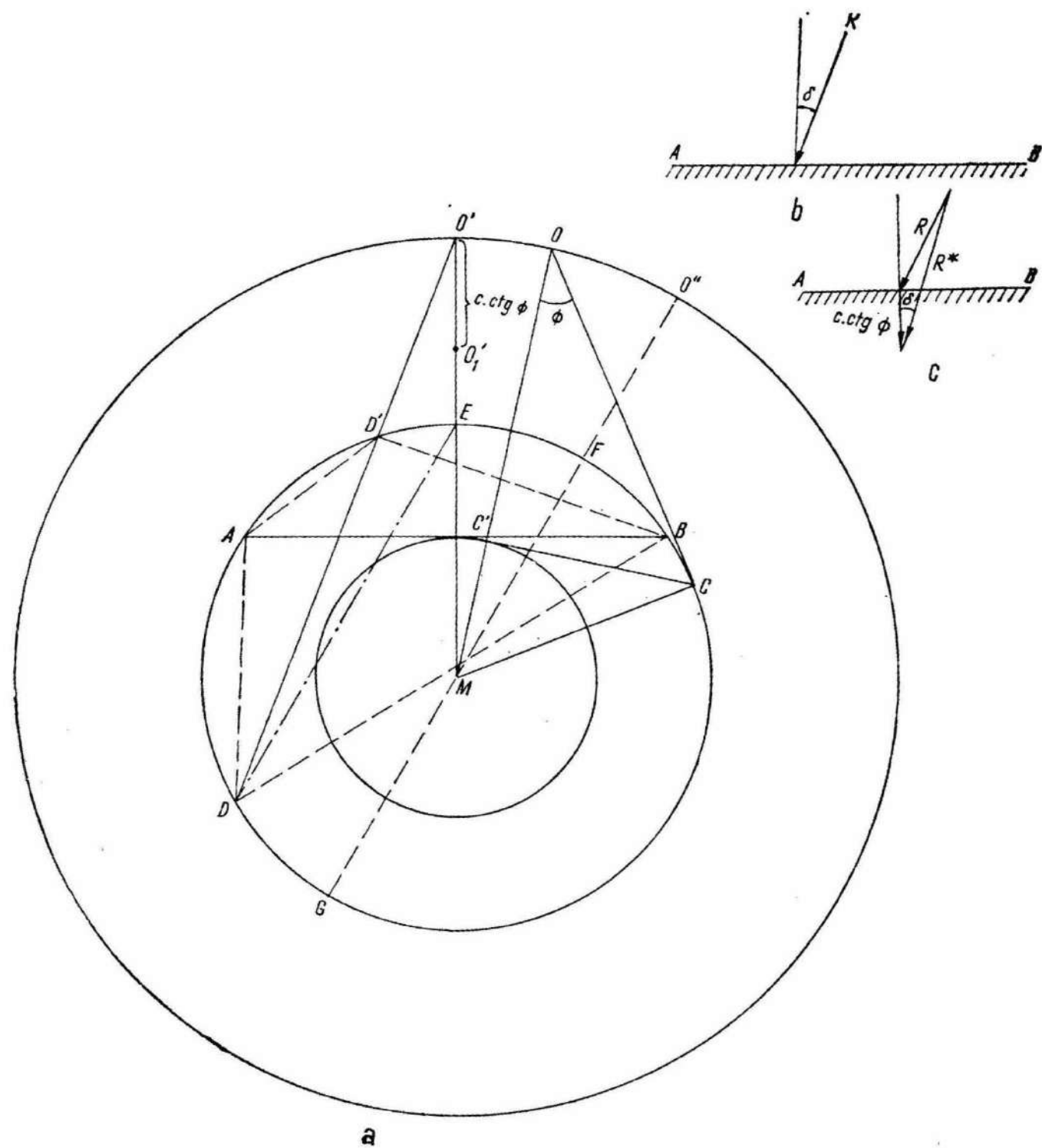


Fig. 5.7

Rezolvările se vor face atât analitic cât și grafic.

Rezolvare. a) Cele două cercuri reprezentând stările de tensiune respective se construiesc imediat cunoscând că abscisele σ_I și σ_{III} reprezintă extremitățile diametrului cercului lui Mohr. Determinarea centrului cercurilor și construcția lor se face cu construcția grafică cunoscută (fig. 5.8, a).

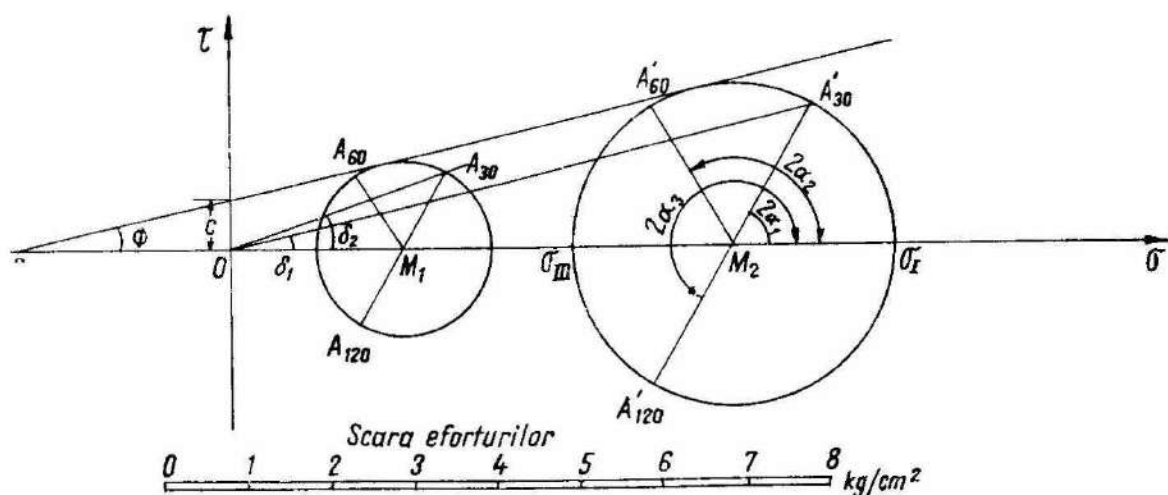
Analitic, cercurile sînt determinate prin abscisele centrelor:

$$OM_1 = x_1 = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} = \frac{3,0 + 1,0}{2} = 2,0;$$

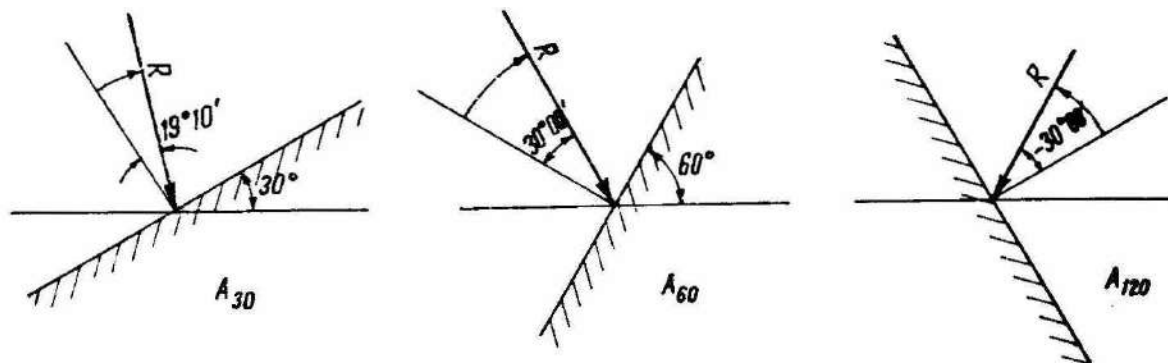
$$OM_2 = x_2 = \frac{4,0 + 8,0}{2} = 6,0$$

și prin razele respective:

$$r_1 = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} = \frac{3,0 - 1,0}{2} = 1,0; \quad r_2 = \frac{8,0 - 4,0}{2} = 2,0.$$



a



b

Fig. 5.8

b) Eforturile unitare pe un plan înclinat cu unghiul α față de planul principal maxim se obțin cu formulele (5.2). Valoarea efortului unitar total pe planele respective este dată de relația:

$$p = \sqrt{\sigma_{\alpha}^2 + \tau_{\alpha}^2}.$$

Înclinarea efortului unitar total δ față de planele pe care acționează este dată de formula (5.2).

Valorile respective sînt date în tabela 5.1.

Tabela 5.1

Determinarea	Unghiul α	σ_{α}	τ_{α}	p	$\operatorname{tg} \delta$	δ
I	30°	2,500	0,867	2,65	0,347	19°10'
	60°	1,500	0,867	1,73	0,578	30°00'
	120°	1,500	— 0,867	1,73	— 0,578	— 30°00'
II	30°	7,000	1,734	7,21	0,247	13°50'
	60°	5,000	1,734	5,29	0,347	19°10'
	120°	5,000	— 1,734	5,29	— 0,347	— 19°10'

Eforturile unitare calculate mai înainte sînt reprezentate grafic prin coordonatele punctelor A (determinarea I) și coordonatele punctelor A' (determinarea II) de pe cercurile lui Mohr (fig. 5.8, a) obținute prin ducerea razelor MA respectiv MA' , făcînd unghiurile 2α cu orizontala. Valorile eforturilor unitare totale sînt reprezentate prin razele vectoriale OA respectiv OA' , măsurate la scara adoptată pentru eforturile unitare. Unghiurile δ sînt determinate de axa σ și razele OA respectiv OA' . Înclinarea eforturilor unitare totale R pe planele respective (în cazul primei determinări) este arătată în fig. 5.8, b ; pentru determinarea a doua se procedează în mod similar.

c) Eforturile unitare tangențiale maxime se obțin cu formula:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}, \quad \text{iar } \sigma = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2}.$$

Ele corespund planelor făcînd un unghi de $90^\circ/2 = 45^\circ$ cu planele verticale și orizontale.

Efortul unitar total care acționează pe aceste plane face cu normala la plan un unghi δ_1 respectiv δ_2 care sînt egale cu:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{\sigma_I + \sigma_{III}} = \frac{3,00 - 1,00}{3,00 + 1,00} = \frac{1}{2}; \quad \delta_1 = 26^\circ 25';$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{\tau'}{\sigma'} = \frac{\sigma'_I - \sigma'_{III}}{\sigma'_I + \sigma'_{III}} = \frac{8,00 - 4,00}{8,00 + 4,00} = \frac{1}{3}; \quad \delta_2 = 18^\circ 25'.$$

Unghiurile de deviere maximă a eforturilor unitare sînt date prin:

$$|\sin \delta'_1 = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{\sigma_I + \sigma_{III}} = \frac{1}{2}; \delta'_1 = 30^\circ$$

$$\sin \delta'_2 = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{\sigma_I + \sigma_{III}} = 0,333; \delta'_2 = 19^\circ 30'.$$

După cum se vede, în toate cazurile unghiul de deviere a eforturilor este mai mic decît unghiul de deviere maximă.

d) Poziția centrului de omotetie S a celor două cercuri se obține grafic prelungind dreapta care unește extremitatea a două raze paralele pînă la intersecția cu axa σ (fig. 5.8, a).

Analitic, folosind relația (5.3) și notînd cu x distanța de la originea O pînă la centrul de omotetie S se obține:

$$\frac{\sigma_I + x}{\sigma_{III} + x} = \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\delta'}{2} \right) = \frac{\sigma'_I + x}{\sigma'_{III} + x}$$

$$\frac{3 + x}{1 + x} = \frac{8 + x}{4 + x}; 9x - 7x = 12 - 8; x = 2,00 \text{ kg/cm}^2.$$

e) Datele curbei intrinsece se obțin din cele precedente prin relația (5.3), ținînd seama că în cazul echilibrului limită δ' (unghiul devierii maxime posibile) este egal cu Φ (unghiul de frecare internă).

$$\frac{\sigma'_I + x}{\sigma'_{III} + x} = \frac{8 + 2}{4 + 2} = \frac{5}{3} = \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\Phi}{2} \right);$$

$$\operatorname{tg} \left(45 + \frac{\Phi}{2} \right) = \sqrt{\frac{5}{3}}; \frac{\Phi}{2} = 52^\circ 15' - 45^\circ = 7^\circ 15'$$

$$\Phi = 14^\circ 30'$$

$$c \operatorname{ctg} \Phi = x; c = x \operatorname{tg} \Phi = 2,00 \times 0,258 = 0,516 \text{ kg/cm}^2.$$

Pe cale grafică curba intrinsecă se obține construind tangenta comună a celor două cercuri prin metode cunoscute din geometria plană. Cunoscînd punctul S se trasează semicercurile SM_1 și SM_2 ; cele două puncte de intersecție cu cercurile constituie punctele de tangență a curbei intrinseci (v. fig. 5.8, a).

Exemplul 5.2. Într-un punct al masivului de pământ au fost determinate eforturile unitare pe două plane ortogonale $\sigma_x = 2,0 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_z = 8,0 \text{ kg/cm}^2$ și $\tau = 1,5 \text{ kg/cm}^2$. Se cere să se determine grafic și analitic:

- elementele de bază ale cercului lui Mohr;
- mărimea și direcția eforturilor unitare principale;
- devierea maximă a eforturilor unitare totale;
- mărimea și direcția eforturilor unitare pe un plan înclinat față de orizontală cu unghiul $\beta = 30^\circ$;
- mărimea și direcția eforturilor unitare pe un plan perpendicular celui de la pct. d;
- direcția planului conjugat cu planul de la pct. d și mărimea și direcția efortului unitar conjugat respectiv.

Rezolvare. a) Grafic, cercul lui Mohr se determină imediat, cunoscând că punctul A ($\sigma_x = 2,0$; $\tau = -1,5 \text{ kg/cm}^2$) și punctul B ($\sigma_z = 8,0 \text{ kg/cm}^2$; $\tau = +1,5 \text{ kg/cm}^2$) sînt extremitățile unui diametru al cercului lui Mohr (fig. 5.9, a) al cărui centru este situat pe axa σ .

Analitic, folosind relațiile:

$$OM = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} = \frac{2,0 + 8,0}{2} = 5,00 \text{ kg/cm}^2$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{\left(\frac{8,0 - 2,0}{2}\right)^2 + 1,5^2} = \sqrt{9,00 + 2,25} = 3,354 \text{ kg/cm}^2.$$

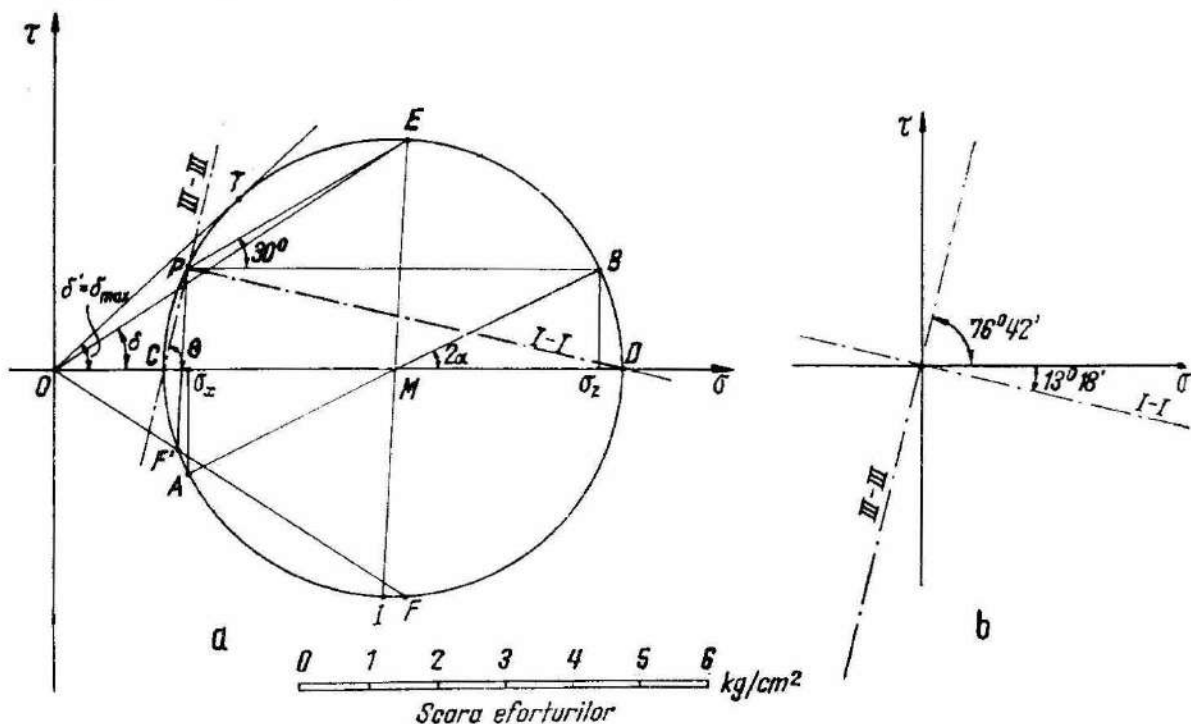


Fig. 5.9

b) Grafic, eforturile unitare principale se obțin pe cercul lui Mohr citind la scara de reprezentare a eforturilor unitare, segmentele OC și OD :

$$\sigma_I = 1,65 \text{ kg/cm}^2; \sigma_{III} = 8,35 \text{ kg/cm}^2.$$

Polul cercului lui Mohr se obține ducînd din punctul B o paralelă la planul pe care acționează eforturile σ_z și τ care în cazul de față este orizontal; unind polul P cu punctele D și C , reprezentînd eforturile unitare principale, se obțin direcțiile planelor principale $I-I(P-D)$ și $III-III(P-C)$.

Analitic,

$$\sigma_{I,III} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2};$$

$$\sigma_I = \frac{2,0 + 8,0}{2} + \sqrt{1,5^2 + \left(\frac{8,0 - 2,0}{2}\right)^2} = 5 + 3,354 = 8,354 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\sigma_{III} = \frac{2,0 + 8,0}{2} - \sqrt{1,5^2 + \left(\frac{8,0 - 2,0}{2}\right)^2} = 5 - 3,354 = 1,646 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma_z - \sigma_x} = \frac{2 \times 1,5}{8,0 - 2,0} = 0,5; 2\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,5 = 26^\circ 36';$$

$$\alpha = 13^\circ 18'.$$

$$\theta = 90^\circ - 13^\circ 18' = 76^\circ 42'.$$

Direcțiile principale sînt reprezentate în fig. 5.9, b .

c) Unghiul de deviere maximă a tensiunii se determină prin măsurarea unghiului $\delta' = \delta_{max}$ format de tangenta dusă la cerc prin originea sistemului de axe cu axa OM .

Analitic, valoarea unghiului δ_{max} se obține cu relația:

$$\sigma_I / \sigma_{III} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\delta_{max}}{2} \right)$$

$$\frac{\sigma_I}{\sigma_{III}} = \frac{8,354}{1,646} = 5,1; \quad \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\delta_{max}}{2} \right) = 5,1$$

$$\left(45^\circ + \frac{\delta_{max}}{2} \right) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 2,26 = 66^\circ 05'; \quad \delta_{max} = 42^\circ 10' = \delta';$$

$$\cos \delta' = 0,741.$$

d) Pentru determinarea grafică a eforturilor σ și τ din planul înclinat cu 30° față de orizontală, se duce prin polul P al cercului lui Mohr o paralelă la acest plan, care intersectează cercul în punctul E (fig. 5.9, a) Abscisa și ordonata punctului E , măsurată la scară reprezintă eforturile unitare σ , respectiv τ căutate.

Analitic, ținând seama că înclinarea planului față de planul principal maxim este egală cu $30^\circ + 13^\circ 18' = 43^\circ 18'$, cele două valori se obțin cu formulele:

$$\sigma_{30^\circ} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos (2 \times 43^\circ 18') = \frac{8,354 + 1,646}{2} +$$

$$+ \frac{8,354 - 1,646}{2} \cos 86^\circ 36' = 5 + 3,35 \times 0,063 = 5,21 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\tau_{30^\circ} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \sin (2 \times 43^\circ 18') = \frac{8,354 - 1,646}{2} \times 0,995 =$$

$$= 3,32 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{3,32}{5,21} = 0,638; \delta = 32^\circ 30'; \cos \delta = 0,840.$$

sau: din expresiile (5.8) rezultă, fiind dat $OM = 5,00 \text{ kg/cm}^2$,

$$\delta' = 42^\circ 10'; \alpha = 43^\circ 18';$$

$$\sigma = 5,00 \sin 42^\circ 10' \left[\frac{1}{\sin 42^\circ 10'} + \cos 86^\circ 36' \right] =$$

$$= 5,00 \times 0,671 \left(\frac{1}{0,671} + 0,063 \right) = 5,21 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\tau = 5,00 \sin 42^\circ 10' \sin 86^\circ 36' = 3,32 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{3,32}{5,21} = 0,638; \delta = 32^\circ 30' \cos \delta = 0,840.$$

e) Eforturile unitare pe un plan perpendicular celui de la punctul precedent sînt reprezentate prin coordonatele punctului I de pe cerc, diametral

opus punctului E (v. fig. 5.9, a). Ele se obțin pe cale analitică din expresia (5.5).

$$\sigma' = 5,21 \left[\frac{2}{0,840 (0,840 + \sqrt{0,840^2 - 0,741^2})} - 1 \right] = 5,21 \times 0,92 = 4,78 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\tau' = -\tau = -3,32 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\tau'}{\sigma'} = \frac{-3,32}{4,78} = -0,695; \quad \delta_1 = 34^\circ 40'.$$

f) Pentru a găsi direcția planului conjugat planului reprezentat în cercul lui Mohr prin punctul E (v. fig. 5.9, a) se duce simetrica dreptei OE față de axa $O\sigma$ care intersectează cercul în punctele F și F' . Direcția planului conjugat planului PE este PF' . Cele două plane fac un unghi egal cu $90^\circ - \delta$ iar coordonatele punctului F' reprezintă eforturile unitare σ și τ din planul conjugat.

Mărimile eforturilor unitare totale respective sînt date de vectorii OE pentru planul PE corespunzător punctului E și OF' pentru planul conjugat PF' . Tensiunea totală corespunzătoare planului PE este paralelă cu PF' , iar cea corespunzătoare planului PF' este paralelă cu PE .

Modulul vectorului OE este cunoscut:

$$OE = \sqrt{\sigma_E^2 + \tau_E^2} = \sqrt{5,21^2 + 3,32^2} = 6,10 \text{ kg/cm}^2.$$

Modulul vectorului OF' poate fi determinat cu relația (5.6, b):

$$\frac{OE}{OF'} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\lambda}{2} \right) = \operatorname{tg}^2 (45^\circ + 15^\circ 00') = \operatorname{tg}^2 60^\circ = 3,00$$

$$OE = \frac{\tau}{\sin \delta} = \frac{3,32}{\sin 32^\circ 20'} = \frac{3,32}{0,538} = 6,20 \text{ kg/cm}^2.$$

$$OF' = \frac{OE}{3,00} = \frac{6,10}{3,00} = 2,06 \text{ kg/cm}^2$$

unde

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau_E}{\sigma_E} = \frac{3,32}{5,21} = 0,638; \quad \delta = 32^\circ 30'; \quad \cos \delta = 0,840;$$

$$\cos \delta' = \cos 42^\circ 10' = 0,741.$$

Cu aceste date se găsește

$$\cos \lambda = \frac{0,741}{0,840} = 0,885; \quad \lambda \approx 30^\circ 00'$$

Exemplul 5.3. Cunoscând valoarea devierii maxime $\delta' = 30^\circ$ și vectorul efortului unitar OE ($OE = 6,00 \text{ kg/cm}^2$ și $\delta = 15^\circ$), se cere să se determine elementele cercului lui Mohr.

Rezolvare. Grafic, problema se reduce la o aplicație cunoscută de geometria plană și anume construirea unui cerc trecând printr-un punct dat, tangent la două drepte concurente date. Se construiește în prealabil un cerc arbitrar cu centrul M' , pe axa σ tangent într-un punct oarecare T' la dreapta intrinsecă a materialului (fig. 5.10). Acest cerc întâlnește pe OE în punctul C ; cercul căutat fiind omotetic cercului luat arbitrar, centrul său se găsește ducând din E o paralelă la raza CM' pînă în M . Cu M ca centru și rază ME se construiește cercul căutat.

Analitic, elementele cercului lui Mohr care trebuie determinate sînt abscisa OM a centrului cercului și raza lui.

Cu formula (5.7) se obține:

$$OM = OE \frac{1 + 0,386}{2 \times 0,966} = 6,00 \frac{1,386}{1,932} = 4,30 \text{ kg/cm}^2$$

$$\cos \lambda = \frac{\cos \delta'}{\cos \delta} = \frac{0,866}{0,966} = 0,896; \quad \lambda = 26^\circ 20'$$

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{26^\circ 20'}{2} \right) = \operatorname{tg} 31^\circ 50' = 0,621; \quad \operatorname{tg}^2(45^\circ - 13^\circ 10') = 0,386$$

$$r = OM \sin \delta' = 4,30 \times \sin 30^\circ = 2,15 \text{ kg/cm}^2.$$

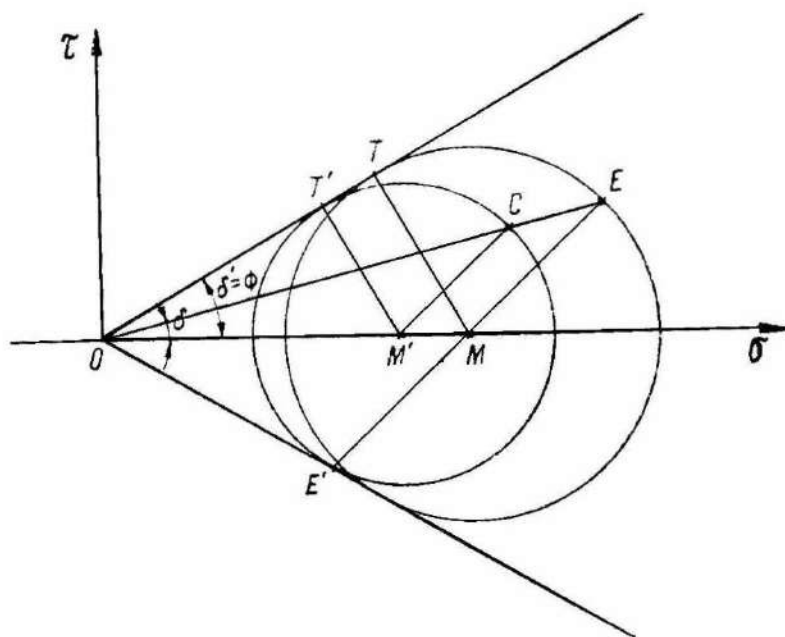


Fig. 5.10

Exemplul 5.4. Care sînt eforturile principale σ_I și $\sigma_{II} = \sigma_{III}$ care trebuie aplicate în încercarea triaxială pentru a obține starea limită la o reducere specifică de volum de 0,5%, cînd unghiul curbei intrinseci este egal cu $\Phi = 45^\circ$, $c = 0$, modulul de deformăție liniară $E = 280 \text{ kg/cm}^2$ și $\nu = 0,28$.

Să se determine direcția planelor de alunecare și mărimea eforturilor care acționează pe ele.

Rezolvare. Reducerea specifică de volum, la solicitarea cu eforturile unitare σ_I și $\sigma_{II} = \sigma_{III}$ are valoarea

$$\varepsilon = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{E} (1 - 2\nu) = 0,005$$

$$\sigma_I + 2\sigma_{II} = \frac{0,005 \times 280}{0,44} = 3,20 \text{ kg/cm}^2.$$

A doua ecuație necesară se obține din relația (5.3)

$$\frac{\sigma_I}{\sigma_{III}} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{45^\circ}{2} \right) = 2,414^2 = 5,81.$$

Sistemul de ecuații $\sigma_I = 5,81 \sigma_{III}$ și $\sigma_I + 2\sigma_{III} = 3,20$ admite soluțiile:

$$\sigma_I = 2,38 \text{ kg/cm}^2; \quad \sigma_{III} = 0,41 \text{ kg/cm}^2.$$

Planele de alunecare sînt determinate prin punctele C și C' situate pe cercul lui Mohr unde curba intrinsecă este tangentă la cerc. Ele sînt înclinate cu

unghiul $\alpha = \frac{90^\circ + 45^\circ}{2} = 67^\circ 30'$ față de planul principal maxim, respectiv

$\frac{180^\circ + 45^\circ}{2} = 112^\circ 30'$. Eforturile unitare respective sînt:

$$\sigma = \sigma_I (1 - \sin \Phi) = 2,38 (1 - 0,707) = 0,695 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\tau = 0,695 \text{ kg/cm}^2.$$

Ele se pot citi pe fig. 5.11 sau se determină analitic cu relația

$$\sigma = OM - r \cos 45^\circ = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} - \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos 45^\circ =$$

$$= 1,395 - 0,985 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,695 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\tau = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \sin 45^\circ = 0,695 \text{ kg/cm}^2.$$

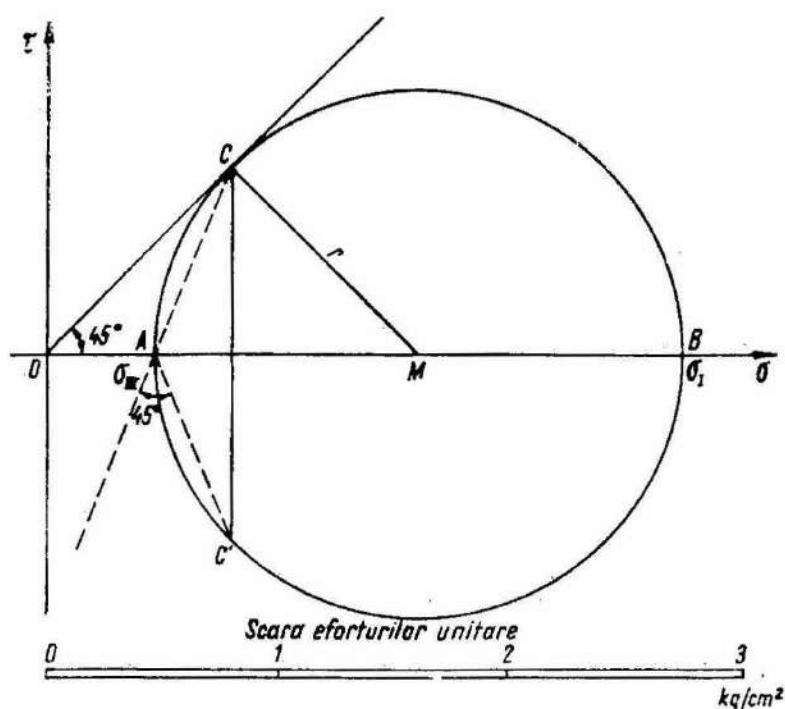


Fig. 5.11

Pentru determinarea grafică a direcției planelor de alunecare este necesar să se construiască în prealabil polul cercului lui Mohr; în cazul de față, întrucât paralela dusă din B la planul orizontal trece prin A , polul coincide cu punctul A , astfel încât direcțiile planelor de alunecare sînt AC și AC' . După cum se vede din fig. 5.11 cele două plane de alunecare fac între ele unghiul de 45° .

Exemplul 5.5. Un masiv de pămînt avînd unghiul de frecare internă egal cu $\operatorname{tg} \Phi = 0,56$ și valoarea primului invariant al tensorului eforturilor $\sigma_z + \sigma_x = 6,00 \text{ kg/cm}^2$ este în stare de echilibru limită. Să se determine direcția și mărimea eforturilor OE și OF (fig. 5.12) din două plane conjugate știind că raportul valorilor lor este $OE/OF = 0,5$.

Rezolvare. Raportul OE/OF (v. fig. 5.12), conform relației (5.6, b) se poate scrie:

$$\frac{OE}{OF} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2} \right) = 0,5; \quad \delta' = \Phi = 29^\circ 15'; \quad \cos \Phi = 0,872;$$

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2} \right) = 0,707;$$

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2} = 35^\circ 15'; \quad \frac{\lambda}{2} = 9^\circ 45'; \quad \lambda = 19^\circ 30'.$$

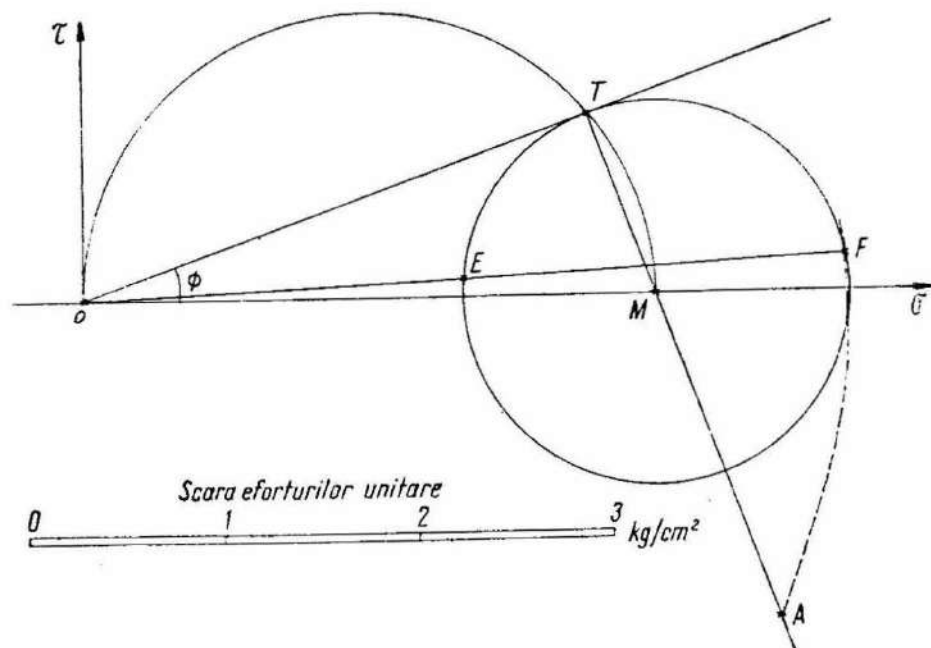


Fig. 5.12

$$\cos \lambda = \frac{\cos \Phi}{\cos \delta}; \quad \cos \delta = \frac{\cos \Phi}{\cos \lambda} = \frac{\cos 29^\circ 15'}{\cos 19^\circ 30'} = \frac{0,872}{0,943} = 0,925$$

$$\delta = 22^\circ 20'.$$

Valoarea eforturilor unitare totale OE și OF se poate obține din formula (5.7), înlocuind $45^\circ - \frac{\lambda}{2}$ cu $45^\circ + \frac{\lambda}{2}$ întrucât OE este efortul unitar minim.

$$OM = OE \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\lambda}{2} \right)}{2 \cos \delta}; \quad \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\lambda}{2} \right) = 2,0;$$

$$OM = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} = \frac{6,00}{2} = 3,00 \text{ kg/cm}^2$$

$$OM = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} = OE \frac{1 + 2}{2 \times 0,925} = 1,62 \times OE = 3,00$$

$$OE = \frac{3,00}{1,62} = 1,85 \text{ kg/cm}^2;$$

$$OF = \frac{OE}{0,5} = \frac{1,85}{0,5} = 3,70 \text{ kg/cm}^2.$$

Componentele σ și τ ale eforturilor unitare din planele corespunzătoare punctelor E și F sînt date de relațiile:

$$\sigma_E = OE \cos \delta = 1,85 \times 0,925 = 1,71 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\tau_E = 1,85 \sin \delta = 1,85 \times 0,380 = 0,70 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\sigma_F = OF \cos \delta = 3,70 \times 0,925 = 3,42 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\tau_F = 3,70 \sin \delta = 3,70 \times 0,380 = 1,41 \text{ kg/cm}^2.$$

Grafic, cunoscînd pe $OM = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$ și unghiul Φ , pe OM ca diametru se construiește un cerc care intersectează dreapta intrinsecă în punctul de tangență T ; cercul cu centrul în M și raza MT este cercul lui Mohr. În continuare problema se reduce la construirea grafică a secantei OF care este împărțită de cerc în două segmente egale, OE și EF .

Folosind proprietățile puterii unui punct față de cerc, se poate scrie:

$$OT^2 = OF \cdot OE = OF \frac{OF}{2} = \frac{OF^2}{2}; \quad OF^2 = 2 OT^2.$$

OF este deci diagonala pătratului cu latura OT . În prelungirea razei MT se ia $TA = OT$ iar din O , ca centru, se duce arcul de cerc de rază OA pînă cînd intersectează cercul lui Mohr în punctul F .

Exemplul 5.6. Să se demonstreze că în cazul unui pămînt nisipos avînd dreapta intrinsecă $\tau = \sigma \operatorname{tg} \Phi$, unghiul de deviere maxim posibil al efortului este egal cu Φ , iar în cazul unui pămînt coeziv (dreapta intrinsecă $\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \Phi$), unghiul de deviere maxim al efortului este mai mare decît Φ (fig. 5.13).

Rezolvare. Din condiția de echilibru limită (cercul de eforturi tangent la dreapta intrinsecă $\tau = \sigma \operatorname{tg} \Phi + c$) rezultă relația:

$$MT_2 = MT_1 = (OM + c \operatorname{ctg} \Phi) \sin \Phi$$

$$\sin \delta' = \frac{MT_2}{OM} = \sin \Phi + \frac{c \cdot \cos \Phi}{OM}; \quad \text{deoarece } \frac{c \cdot \cos \Phi}{OM} > 0$$

$$\sin \delta' > \sin \Phi; \quad \text{deci } \delta' > \Phi;$$

$$\text{în cazul } c = 0, \sin \delta' = \sin \Phi; \quad \delta' = \Phi.$$

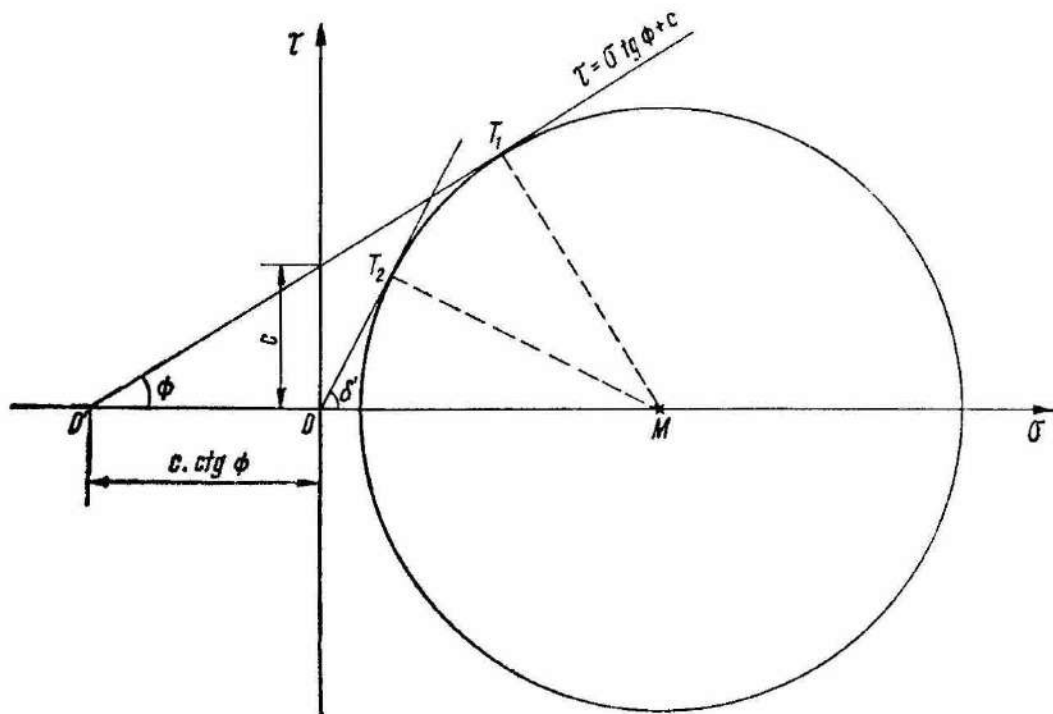


Fig. 5.13

Exemplul 5.7. Să se deducă pe baza ipotezelor lui Rankine în cazul celor două stări limită, expresiile eforturilor unitare σ_z și σ_x de-a lungul unui perete vertical, al unui perete înclinat cu un unghi de 80° față de orizontală, precum și eforturile unitare corespunzătoare unei suprafețe de alunecare. Se va considera că suprafața pământului este orizontală, înălțimea zidului vertical

$$h = 10 \text{ m}, \gamma = 1,8 \text{ t/m}^3, c = 2 \text{ t/m}^2 \text{ și } \Phi = 30^\circ.$$

Rezolvare. a) În cazul peretelui vertical, $\sigma_z = \gamma \cdot z$ este efortul unitar principal maxim în stare activă și minim în stare pasivă. Cercul lui Mohr se obține construind cercul tangent la dreapta intrinsecă și trecând prin punctul A de abscisă σ_z . Cele două soluții ale problemei (fig. 5.14) corespund celor două stări active, respectiv pasive. Din A se duce o perpendiculară pînă la intersecția cu dreapta intrinsecă; cele două bisectoare ale unghiului din T dau pozițiile centrelor M și M' ale celor două cercuri. Eforturile unitare principale minime în starea activă și maxime în starea pasivă se obțin prin citire directă pe epură, ele fiind abscisele punctelor B respectiv B'.

Analitic,

$$\sigma_I = \gamma \cdot z = 1,8 \cdot z \text{ t/m}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_{III} &= \gamma \cdot z \cdot \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right) - 2c \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right) = \\ &= 1,8 \times \frac{1}{3} \times z - 2 \times 2 \frac{1}{\sqrt{3}} = (0,6z - 2,31) \text{ t/m}^2. \end{aligned}$$

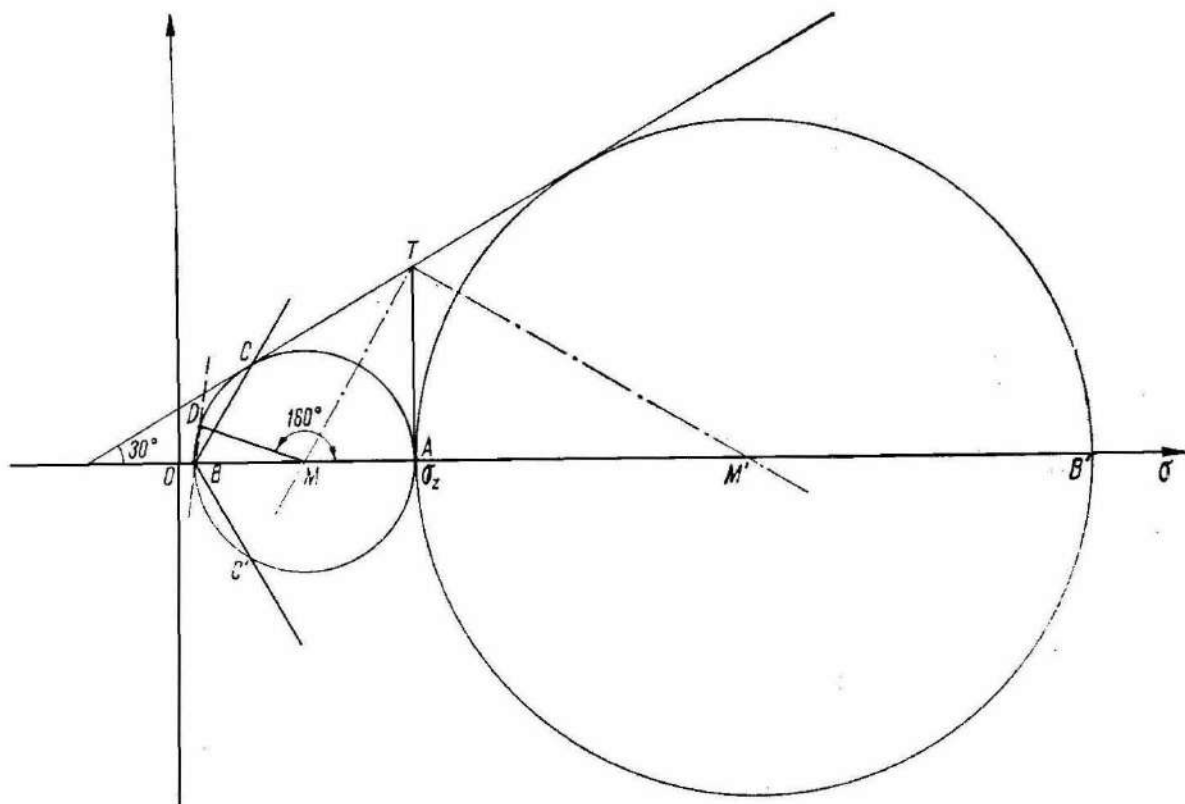


Fig. 5.14

După cum se vede, presiunea $p_a = \sigma_{III}$ se distribuie liniar cu adâncimea z și coeziunea produce o presiune negativă uniformă de-a lungul zidului vertical.

Presiunea totală pe zid va fi:

$$\begin{aligned} E_a &= \int_0^h \gamma z \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) dz - \int_0^h 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) dz = \\ &= \frac{1}{2} \times 0,6 \times h^2 - 2,31 h = 30 - 23,1 = 6,9 \text{ t/m.} \end{aligned}$$

În cazul stării pasive:

$$\begin{aligned} E_p &= \int_0^h \gamma z \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) dz + \int_0^h 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) dz = \\ &= \int_0^h 1,8 \times 3 z dz + \int_0^h 2 \times 2 \times 1,73 \times dz = \\ &= 270,0 + 69,2 = 339,2 \text{ t/m.} \end{aligned}$$

b) Pe paramentul înclinat la 80° față de orizontală, eforturile unitare care soliciță acest parament sînt date de coordonatele punctului de intersecție ducînd prin B , care este polul cercului, o paralelă BD la zid.

$$\sigma = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} - \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos 20^\circ$$

$$\sigma = \frac{(1,8 + 0,6)z - 2,31}{2} - \frac{(1,8 - 0,6)z + 2,31}{2} \cos 20^\circ$$

$$\tau = - \frac{z \times 1,2 + 2,31}{2} \sin 20^\circ$$

$$\sigma = (1,2 - 0,6 \times 0,940) z - 1,15 \times 1,940 = (0,63 z - 2,23) \text{ t/m}^2$$

$$\tau = 0,6 \times 0,342z + 1,15 \times 0,342 = (0,205z + 0,392) \text{ t/m}^2.$$

c) Polul cercului lui Mohr se construiește ducînd din A o dreaptă orizontală care intersectează cercul în punctul B . Din B ca pol se duce dreapta BC care este paralelă cu unul din planele de alunecare ale stării active (c fiind punctul de tangență al cercului la dreapta intrinsecă). Celălalt plan de alunecare este simetric față de axa OMM' . Eforturile unitare corespunzătoare punctelor C și C' pot fi citite direct pe fig. 5.14.

Eforturile unitare pe un plan de alunecare într-un punct de adîncime z sînt date de relațiile :

$$\sigma = \gamma z(1 - \sin \Phi) - c \cdot \cos \Phi = 1,8 \times 0,5 \times z - 2 \times 0,866 =$$

$$= (0,9 z - 1,732) \text{ t / m}^2$$

$$\tau = \gamma z(1 - \sin \Phi) \operatorname{tg} \Phi + c(1 - \sin \Phi) = 1,8 \times 0,5 \times 0,577 z +$$

$$+ 0,5 \times 2,0 = (0,519 z + 1,000) \text{ t/m}^2.$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau}{\sigma} \frac{\operatorname{tg} \Phi + \frac{c}{\gamma z}}{1 - \frac{c}{\gamma z} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{1,8 z}}{1 - \frac{2}{1,8 z} \sqrt{3}} = \frac{1,04 z + 2,0}{1,8 z - 3,46}.$$

Exemplul 5.8. Să se deducă pe baza ipotezelor lui Rankine eforturile unitare pe un parament vertical cînd suprafața pămîntului este înclinată față de orizontală cu 15° . Să se deseneze rețeaua suprafețelor de alunecare în cazul unui pămînt nisipos avînd $\Phi = 25^\circ$ și în cazul unui pămînt argilos cu $\Phi =$

$= 15^\circ$, $c = 2,0 \text{ t/m}^2$; să se indice valorile pantei maxime a suprafeței în cele două cazuri. Se va lua în toate cazurile $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$.

Rezolvare. a) Cazul pământurilor nisipoase. Plecînd de la relațiile (5.15) $\sigma = \gamma z \cos^2 \beta$ și $\tau = \gamma z \sin \beta \cos \beta$, care reprezintă eforturile unitare pe un plan paralel cu suprafața terenului la o adîncime z , se cunoaște unul din punctele cercului lui Mohr. Urmează deci să se construiască cercul trecînd prin punctul avînd coordonatele date, tangent la dreapta intrinsecă a materialului.

Construcția grafică este reprezentată în fig. 5.15. Se ia un punct oarecare T' pe dreapta intrinsecă și se duce normala în T' pînă în punctul C' . Acest punct este centrul cercului tangent în T' la dreapta intrinsecă. Dreapta OE intersectează cercul astfel construit în punctele E_p și E_a . Din E , ducînd paralele la $E_p C'$ și $E_a C'$ la intersecția cu axa σ se găsesc punctele C_a și C_p , care reprezintă centrele celor două cercuri ale lui Mohr pentru starea activă și starea pasivă. Efortul total pe un paramet vertical la o adîncime z de la suprafață se obține ținînd seama că planul vertical este planul conjugat cu cel paralel suprafeței terenului.

Grafic, efortul unitar total pe planul vertical este dat de vectorul OF obținut prin intersecția cercului cu simetricul dreptei OE (tensiunea din $OE = \gamma z \cos \beta$).

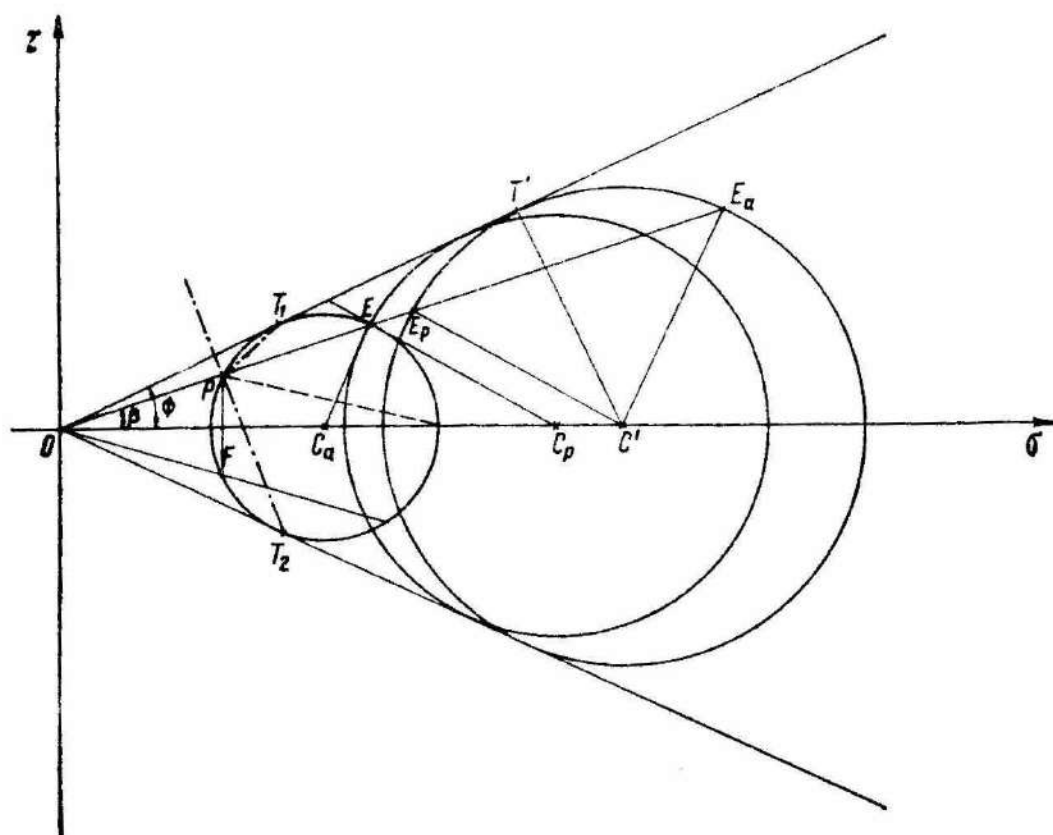


Fig. 5.15

Analitic folosind relația (5.6, b) se obține :

$$OF = 1,8 \times 0,965 \times 0,696^2 \times z = 0,841z.$$

$$\beta = \delta = 15^\circ; \cos \lambda = \frac{\cos \Phi}{\cos \delta} = \frac{\cos 25^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{0,906}{0,965} = 0,938$$

$$\lambda = 20^\circ 20'; \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\lambda}{2} \right) = \operatorname{tg} (45^\circ - 10^\circ 10') = 0,696.$$

Efortul unitar pe acest plan este :

$$\sigma = \gamma z \cdot \cos^2 \beta \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\lambda}{2} \right) = 1,8 \times 0,965^2 \times 0,696^2 z = 0,812 z.$$

După cum se vede din fig. 5.15, unghiul de deviere a efortului resultant OE este egal cu β . Valoarea maximă a lui β este egală cu Φ . De aici rezultă că un taluz înclinat cu unghiul Φ este stabil, indiferent de lungimea sa și de adâncimea stratului.

În cazul unui pământ coeziv, expresiile pentru eforturile conjugate devin mai complicate. De aceea se recurge la rezolvarea grafică cu ajutorul cercului lui Mohr (fig. 15.16). Punctul M are coordonatele :

$$\sigma = \gamma z \cos^2 \beta = 1,8 z \cos^2 15^\circ = 1,68 z \text{ t/m}^2;$$

$$\tau = \gamma z \sin \beta \cos \beta = 1,8 z \times 0,965 \times 0,259 = 0,45 z \text{ t/m}^2.$$

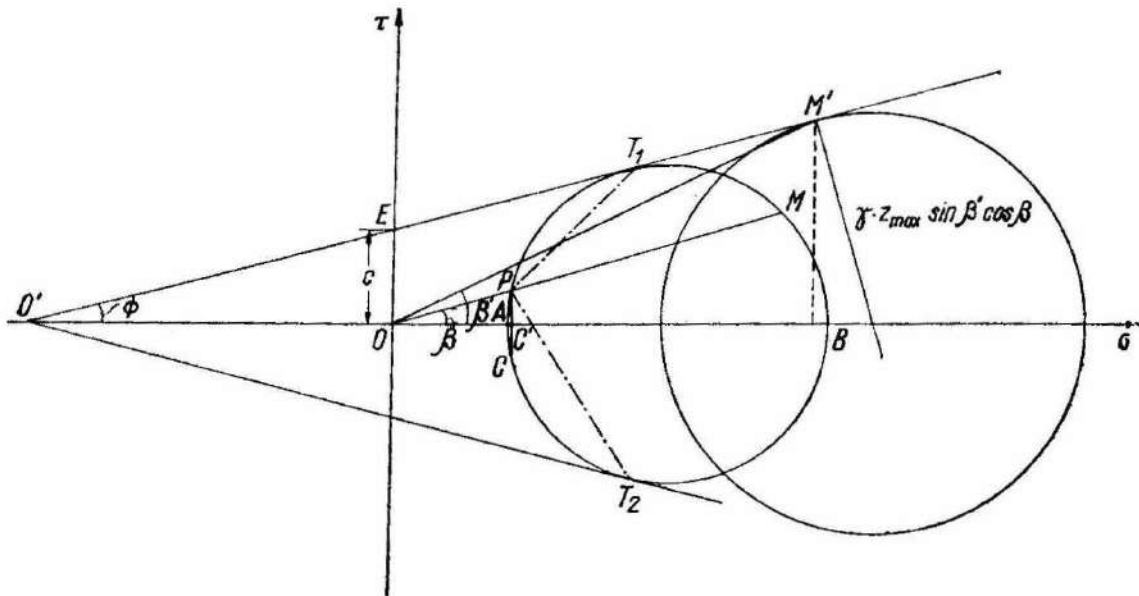


Fig. 5.16

Polul cercului se găsește în punctul de intersecție al cercului cu OM .

Ducînd prin acest pol o paralelă la verticală se obțin eforturile pe zidul vertical la scara respectivă. În cazul din fig. 5,16

$$\sigma = 0,5 \, z \, \text{t/m}^2; \, \tau = 0,12 \, z \, \text{t/m}^2.$$

După cum se vede din fig. 5.16, β poate să fie și mai mare decît Φ ($\beta' > \Phi$). În acest caz există pentru punctul M o poziție critică atunci cînd este situat pe dreapta intrinsecă $O'E$. Ținînd seama de coordonatele acestui punct ($\sigma = \gamma z \cos^2 \beta'$ și $\tau = \gamma z \sin \beta' \cos \beta'$) rezultă :

$$z_{\max} = \frac{c}{\gamma \cos \beta' (\sin \beta' - \operatorname{tg} \Phi \cos \beta')}.$$

Înlocuind valorile numerice $\Phi = 15^\circ$; $\gamma = 1,8 \, \text{t/m}^3$; $c = 2,00 \, \text{t/m}^2$ luînd de exemplu $\beta' = 20^\circ > \Phi$:

$$z_{\max} = \frac{2,00}{1,80 \times 0,939(0,312 - 0,268 \times 0,939)} = 13,20 \, \text{m}.$$

În ceea ce privește suprafețele de alunecare, în cazul pămînturilor nisi-poase ele sînt plane paralele cu PT_1 respectiv PT_2 . Acest lucru reiese din faptul că, conform fig. 5.15, polul fiecărui cerc este situat pe aceeași rază a cercurilor omotetice cu centrul de omotetie O , deci toate dreptele PT sînt paralele.

În cazul pămînturilor argiloase (v.fig. 5.16), planele de alunecare sînt de asemenea în fiecare punct tangente paralele cu direcțiile PT , dar aceste direcții variază în fiecare punct M ale cărui coordonate cresc proporțional cu z , deoarece dreapta OM pe care este situat polul fiecărui cerc care trece prin M , nu mai este raza de omotetie.

Exemplul 5.9. Să se rezolve cu ajutorul cercului de eforturi următoarele probleme de bază.

a) Cunoscînd într-un punct al masivului, aflat în stare de echilibru limită, efortul unitar total (ca vector) care acționează pe un plan cu direcția dată, să se determine :

- eforturile care acționează pe orice plan care trece prin acest punct;
- direcțiile și eforturile pe planele de alunecare.

Planul $A - A$ este înclinat față de orizontală cu $\beta = 20^\circ$; efortul unitar total egal cu $4,00 \, \text{kg/cm}^2$ înclinat cu $\delta = 15^\circ$; $c = 5,00 \, \text{t/m}^2$; $\Phi = 30^\circ$.

b) Să se determine planul pe care acționează un efort cu înclinarea dată precum și mărirea acestui efort folosind cercul de eforturi din exemplul precedent.

Rezolvare. Se construiește triunghiul dreptunghi AOB (fig. 5.17) avînd unghiurile AOB și OAB egale respectiv cu Φ și cu $\pi/2 - \Phi$. Din B se duce $BB' \perp AO$. Se construiesc cu A ca centru, cercurile avînd drept rază AB' , AB și AO ;

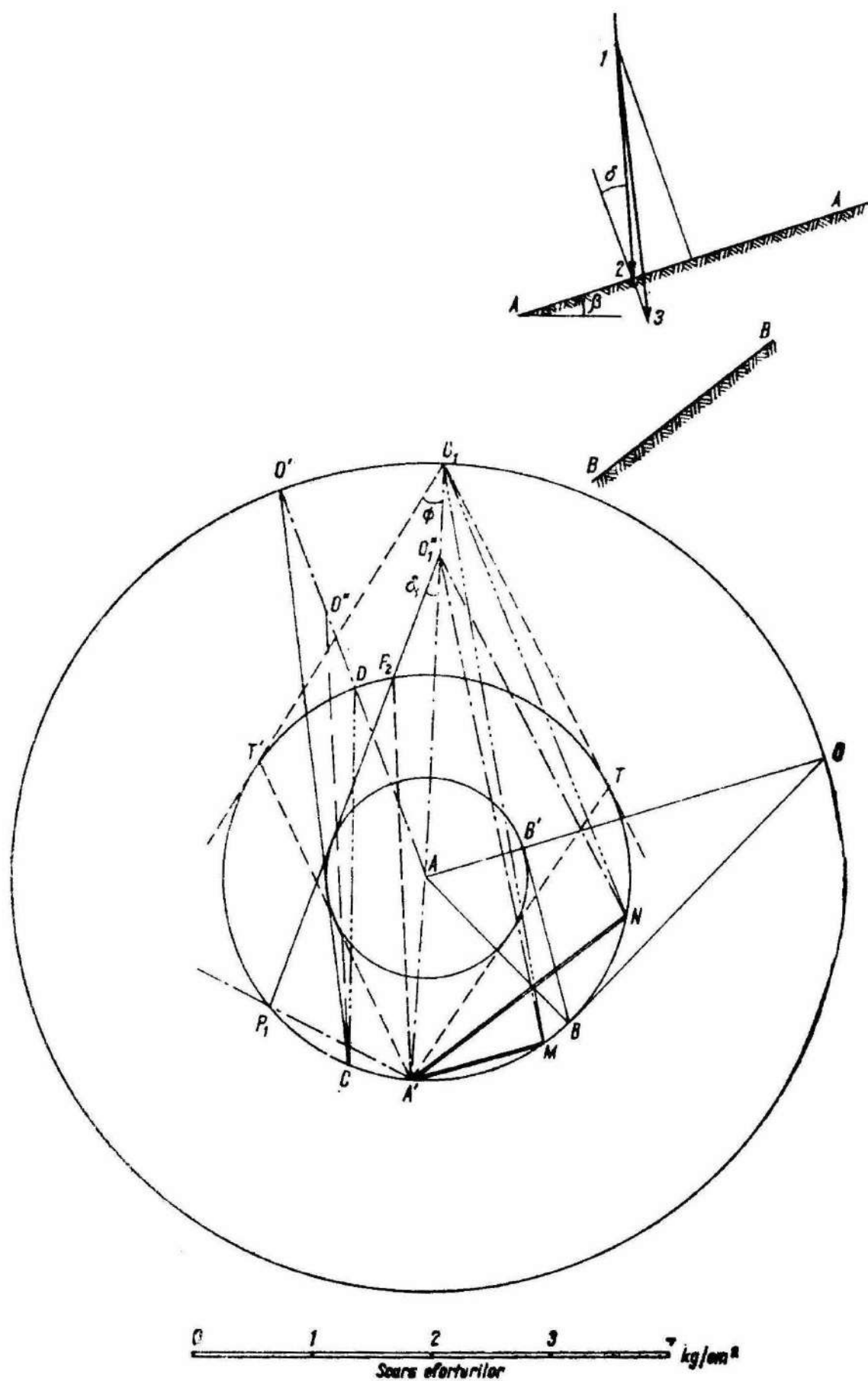


Fig. 5. 17

pe planul $A-A$ acționează efortul unitar total $1-2$, cunoscut ca direcție și mărime. Compus cu vectorul $2-3$ care este egal cu $c \cdot \operatorname{ctg} \varphi$, perpendicular pe planul $A-A$, rezultă efortul $1-3$. Ducînd prin centrul A al cercurilor o perpendiculară la direcția planului $A-A$ pînă la intersecția O' cu cercul avînd raza AO , se obține originea transpusă a cercului lui Mohr pentru starea limită. Prin O' se duce o paralelă la efortul $1-3$ pînă la intersecția C cu cercul avînd raza AB . După cum se poate ușor demonstra, CD este paralel cu planul principal minim. Pentru a obține cercul lui Mohr orientat, adică un cerc al cărui diametru principal (axa eforturilor σ), este paralel cu un plan principal se duce prin centrul A o paralelă la CD pînă la intersecția $O_1, O_1 A'$ fiind acum axa cercului de eforturi. Ducînd prin C o paralelă la direcția efortului $1-2$ pînă la intersecția O'' cu AO' , $O''C$ reprezintă efortul dat $1-2$ și astfel se obține scara de eforturi pentru desenul făcut, $O'O''$ fiind egal cu $c \cdot \operatorname{ctg} \Phi$ la aceeași scară. Raportînd la aceeași scară pe $O_1 O_1', O_1' M$ și respectiv $O_1' N$ reprezintă eforturile pe planul $A-A$ respectiv $B-B$ dacă $A'M$ respectiv $A'N$ sînt paralele cu direcțiile acestor plane din natură.

Planele de alunecare se obțin ducînd prin O_1 tangentele $O_1 T$ și $O_1 T'$ la cercul cu raza AB iar direcțiile lor sînt date prin $A'T$ și $A'T'$.

Eforturile reale pe planele de alunecare sînt date la scara respectivă prin $O_1 T$ respectiv $O_1 T'$ din care se scad geometric vectorii $c \cdot \operatorname{ctg} \Phi$.

b) Pentru rezolvarea acestei probleme se duce prin O_1' o dreaptă înclinată cu unghiul dat $\delta_1 = -15^\circ$ față de axa $O_1 A'$. Ea intersectează cercul în punctele P_1 și P_2 . Planele pe care acționează efortul cu direcția dată sînt paralele direcțiilor $A' P_1$ și $A' P_2$. Mărimea acestor eforturi este dată, la scara aleasă, de segmentele $O_1' P_1$ și $O_1' P_2$.

6

STAREA DE EFORTURI UNITARE ÎN MASIVUL DE PĂMÎNT

A. CAZUL PROBLEMEI SPAȚIALE

1) Formula de bază o constituie expresia care dă starea de eforturi într-un semispațiu infinit, elastic, omogen și izotrop, sub acțiunea unei forțe concentrate verticale (fig. 6.1). Problema a fost rezolvată de Boussinesq în anul 1873. Eforturile unitare într-un sistem de coordonate dreptunghiular x, y, z rezultă :

$$\tau_{xy} = \frac{3P}{2\pi} \left[\frac{xyz}{R^5} - \frac{1-2\nu}{3} \cdot \frac{xy(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \right];$$

$$\tau_{yz} = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{yz^2}{R^5};$$

$$\begin{aligned}
\tau_{zx} &= \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{xz^2}{R^5}; \\
\sigma_z &= \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^5 \psi; \\
\sigma_x &= \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{zx^2}{R^5} + \frac{1-2\nu}{3} \left[\frac{R^2 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} - \frac{x^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \right] \right\}; \\
\sigma_y &= \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{zy^2}{R^5} + \frac{1-2\nu}{3} \left[\frac{R^2 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} - \frac{y^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{6.1}$$

Din cauza simetriei axiale expresiile în coordonate cilindrice (z, r, θ) sînt mai intuitive (planele radiale și tangențiale fiind plane principale, eforturile tangențiale $\tau_{z\theta} = \tau_{r\theta} = 0$)

$$\begin{aligned}
\sigma_z &= \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}; \\
\sigma_r &= \frac{P}{2\pi} \left[-\frac{3zr^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)} \right]; \\
\sigma_\theta &= \frac{P}{2\pi} (1-2\nu) \left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{z}{R^3} \right]; \\
\tau_{rz} &= \frac{2P}{2\pi} \cdot \frac{z^2 r}{R^5}.
\end{aligned} \tag{6.2}$$

După cum se vede eforturile care acționează pe planul perpendicular pe z nu depind de caracteristicile elastice ale pămîntului.

Din (6.2) rezultă: $\frac{\tau_{rz}}{\sigma_z} = \frac{r}{z}$ deci efortul unitar total S pe un plan

orizontal este totdeauna dirijat spre punctul de aplicație al forței concentrate, făcînd cu direcția forței concentrate un unghi ψ iar mărimea lui este :

$$S = \sqrt{\sigma_z^2 + \tau_{rz}^2} = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{\cos^2 \psi}{R^3}. \tag{6.3,a}$$

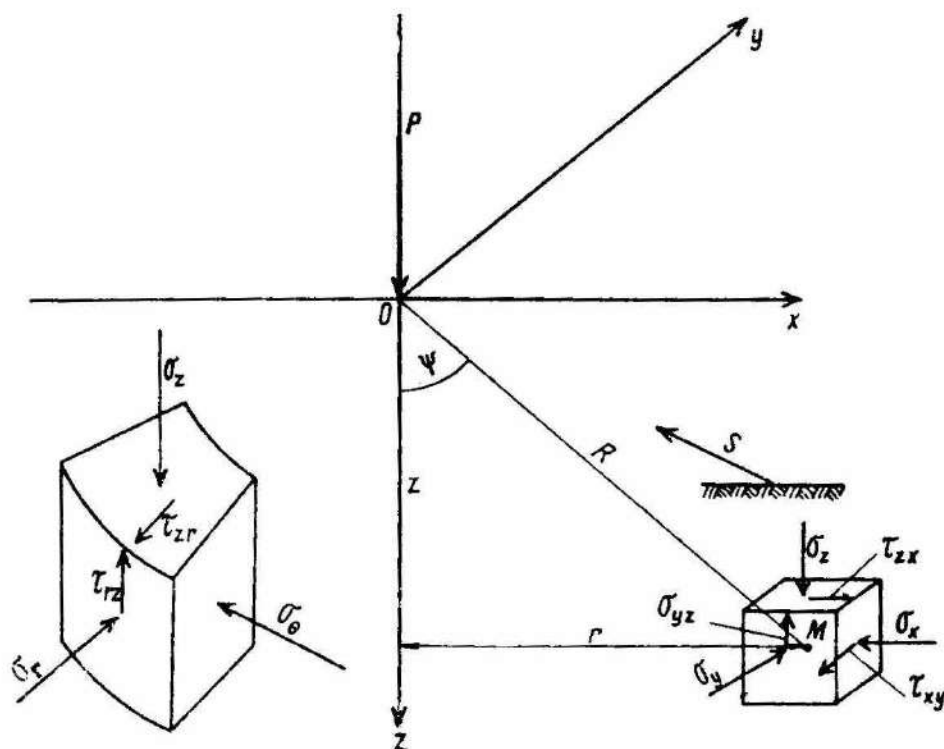


Fig. 6.1

Expresia pentru σ_z poate fi pusă sub forma

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}} \cdot \frac{1}{z^2} \quad (6.3,b)$$

$$\text{Notînd cu } K_z = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}; \quad \sigma_z = \frac{P}{z^2} K_z. \quad (6.3,c)$$

În tabela 6.1 sînt date valorile lui K_z în funcție de raportul r/z . Expresia pentru σ_r poate fi scrisă notînd $\frac{r}{z} = \alpha$;

$$\sigma_r = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{1}{z^2} \left[\frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)^{5/2}} - \frac{1 - 2\nu}{3(1 + \alpha^2) + \sqrt{1 + \alpha^2}} \right] = \frac{P}{z^2} K_r. \quad (6.4)$$

Valorile lui σ_θ fiind în general neînsemnate de obicei ele se neglijează. Suma celor trei eforturi principale se notează cu θ , primul invariant al ten-

Tabela 6.1

Valorile K_z

r/z	K_z	r/z	K_z	r/z	K_z	r/z	K_z
0,00	0,4775	0,55	0,2466	1,10	0,0658	1,65	0,0179
0,05	0,4745	0,60	0,2214	1,15	0,0581	1,70	0,0160
0,10	0,4657	0,65	0,1978	1,20	0,0513	1,80	0,0129
0,15	0,4516	0,70	0,1762	1,25	0,0454	1,90	0,0105
0,20	0,4329	0,75	0,1565	1,30	0,0402	2,00	0,0085
0,25	0,4103	0,80	0,1386	1,35	0,0357	2,50	0,0034
0,30	0,3849	0,85	0,1226	1,40	0,0317	3,00	0,0015
0,35	0,3577	0,90	0,1083	1,45	0,0282	3,50	0,0007
0,40	0,3294	0,95	0,0956	1,50	0,0251	4,00	0,0004
0,45	0,3011	1,00	0,0844	1,55	0,0224	4,50	0,0002
0,50	0,2733	1,05	0,0744	1,60	0,0200	5,00	0,0001

sorului de eforturi de care depinde variația de volum a elementului solici-
tă: $\theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$

$$\theta = \frac{P}{\pi} (1 + \nu) \frac{z}{R^3} \text{ de unde notînd cu } \frac{z}{R} = \beta$$

$$\theta = \frac{P}{R^2} \cdot \frac{\beta (1 + \nu)}{\pi} \quad (6.5)$$

În cazul acțiunii mai multor forțe concentrate P_i eforturile unitare dintr-un punct al masivului se obțin prin însumarea expresiilor (6.1) — (6.5) pentru fiecare forță P_i în parte.

2) La proiectarea construcțiilor hidrotehnice, încărcările orizontale aplicate pe suprafața pămîntului capătă o însemnătate deosebită (fig. 6.2).

În cazul unei încărcări concentrate Q acționînd în direcția axei $+x$, presiile pentru σ_z și θ se scriu :

$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi R^3} xz^2 \quad (6.6, a)$$

$$\theta = \frac{(1 + \nu) Q}{\pi R^3} x. \quad (6.6, b)$$

3) Pentru încărcări verticale distribuite în mod uniform pe o suprafață, expresiile eforturilor unitare într-un punct se obțin prin integrarea pe acea suprafață a expresiilor (6.1) — (6.6).

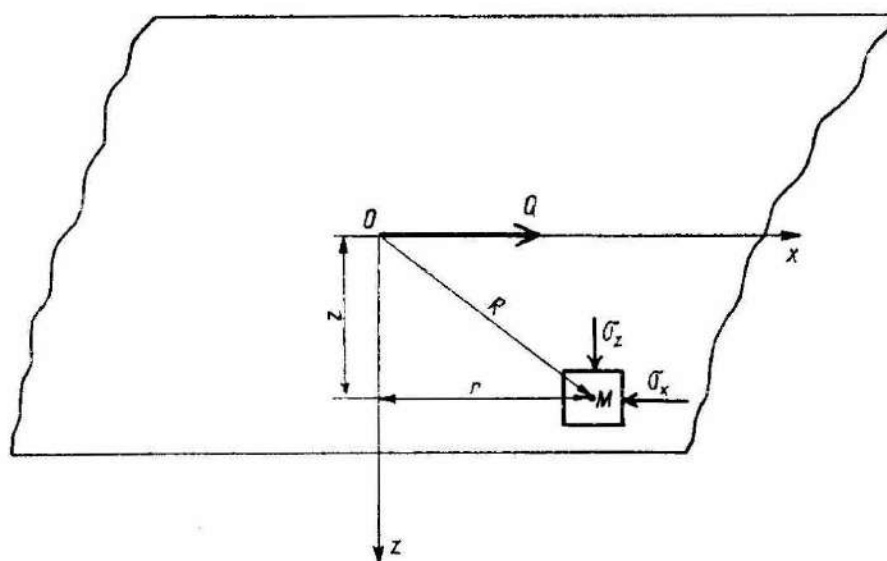


Fig. 6.2

Astfel, în cazul unei încărcări verticale p uniform distribuite pe un dreptunghi cu laturile $2a$ și $2b$, eforturile unitare pe verticala dusă printr-un colț al dreptunghiului se obțin cu formula :

$$\sigma_z = K_c p, \quad (6.7, a)$$

iar variația sumei eforturilor în aceleași puncte, cu formula :

$$\theta = p(1 + \nu)K'_c \quad (6.7, b)$$

în care :

$$K_c = \frac{1}{2\pi} \left[\arctg \frac{n}{m\sqrt{1+m^2+n^2}} + \frac{mn(1+n^2+2m^2)}{(m^2+n^2)(1+m^2)\sqrt{1+m^2+n^2}} \right]$$

$$K'_c = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{n}{m\sqrt{1+m^2+n^2}}$$

unde :

$$n = \frac{2a}{2b}; \quad m = \frac{z}{2b}.$$

În tabelele 6.2 și 6.3 sînt date valorile K_c și K'_c .

Tabela 6.2

Valorile K_c

$m = \frac{z}{2b}$	$n = \frac{2a}{2b}$										
	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
0,0	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500
0,2	0,2486	0,2489	0,2490	0,2491	0,2491	0,2491	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492
0,4	0,2401	0,2420	0,2429	0,2434	0,2437	0,2439	0,2442	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443
0,6	0,2229	0,2275	0,2300	0,2315	0,2324	0,2329	0,2339	0,2341	0,2342	0,2342	0,2342
0,8	0,1999	0,2075	0,2120	0,2147	0,2164	0,2176	0,2196	0,2200	0,2202	0,2202	0,2202
1,0	0,1752	0,1851	0,1911	0,1955	0,1981	0,1999	0,2034	0,2042	0,2045	0,2046	0,2046
1,2	0,1516	0,1626	0,1705	0,1758	0,1793	0,1818	0,1870	0,1882	0,1887	0,1888	0,1888
1,4	0,1305	0,1423	0,1508	0,1569	0,1613	0,1644	0,1712	0,1730	0,1738	0,1739	0,1740
1,6	0,1120	0,1241	0,1329	0,1396	0,1445	0,1482	0,1567	0,1590	0,601	0,1603	0,1604
1,8	0,0969	0,1083	0,1172	0,1241	0,1294	0,1334	0,1434	0,1463	0,1478	0,1481	0,1483
2,0	0,0840	0,0947	0,1034	0,1103	0,1158	0,1202	0,1314	0,1350	0,1368	0,1372	0,1374
2,5	0,0602	0,0691	0,0767	0,0833	0,0888	0,0931	0,1063	0,1114	0,1144	0,1151	0,1153
3,0	0,0447	0,0519	0,0583	0,0640	0,0690	0,0732	0,0870	0,0931	0,0973	0,0983	0,0987
5,0	0,0179	0,0212	0,0243	0,0274	0,0302	0,0328	0,0435	0,0504	0,0573	0,0599	0,0610
7,0	0,0094	0,0112	0,0130	0,0147	0,0164	0,0180	0,0250	0,0306	0,0376	0,0411	0,0428
10,0	0,0047	0,0056	0,0065	0,0074	0,0083	0,0092	0,0132	0,0167	0,0222	0,0258	0,0280

Valorile K'_c

$n = \frac{2a}{2b}$ $m = z/2b$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	4,0	10,0
0,0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
0,2	0,4114	0,4183	0,4230	0,4259	0,4281	0,4297	0,4352	0,4369
0,4	0,3308	0,3430	0,3515	0,3570	0,3612	0,3643	0,3750	0,3782
0,6	0,2630	0,2782	0,2890	0,2967	0,3024	0,3068	0,3222	0,3270
0,8	0,2251	0,2251	0,2371	0,2458	0,2529	0,2582	0,2776	0,2840
1,0	0,1667	0,1828	0,1952	0,2047	0,2121	0,2180	0,2406	0,2486
1,2	0,1344	0,1495	0,1616	0,1711	0,1788	0,1850	0,2101	0,2193
1,4	0,1097	0,1235	0,1348	0,1441	0,1518	0,1580	0,1848	0,1952
1,6	0,0906	0,1030	0,1135	0,1223	0,1296	0,1358	0,1638	0,1753
1,8	0,0758	0,0868	0,0964	0,1046	0,1116	0,1177	0,1460	0,1588
2,0	0,0641	0,0739	0,0826	0,0900	0,0967	0,1024	0,1310	0,1445
2,5	0,0440	0,0514	0,0581	0,0642	0,0696	0,0745	0,1020	0,1173
3,0	0,0319	0,0375	0,0427	0,0475	0,0520	0,0561	0,0814	0,0980
5,0	0,0122	0,0146	0,0168	0,0190	0,0212	0,0232	0,0391	0,0561
7,0	0,0064	0,0078	0,0088	0,0100	0,0111	0,0124	0,0224	0,0370
10,0	0,0032	0,0038	0,0044	0,0047	0,0056	0,0067	0,0118	0,0224

Dacă se cer eforturile într-un punct situat pe o verticală care nu ar trece prin colțul dreptunghiului, acest caz poate fi oricând redus la cel precedent prin descompunerea dreptunghiului încărcat în patru dreptunghiuri elementare al căror colț comun se găsește în punctul considerat. Efortul unitar căutat reprezintă suma acțiunii acestor patru suprafețe elementare în punctul respectiv. Astfel, tabelele 6.2 și 6.3 pot fi folosite pentru determinarea eforturilor pe verticala din centrul dreptunghiului înmulțind cu 4 toate valorile K_c sau K'_c din tabele (luând însă în locul valorii m , valoarea $m' = 2m$).

4) În cazul unei încărcări verticale repartizate triunghiular de-a lungul laturii $2a$ a unui dreptunghi cu laturile $2a \times 2b$ (fig. 6.3), eforturile σ_z de pe verticala care trece prin colțul neîncărcat se obțin prin formula:

$$\sigma_z = \alpha' p, \quad (6.8,a)$$

iar invariantul cu:

$$\theta = \beta' (1 + \nu) p \quad (6.8,b)$$

în care : p este încărcarea maximă.

α' și β' sînt coeficienți care se iau în funcție de rapoartele

$n = \frac{2b}{2a}$ și $m = \frac{z}{2a}$ din tabelele 6.4, respectiv 6.5.

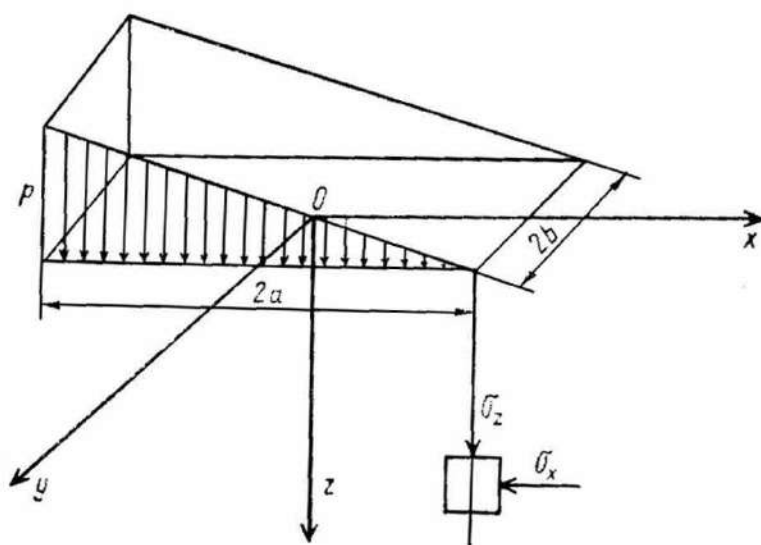


Fig. 6.3

Valo

$n = \frac{2b}{2a}$ $m = z/2a$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
0,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,2	0,0223	0,0280	0,0296	0,0301	0,0304	0,0305	0,0305
0,4	0,0269	0,0420	0,0487	0,0517	0,0531	0,0539	0,0543
0,6	0,0259	0,0448	0,0560	0,0621	0,0654	0,0673	0,0684
0,8	0,0232	0,0421	0,0553	0,0637	0,0688	0,0720	0,0739
1,0	0,0201	0,0375	0,0508	0,0602	0,0666	0,0708	0,0735
1,2	0,0171	0,0324	0,0450	0,0546	0,0615	0,0664	0,0698
1,4	0,0145	0,0278	0,0392	0,0483	0,0551	0,0606	0,0644
1,6	0,0123	0,0238	0,0339	0,0424	0,0492	0,0545	0,0586
1,8	0,0105	0,0204	0,0304	0,0371	0,0435	0,0487	0,0528
2,0	0,0090	0,0176	0,0255	0,0324	0,0384	0,0434	0,0474
2,5	0,0063	0,0125	0,0183	0,0236	0,0284	0,0326	0,0362
3,0	0,0046	0,0092	0,0135	0,0176	0,0214	0,0249	0,0280
5,0	0,0018	0,0036	0,0054	0,0071	0,0088	0,0104	0,0120
7,0	0,0009	0,0019	0,0028	0,0038	0,0047	0,0056	0,0064
10,0	0,0005	0,0009	0,0014	0,0019	0,0023	0,0028	0,0033

Valo

$n = \frac{2b}{2a}$ $m = z/2a$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
0,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,2	0,0437	0,0675	0,0802	0,0875	0,0920	0,0949	0,0969
0,4	0,0378	0,0660	0,0844	0,0963	0,1041	0,1093	0,1130
0,6	0,0299	0,0551	0,0740	0,0874	0,0968	0,1035	0,1083
0,8	0,0234	0,0442	0,0612	0,0742	0,0840	0,0913	0,0968
1,0	0,0184	0,0353	0,0498	0,0616	0,0710	0,0783	0,0839
1,2	0,0146	0,0283	0,0405	0,0508	0,0594	0,0664	0,0720
1,4	0,0118	0,0230	0,0332	0,0421	0,0498	0,0562	0,0615
1,6	0,0096	0,0189	0,0274	0,0351	0,0419	0,0477	0,0527
1,8	0,0080	0,0157	0,0229	0,0296	0,0355	0,0408	0,0453
2,0	0,0067	0,0132	0,0194	0,0251	0,0304	0,0351	0,0392
2,5	0,0045	0,0090	0,0133	0,0174	0,0212	0,0248	0,0280
3,0	0,0033	0,0065	0,0096	0,0126	0,0155	0,0183	0,0208
5,0	0,0012	0,0025	0,0037	0,0049	0,0061	0,0072	0,0083
7,0	0,0006	0,0013	0,0019	0,0025	0,0032	0,0038	0,0044
10,0	0,0003	0,0006	0,0010	0,0013	0,0016	0,0019	0,0022

Tabela 6.4

rile α'

1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306
0,0545	0,0546	0,0547	0,0548	0,0549	0,0549	0,0549	0,0549
0,0690	0,0694	0,0696	0,0701	0,0702	0,0702	0,0702	0,0702
0,0751	0,0759	0,0764	0,0773	0,0776	0,0776	0,0776	0,0776
0,0753	0,0766	0,0774	0,0790	0,0794	0,0795	0,0796	0,0796
0,0721	0,0738	0,0749	0,0774	0,0779	0,0782	0,0783	0,0783
0,0672	0,0692	0,0707	0,0739	0,0748	0,0752	0,0752	0,0753
0,0616	0,0639	0,0656	0,0697	0,0708	0,0714	0,0715	0,0715
0,0560	0,0585	0,0604	0,0652	0,0666	0,0673	0,0675	0,0675
0,0507	0,0533	0,0533	0,0607	0,0624	0,0634	0,0636	0,0636
0,0393	0,0419	0,0440	0,0504	0,0529	0,0543	0,0547	0,0548
0,0307	0,0331	0,0352	0,0419	0,0449	0,0469	0,0474	0,0476
0,0135	0,0148	0,0161	0,0214	0,0248	0,0283	0,0296	0,0301
0,0073	0,0081	0,0089	0,0124	0,0152	0,0186	0,0204	0,0212
0,0037	0,0041	0,0046	0,0066	0,0066	0,0084	0,0111	0,0139

Tabela 6.5

rile β'

1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0963	0,0993	0,1001	0,1020	0,1027	0,1033	0,1035	0,1036
0,1156	0,1175	0,1190	0,1228	0,1242	0,1252	0,1256	0,1258
0,1119	0,1146	0,1166	0,1220	0,1241	0,1256	0,1262	0,1264
0,1009	0,1041	0,1066	0,1133	0,1160	0,1181	0,1188	0,1192
0,0884	0,0919	0,0947	0,1024	0,1057	0,1082	0,1091	0,1095
0,0765	0,0801	0,0830	0,0916	0,0952	0,0982	0,0993	0,0998
0,0659	0,695	0,0725	0,0815	0,0856	0,0889	0,0902	0,0908
0,0569	0,0604	0,0634	0,0726	0,0770	0,0806	0,0821	0,0827
0,0492	0,0526	0,0555	0,0648	0,0694	0,0734	0,0749	0,0757
0,0429	0,0460	0,0488	0,0580	0,0628	0,0670	0,0687	0,0695
0,0310	0,0337	0,0361	0,0447	0,0495	0,0542	0,0562	0,0279
0,0232	0,0254	0,0274	0,0351	0,0399	0,0448	0,0469	0,0481
0,0094	0,0105	0,0115	0,0159	0,0194	0,0239	0,0264	0,0279
0,0050	0,0056	0,0062	0,0088	0,0111	0,0146	0,0169	0,0184
0,0025	0,0028	0,0031	0,0045	0,0059	0,0081	0,0099	0,0112

Valo

$n = \frac{2b}{2a}$ $m = z/2a$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
0,0	0,1592	0,1592	0,1592	0,1592	0,1592	0,1592	0,1592
0,2	0,1114	0,1401	0,1479	0,1506	0,1518	0,1523	0,1526
0,4	0,0672	0,1049	0,1211	0,1293	0,1328	0,1347	0,1356
0,6	0,0432	0,0746	0,0933	0,1035	0,109191	0,1121	0,1139
0,8	0,0290	0,0521	0,0691	0,0796	0,0861	0,0900	0,0924
1,0	0,0201	0,0375	0,0508	0,0602	0,0666	0,0708	0,0735
1,2	0,0142	0,0270	0,0375	0,0455	0,0512	0,0553	0,0582
1,4	0,0103	0,0199	0,0280	0,0345	0,0395	0,0433	0,0460
1,6	0,0077	0,0149	0,0212	0,0265	0,0308	0,0341	0,0366
1,8	0,0058	0,0113	0,0163	0,0206	0,0242	0,0270	0,0293
2,0	0,0045	0,0088	0,0127	0,0162	0,0192	0,0217	0,0237
2,5	0,0025	0,0050	0,0073	0,0094	0,0113	0,0130	0,0145
3,0	0,0015	0,0031	0,0045	0,0059	0,0071	0,0083	0,0093
5,0	0,0004	0,0007	0,0011	0,0014	0,0018	0,0021	0,0024
7,0	0,0001	0,0003	0,0004	0,0005	0,0007	0,0008	0,0009
10,0	0,0005	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003

Valo

$n = \frac{2b}{2a}$ $m = z/2a$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
0,0							
0,2	0,2185	0,0337	0,4010	0,4374	0,4599	0,4745	0,4845
0,4	0,0944	0,1649	0,2111	0,2407	0,2602	0,2733	0,2825
0,6	0,0499	0,0918	0,1233	0,1456	0,1613	0,1725	0,1805
0,8	0,0293	0,0553	0,0765	0,0928	0,1050	0,1142	0,1210
1,0	0,0184	0,0353	0,0498	0,0616	0,0710	0,0783	0,0839
1,2	0,0122	0,0236	0,0337	0,0424	0,0495	0,0553	0,0600
1,4	0,0084	0,0164	0,0237	0,0301	0,0355	0,0401	0,0439
1,6	0,0060	0,0118	0,0171	0,0220	0,0262	0,0298	0,0329
1,8	0,0044	0,0087	0,0127	0,0164	0,0197	0,0226	0,0252
2,0	0,0033	0,0066	0,0097	0,0126	0,0152	0,0175	0,0196
2,5	0,0018	0,0036	0,0053	0,0070	0,0085	0,0099	0,0112
3,0	0,0011	0,0022	0,0032	0,0042	0,0052	0,0061	0,0069
5,0	0,0002	0,0005	0,0007	0,0010	0,0012	0,0014	0,0017
7,0	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006
10,0	0,0005	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002

Tabela 6.6

rile K_{ch}

1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
0,1592	0,1592	0,1592	0,1592	0,1592	0,1592	0,1592	0,1592
0,1528	0,1529	0,1529	0,1530	0,1530	0,1530	0,1530	0,1530
0,1362	0,1365	0,1361	0,1371	0,1372	0,1372	0,1372	0,1372
0,1150	0,1156	0,1160	0,1168	0,1169	0,1170	0,1170	0,1170
0,0939	0,0948	0,0955	0,0967	0,0969	0,0970	0,0970	0,0970
0,0753	0,0766	0,0774	0,0790	0,0794	0,0795	0,0796	0,0796
0,0601	0,0615	0,0624	0,0645	0,0650	0,0652	0,0652	0,0652
0,0480	0,0494	0,0505	0,0534	0,0534	0,0537	0,0537	0,0538
0,0385	0,0400	0,0410	0,0436	0,0443	0,0446	0,0447	0,0447
0,0311	0,0325	0,0336	0,0362	0,0370	0,0374	0,0375	0,0375
0,0253	0,0266	0,0277	0,0303	0,0312	0,0317	0,0318	0,0318
0,0157	0,0167	0,0176	0,0202	0,0211	0,0217	0,0219	0,0219
0,0102	0,0110	0,0117	0,0140	0,0150	0,0156	0,0158	0,0159
0,0027	0,0030	0,0032	0,0043	0,0050	0,0057	0,0059	0,0060
0,0010	0,0012	0,0013	0,0018	0,0022	0,0027	0,0029	0,0030
0,0004	0,0004	0,0005	0,0007	0,0008	0,0011	0,0013	0,0414

Tabela 6.7

rile K'_{ch}

1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
0,4915	0,4966	0,5004	0,5101	0,5137	0,5164	0,5173	0,5177
0,2890	0,2939	0,2975	0,2939	0,3105	0,3131	0,3141	0,3145
0,1865	0,1909	0,1943	0,2033	0,2068	0,2094	0,2103	0,2107
0,1262	0,1302	0,1333	0,1417	0,1450	0,1476	0,1485	0,1490
0,0884	0,0919	0,0947	0,1024	0,1057	0,1082	0,1091	0,1095
0,0637	0,0667	0,0692	0,0763	0,0794	0,0819	0,0827	0,0831
0,0471	0,0497	0,0518	0,0582	0,0611	0,0635	0,0644	0,0648
0,0355	0,0377	0,0396	0,0454	0,0481	0,0504	0,0513	0,0517
0,0274	0,0292	0,0308	0,0360	0,0386	0,0408	0,0416	0,0420
0,0214	0,0230	0,0244	0,0290	0,0314	0,0335	0,0343	0,0347
0,0124	0,0135	0,0144	0,0179	0,0198	0,0217	0,0225	0,0229
0,0077	0,0095	0,0091	0,0117	0,0133	0,0149	0,0156	0,0160
0,0019	0,0021	0,0023	0,0032	0,0039	0,0048	0,0053	0,0056
0,0007	0,0008	0,0009	0,0013	0,0016	0,0021	0,0024	0,0026
0,0003	0,0003	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008	0,0010	0,0011

Tabelele se folosesc în același mod și în cazul când încărcarea triunghiulară este distribuită de-a lungul laturii mici a suprafeței : pentru aceasta se notează lățimea tot cu $2a$ iar rapoartele n și m se calculează identic :

Pentru a găsi eforturile σ_z și θ de-a lungul verticalei duse prin colțul încărcat, se combină valorile din relațiile (6.7) cu cele din (6.8)

$$\sigma_z = p(K_c - \alpha') \quad (6.8c)$$

respectiv

$$\theta = (K'_c - \beta') (1 + \gamma)p. \quad (6.8d)$$

Prin combinarea expresiilor găsite pentru încărcarea uniform distribuită și cea triunghiulară se obțin cele care dau eforturile în cazul unei încărcări trapezoidale.

5) În cazul unei încărcări verticale uniform distribuite pe suprafața unui cerc cu raza ρ , expresiile pentru σ_z într-un punct situat la adâncimea z pe o verticală sub centru ($b = 0$) sînt :

$$\sigma_z = p \left\{ 1 - \left[\frac{1}{1 + (\rho/z)^2} \right]^{3/2} \right\} = pk$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{p}{2} \left[(1 - 2\nu) - \frac{2(1 + \nu)}{\sqrt{1 + (\rho/z)^2}} + \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (\rho/z)^2}} \right)^3 \right]. \quad (6.9)$$

6) Pentru cazul unei încărcări orizontale răspîndite în mod uniform de-a lungul laturii $2a$ pe un dreptunghi cu laturile $2a$ și $2b$, eforturile de pe verticală dintr-un colț al dreptunghiului încărcat sînt date de relația :

$$\sigma_z = K_{ch}p; \quad (6.10a)$$

iar ale sumei eforturilor din punctele respective de :

$$\theta = (1 + \nu)pK'_{ch} \quad (6.10b)$$

$$K_{ch} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{n}{\sqrt{m^2 + n^2}} - \frac{nm^2}{(1 + m)\sqrt{1 + m^2 + n^2}} \right]$$

$$K'_{ch} = \frac{1}{\pi} \left[\ln \frac{\sqrt{1 + m^2}}{m} \cdot \frac{n + \sqrt{m^2 + n^2}}{n + \sqrt{1 + m^2 + n^2}} \right].$$

Valorile K_{ch} și K'_{ch} sînt date în tabelele 6.6. și 6.7 în funcție de $n = \frac{2b}{2a}$ și $m = \frac{z}{2a}$.

În cazul în care încărcarea orizontală este distribuită uniform de-a lungul laturii mici (însemnate de obicei cu $2b$), aceasta se va nota tot cu $2a$, calculînd n și m în același mod.

7) În cazul cînd forța concentrată P sau Q se aplică într-un punct din interiorul semispațiului, expresiile date anterior pentru diferitele eforturi nu mai sînt valabile. Problema pentru o sarcină concentrată verticală și orizontală a fost rezolvată în principiu de Mindlin. Eforturile σ_z și suma tuturor eforturilor normale într-un punct cu coordonatele z și r , cînd forța verticală se aplică la o adîncime h de la suprafață, sînt date prin relațiile:

$$\sigma_z = K_h \frac{P}{h^2} \quad (6.11a)$$

și

$$\theta = K'_h \frac{P}{h^2} \quad (6.11b)$$

Coeficienții K_h și K'_h sînt dați în tabelele 6.8 și 6.9 în funcție de rapoartele z/h și r/h .

Tabela 6.8

Valorile K_h

r/h z/h	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0	0	0	0	0	0	0
0,2	-0,0960	-0,0719	-0,0289	-0,0020	+0,0065	+0,0066
0,4	-0,3709	-0,2582	-0,0880	-0,0024	+0,0206	+0,0202
0,6	-1,1057	-0,5906	-0,1170	+0,0184	+0,0400	+0,0344
0,8	-4,9217	-0,8510	-0,0152	+0,0590	+0,0568	+0,0440
1,0	$\mp \infty$	+0,1081	+0,0917	+0,0775	+0,0619	+0,0473
1,2	+5,1378	+1,0639	+0,2012	+0,0968	+0,0666	+0,0495
1,4	+1,3360	+0,8108	+0,2518	+0,1391	+0,0813	+0,0555
1,6	+0,6234	+0,4966	+0,2901	+0,1600	+0,0959	+0,0635
1,8	+0,3689	+0,3251	+0,2344	+0,1548	+0,1014	+0,0692
2,0	+0,2480	+0,2291	+0,1847	+0,1368	+0,0982	+0,0708

Tabela 6.9

Valorile K'_h

r/h z/h	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0	+0,7602	+0,6809	+0,4990	+0,3138	+0,1777	+0,0935
0,2	+0,3080	+0,2928	+0,2497	+0,1914	+0,1332	+0,0871
0,4	-0,0833	-0,0343	+0,0454	+0,0860	+0,0886	+0,0742
0,6	-0,7683	-0,4608	-0,1365	+0,0166	+0,0623	+0,0724
0,8	-3,9369	-1,2714	-0,1956	+0,0214	+0,0684	+0,0722
1,0	$\mp \infty$	+0,1452	+0,1357	+0,1217	+0,1053	+0,0887
1,2	+4,2486	+1,5827	+0,4779	+0,2453	+0,1468	+0,1072
1,4	+1,1267	+0,8313	+0,3949	+0,2482	+0,1663	+0,1178
1,6	+0,5358	+0,4677	+0,3368	+0,2307	+0,1619	+0,1189
1,8	+0,3221	+0,2989	+0,2449	+0,1906	+0,1451	+0,1121
2,0	+0,2192	+0,2092	+0,1841	+0,1537	+0,1250	+0,1013

8) Pentru o încărcare p uniform distribuită care se găsește la o adâncime h de la suprafață, eforturile σ_z de-a lungul unei verticale care trece prin colțul unui pătrat de latură $2b$, precum și eforturile σ_z produse pe verticala de la marginea unei benzi continue de lățime $2b$ rezultă din:

$$\sigma_z = K_{hcp} \cdot p \text{ (pentru pătrat)} \quad (6.12a)$$

și

$$\sigma_z = K_{hcb} \cdot p \text{ (pentru banda continuă),} \quad (6.12b)$$

K_{hcp} și K_{hcb} fiind date în tabelele 6.10 și 6.11 în funcție de $\frac{2b}{h}$ și $\frac{z}{h}$.

T a b e l a 6.10

Valori K_{hcp}

z/h	$2b/h$						
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	1	1,5
1	0,1299	0,1361	1 428	1 501	1 569	1 901	2 143
1,1	0,0779	0,1102	1 226	1 318	1 406	1 863	2 128
1,2	0,0369	0,0805	1 055	1 145	1 309	1 772	2 108
1,3	0,0199	0,0555	872	1 015	1 190	1 703	2 051
1,5	0,0083	0,0284	536	737	920	1 399	1 937
2	0,0025	0,0094	211	338	468	1 134	1 612

T a b e l a 6.11

Valori K_{hcb}

z/h	$2b/h$						
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	1	1,5
1	1 503	1 669	1 769	1 655	1 909	2 134	2 319
1,1	1 034	1 452	1 616	1 728	1 836	2 126	2 306
1,2	685	1 146	1 412	1 578	1 732	2 117	2 286
1,3	502	929	1 218	1 335	1 623	2 069	2 255
1,5	324	672	932	1 186	1 384	1 726	2 209
2	161	391	602	795	967	1 619	2 051

Pentru cazul unei forțe orizontale Q care se aplică într-un punct la o adâncime h , eforturile σ_x și σ_z se exprimă prin :

$$\sigma_x = \frac{Qx}{8\pi(1-\nu)} \left\{ -\frac{1-2\nu}{R_1^3} + \frac{(1-2\nu)(5-4\nu)}{R_2^3} - \frac{3x^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)x^2}{R_2^5} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+h)^2} \left(3 - \frac{x^2(3R_2+z+h)}{R_2^2(R_2+z+h)} \right) + \frac{6h}{R^5} \left[3h - (3-2\nu)(z+h) + \frac{5x^2z}{R_2^2} \right] \right\} \quad (6.13)$$

$$\sigma_z = \frac{Qx}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{1-2\nu}{R_1^3} - \frac{1-2\nu}{R_2^3} \right] \quad (6.13a)$$

(cu neglijarea unor termeni de ordinul R^{-5}), unde

$$R_1^2 = r^2 + (z-h)^2; \quad R_2^2 = r^2 + (z+h)^2.$$

B. CAZUL PROBLEMEI PLANE

Formulele cu care se calculează eforturile unitare în cazul problemei plane sînt :

1) Sub acțiunea unei încărcări liniare P , t/m (fig. 6.4, a):

$$\sigma_z = \frac{2P}{\pi} \cdot \frac{\cos^3 \beta}{R}; \quad \sigma_x = \frac{2P}{\pi} \cdot \frac{\sin^2 \beta \cos \beta}{R}; \quad \tau = \frac{2P}{\pi} \cdot \frac{\sin \beta \cos^2 \beta}{R}. \quad (6.14)$$

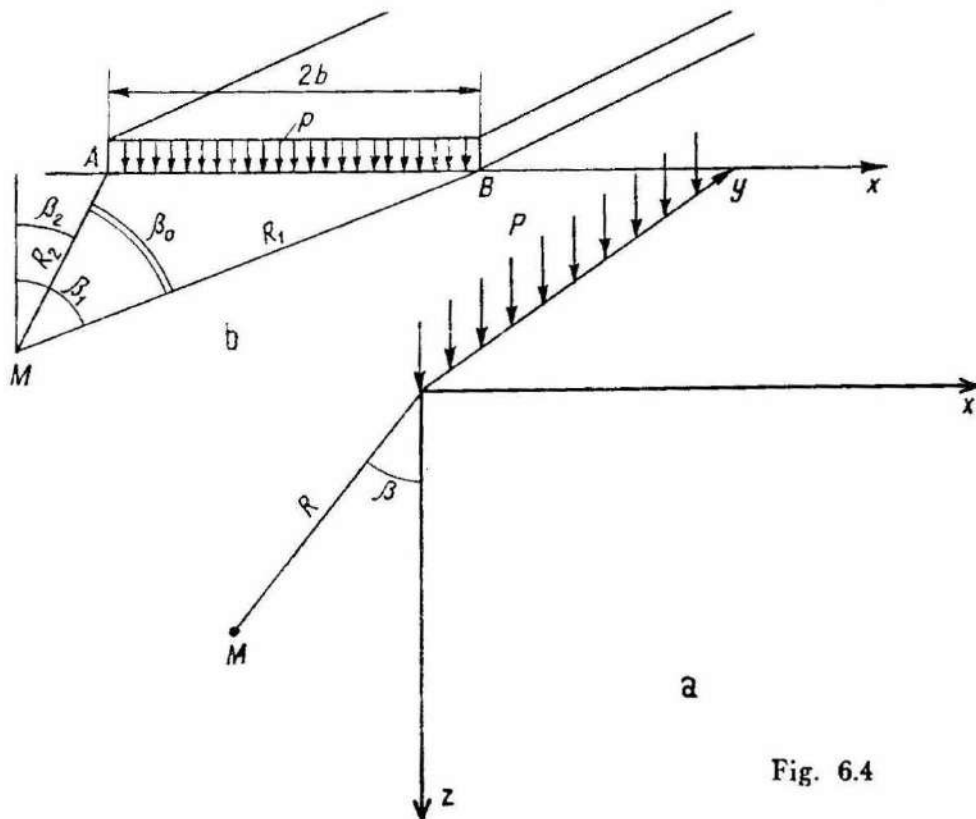


Fig. 6.4

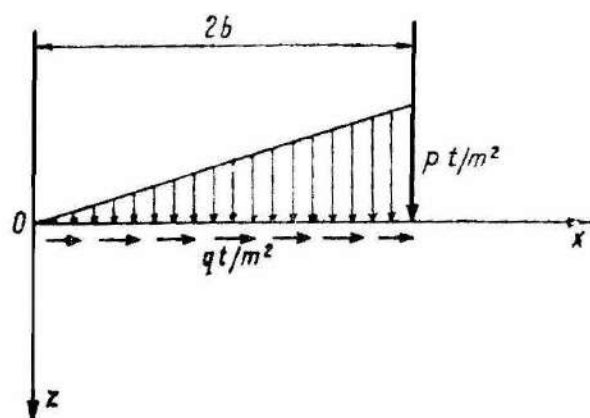


Fig. 6.5

(triunghiulară) pe o fundație de lățime $2b$ (fig.6.5), σ_z , σ_x și τ sînt date în funcție de β_1 și β_2 respectiv x și z (originea sistemului de coordonate fiind în vârful triunghiului)

$$\sigma_z = \frac{pz}{2\pi b} [\sin^2 \beta_1 - \sin^2 \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_2 (\beta_1 - \beta_2 + \sin \beta_1 \cos \beta_1 - \sin \beta_2 \cos \beta_2)] \quad (6.16)$$

$$\sigma_x = \frac{pz}{2\pi b} [(\cos^2 \beta_1 - \cos^2 \beta_2 - 2 \ln \cos \beta_1 + 2 \ln \cos \beta_2) - \operatorname{tg} \beta_2 (\beta_1 - \beta_2 - \sin \beta_1 \cos \beta_1 + \sin \beta_2 \cos \beta_2)]; \quad (6.17)$$

Coefici

$\frac{z}{2b}$ \ $\frac{x}{2b}$	0			0,25			0,50		
	k_z	k_x	k_t	k_z	k_x	k_t	k_z	k_x	k_t
0,00	1,00	1,00	0	1,00	1,00	0	0,50	0,50	0,32
0,25	0,96	0,45	0	0,90	0,39	0,13	0,50	0,35	0,30
0,50	0,82	0,18	0	0,74	0,19	0,16	0,48	0,23	0,26
0,75	0,67	0,08	0	0,61	0,10	0,13	0,45	0,14	0,20
1,00	0,55	0,04	0	0,51	0,05	0,10	0,41	0,09	0,16
1,25	0,46	0,02	0	0,44	0,05	0,07	0,37	0,06	0,12
1,50	0,40	0,01	0	0,38	0,03	0,06	0,33	0,04	0,10
1,75	0,35	—	0	0,34	0,02	0,04	0,30	0,03	0,08
2,00	0,31	—	0	0,31	0,01	0,03	0,28	0,02	0,06
3,00	0,21	—	0	0,21	—	0,02	0,20	0,01	0,03
4,00	0,16	—	0	0,16	—	0,10	0,15	—	0,02
5,00	0,13	—	0	0,13	—	—	0,12	—	—
6,00	0,11	—	0	0,10	—	—	0,10	—	—

$$\tau = \frac{pz}{2\pi b} [\sin 2\beta_1 - \sin 2\beta_2 + 2(\beta_2 - \beta_1) - \operatorname{tg} \beta_2 (\cos^2 \beta_1 - \cos^2 \beta_2)]. \quad (6.18)$$

Pentru efortul unitar σ_z formula se poate scrie :

$$\sigma_z = k_{1z} \cdot p \quad (6.18a)$$

k_{1z} fiind dat în tabela 6.13 în funcție de rapoartele $\frac{x}{2b}$ și $\frac{z}{2b}$.

4) Pentru o încărcare orizontală q repartizată uniform pe lățimea $2b$ a unei fundații continue eforturile unitare σ_x , σ_z și τ sînt :

$$\sigma_x = \frac{q}{\pi} \left[\ln \frac{z^2 + (x+b)^2}{(b-x)^2 + z^2} - \frac{4bxz^2}{(b^2 + x^2 + z^2)^2 - 4b^2x^2} \right] \text{ sau}$$

$$\sigma_x = k_{2x} \cdot q; \quad (6.19a)$$

$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} \left[\frac{4b^2z^2}{(b^2 + x^2 + z^2)^2 - 4b^2x^2} \right] \text{ sau } \sigma_z = k_{2z} \cdot q \quad (6.19b)$$

$$\tau = \frac{q}{\pi} \left[\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b-x}{z} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b+x}{z} - 2bz \frac{b^2 - x^2 + z^2}{(b^2 + x^2 + z^2)^2 - 4b^2x^2} \right] \quad (6.19c)$$

$$\theta = k'_{2z} \cdot q \quad (6.19d)$$

Tabela 6.12

enții k_z , k_x , k_t

1,00			1,5			2,0		
k_z	k_x	k_t	k_z	k_x	k_t	k_z	k_x	k_t
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,02	0,17	0,05	0	0,07	0,01	0,0	0,04	0,0
0,08	0,21	0,13	0,02	0,12	0,04	0,0	0,07	0,02
0,15	0,22	0,16	0,04	0,14	0,07	0,02	0,10	0,04
0,19	0,15	0,16	0,07	0,14	0,10	0,03	0,13	0,05
0,20	0,11	0,14	0,10	0,12	0,10	0,04	0,11	0,07
0,21	0,08	0,13	0,11	0,10	0,10	0,06	0,10	0,07
0,21	0,06	0,11	0,13	0,09	0,10	0,07	0,09	0,08
0,17	0,05	0,10	0,13	0,07	0,10	0,08	0,08	0,08
0,14	0,02	0,06	0,135	0,03	0,07	0,10	0,04	0,07
0,12	0,01	0,03	0,12	0,02	0,05	0,10	0,03	0,05
0,10	—	—	0,11	—	—	0,09	—	—
—	—	—	0,10	—	—	—	—	—

Tabela 6.13

Valorile k_{1z}											
$\frac{z}{2b}$ \ $2 \frac{x}{b}$	-1,5	-1,0	-0,5	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5
0,00	0	0	0	0	0,250	0,500	0,750	0,500	0	0	0
0,25	—	—	0,001	0,075	0,256	0,480	0,643	0,424	0,015	0,003	—
0,50	0,002	0,003	0,023	0,127	0,263	0,410	0,477	0,353	0,056	0,017	0,003
0,75	0,006	0,016	0,042	0,153	0,248	0,335	0,361	0,293	0,108	0,024	0,009
1,0	0,014	0,025	0,061	0,159	0,223	0,275	0,279	0,241	0,129	0,045	0,013
1,5	0,020	0,048	0,096	0,145	0,178	0,200	0,202	0,185	0,124	0,062	0,041
2,0	0,033	0,061	0,092	0,127	0,146	0,155	0,163	0,153	0,108	0,069	0,050
3,0	0,050	0,064	0,080	0,096	0,103	0,104	0,108	0,104	0,090	0,071	0,050
4,0	0,051	0,060	0,067	0,075	0,078	0,085	0,082	0,075	0,073	0,600	0,049
5,0	0,047	0,052	0,057	0,059	0,062	0,063	0,063	0,065	0,061	0,051	0,047
6,0	0,041	0,041	0,050	0,051	0,052	0,053	0,053	0,053	0,050	0,050	0,045

Coeficientul k_{2x} este dat în tabela 6.14 în funcție de rapoartele $\frac{x}{b}$ și $\frac{z}{b}$, originea fiind la mijlocul laturii $2b$. Coeficienții k_{2z} și k'_{2z} sînt dați în tabela 6.15 în funcție de raportul $m = \frac{z}{2b}$, pentru eforturile unitare σ_z respectiv θ de pe verticala care trece prin marginea fundației continue.

5) În cazul în care punctul de aplicație al forței concentrate se găsește la o adîncime h de la suprafața terenului, eforturile unitare rezultă din următoarea funcție de eforturi φ :

a) Cazul forței orizontale Q

$$\varphi = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{(z-h)}{2} \left[\arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + (z-h)^2}} + \arccos \frac{z-h}{\sqrt{x^2 + (z+h)^2}} + \right. \\ \left. + \frac{1-2\nu}{4(1-\nu)} x \ln \sqrt{\frac{x^2 + (z-h)^2}{x^2 + (z+h)^2}} - \frac{1}{2(1-\nu)} \cdot \frac{hxz}{2(1-\nu)x^2 + (z+h)^2} \right]. \quad (6.20)$$

b) Cazul forței verticale P

$$\varphi = \frac{P}{\pi} \left[-\frac{1}{2} x \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + (z-h)^2}} + \arccos \frac{z-h}{\sqrt{x^2 + (z+h)^2}} + \right. \\ \left. + \frac{1-2\nu}{4(1-\nu)} (z-h) \ln \sqrt{\frac{x^2 + (z-h)^2}{x^2 + (z+h)^2}} - \frac{1}{2(1-\nu)} \cdot \frac{[hz(h+z)]}{x^2 + (z+h)^2} \right]. \quad (6.21)$$

După cum se știe, eforturile unitare se obțin prin dubla diferențiere

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \quad \sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}; \quad \tau = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z}. \quad (6.22)$$

6) În cazul încărcării cu o sarcină uniform distribuită p , a unui strat compresibil de grosime h așezat pe un strat practic incompresibil (strat aluvionar de formație recentă așezat pe roca de bază), se produce o concentrare de eforturi spre stratul incompresibil. Valoarea eforturilor distribuite pe verticala centrului suprafețelor de diferite forme geometrice se calculează cu:

$$\sigma_z = k_3 \cdot p. \quad (6.23)$$

k_3 fiind dat în tabela 6.16 în funcție de raportul h/b și de forma suprafeței de încărcare: cerc cu raza b , dreptunghi cu raportul laturilor $n = \frac{2a}{2b}$ și fundații continue cu $n \rightarrow \infty$.

7) Pentru cazul cînd un strat mai puțin compresibil este așezat pe un strat neconsolidat (de exemplu cazul terenului de fundații din lunca Dunării etc.), repartizarea eforturilor depinde de raportul între caracteristicile de deformare ale celor două straturi. Notînd cu E_1 și ν_1 caracteristicile primului strat și ana-

Coeficientul k_{2x}												
$\frac{x}{b} \backslash \frac{z}{b}$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
0,0	0,0	0,128	0,258	0,394	0,699	1,105	—	1,025	0,598	0,441	0,325	0,257
0,1	0,0	0,124	0,252	0,386	0,677	1,039	1,596	0,998	0,698	0,437	0,325	0,257
0,2	0,0	0,118	0,234	0,361	0,620	0,873	1,156	0,935	0,679	0,436	0,324	0,257
0,3	0,0	0,107	0,214	0,323	0,544	0,733	0,896	0,849	0,653	0,431	0,323	0,257
0,5	0,0	0,081	0,160	0,242	0,385	0,499	0,601	0,612	0,573	0,431	0,320	0,261
0,7	0,0	0,058	0,114	0,167	0,243	0,330	0,413	0,519	0,465	0,390	0,296	0,247
1,0	0,0	0,033	0,063	0,092	0,133	0,195	0,256	0,347	0,385	0,345	0,283	0,238
1,5	0,0	0,012	0,024	0,027	0,061	0,087	0,123	0,187	0,236	0,267	0,247	0,215
2,0	0,0	0,002	0,011	0,016	0,028	0,040	0,062	0,106	0,145	0,196	0,204	0,199
3,0	0,0	0,002	0,003	0,008	0,009	0,012	0,018	0,036	0,060	0,101	0,140	0,137
4,0	0,0	0,000	0,001	0,001	0,002	0,003	0,007	0,016	0,079	0,053	0,078	0,094
5,0	0,0	0,000	0,000	0,001	0,001	0,009	0,004	0,080	0,013	0,030	0,053	0,062

T a b e l a 6.15

Coeficienții k_{2z} și k'_{2z}

$m = \frac{z}{2b}$	k_{2z}	k'_{2z}	$m = \frac{z}{2b}$	k_{2z}	k'_{2z}
0,0	0,3183	∞	2,6	0,0410	0,0439
0,1	0,3152	1,4690	2,8	0,0360	0,0382
0,2	0,3061	1,0371	3,0	0,0318	0,0335
0,3	0,2920	0,7939	3,2	0,0283	0,0297
0,4	0,2744	0,6306	3,4	0,0253	0,0264
0,5	0,2546	0,5123	3,6	0,0228	0,0237
0,6	0,2341	0,4231	3,8	0,0206	0,0213
0,7	0,2136	0,3540	4,0	0,0187	0,0193
0,8	0,1941	0,2995	4,2	0,0171	0,0176
0,9	0,1759	0,2559	4,4	0,0156	0,0160
1,0	0,1592	0,2206	4,6	0,0144	0,0147
1,2	0,1305	0,1679	4,8	0,0132	0,0135
1,4	0,1075	0,1312	5,0	0,0122	0,0125
1,6	0,0894	0,1050	6,0	0,0086	0,0087
1,8	0,0751	0,0856	7,0	0,0064	0,0064
2,0	0,0637	0,0710	8,0	0,0049	0,0049
2,2	0,0545	0,0598	9,0	0,0039	0,0039
2,4	0,0471	0,0510	10,0	0,0032	0,0032

T a b e l a 6.16

Coeficientul k_3

h/b	Cerc raza b	Dreptunghi $n = 2a/2b$				$n = \infty$
		$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 10$	
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,25	1,009	1,009	1,009	1,009	1,009	1,009
0,5	1,064	1,053	1,033	1,033	1,033	1,033
0,75	1,072	1,082	1,059	1,059	1,059	1,059
1	0,965	1,027	1,039	1,026	1,025	1,025
1,5	0,684	0,762	0,912	0,911	0,902	0,902
2	0,473	0,541	0,717	0,769	0,761	0,761
2,5	0,336	0,395	0,593	0,651	0,636	0,636
3	0,249	0,298	0,474	0,549	0,560	0,560
4	0,148	0,186	0,314	0,392	0,439	0,439
5	0,098	0,125	0,222	0,287	0,359	0,359
7	0,051	0,065	0,113	0,170	0,262	0,262
10	0,025	0,032	0,064	0,093	0,181	0,185
20	0,006	0,008	0,016	0,024	0,068	0,086
50	0,001	0,001	0,003	0,005	0,014	0,037
∞	0	0	0	0	0	0

log cu E_2 și ν_2 cele ale celui de-al doilea strat, raportul de rigiditate n_0 este definit prin :

$$n_0 = \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{1 - \nu_2^2}{1 - \nu_1^2}. \quad (6.24)$$

În funcție de n_0 și h/b (h = grosimea stratului superior, iar b jumătatea lățimii fundației) se obțin presiunile pe stratul compresibil ($n_0 > 1$) din expresia :

$$\sigma_z = k_n p \quad (6.25)$$

k_n putînd fi luat din tabela 6.17 în funcție de n_0 și h/b .

Coeficientul k_n

Tabela 6.17

h/b	$n_0 = 1$	$n_0 = 5$	$n_0 = 10$	$n_0 = 15$	h/b	$n_0 = 1$	$n_0 = 5$	$n_0 = 10$	$n_0 = 15$
0	1,00	1,00	1,00	1,00	2,0	0,60	0,41	0,33	0,29
0,5	1,02	0,95	0,87	0,82	3,33	0,39	0,26	0,20	0,18
1,0	0,90	0,69	0,58	0,52	5,0	0,27	0,17	0,16	0,12

8) În cazul unui mediu anizotrop, ca de pildă cînd modulul de deformare pe direcția orizontală diferă de cel pe direcția verticală ($E_x \neq E_z$), expresiile date anterior pentru toate cazurile problemei plane se modifică. Notînd cu σ'_z , σ'_x , τ' eforturile în mediul anizotrop și cu $k = \sqrt{\frac{E_x}{E_z}}$, eforturile unitare se calculează cu :

$$\sigma'_z = \frac{\sigma_z}{k}; \quad \sigma'_x = \frac{\sigma_x}{k}; \quad \tau' = \frac{\tau}{k} \quad (6.26)$$

dacă cu σ_z , σ_x și τ se notează eforturile deduse pentru mediul izotrop.

În cazul spațial expresia (6.1) se modifică în funcție de k :

$$\sigma'_z = \frac{P}{\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} \cdot \frac{1 + k + k^2}{k(1 + k)}. \quad (6.27)$$

Prin combinarea expresiilor (6.1) — (6.27) se pot rezolva toate problemele legate de repartizarea eforturilor în masivele de pămînt.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 6.1. Patru stâlpi dispuși într-un careu, la o distanță de 6 m între centrele lor sînt încărcăți centric cu cîte $P = 200$ t fiecare. Se cere să se calculeze repartizarea eforturilor unitare σ_z și a invariantului θ pe verticala centrului C al careului. Se va lua $\nu = 0,3$.

Rezolvare. Distribuția eforturilor unitare pe verticala centrului careului se obține folosind formulele (6.3 c), (6.5) și tabela 6.1; $r = 6,00 \cos 45^\circ = 4,24$ m. Calculul este redat în tabela 6.18 iar rezultatele sînt exprimate în t/m^2 .

Variația pe verticală a efortului unitar σ_z și a invariantului θ este reprezentată în fig. 6.6, b.

După cum se vede din diagrama repartizării valorilor σ_z și θ influența eforturilor verticale σ_z se resimte în centrul careului abia de la 2 m adîncime (valoare maximă la 5,0 m) iar suma eforturilor principale θ care determină deformațiile de volum capătă un maxim la o adîncime de 3 m.

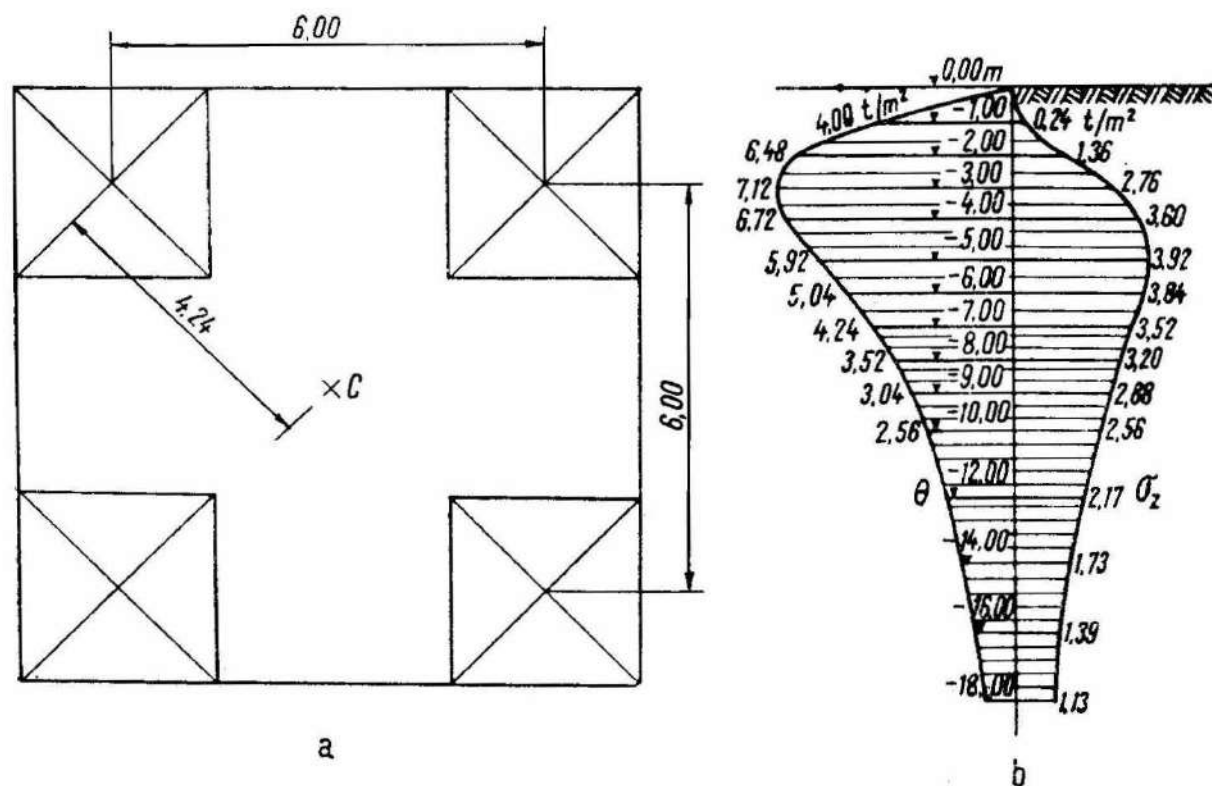


Fig. 6.6

Exemplul 6.2. Să se determine modul de repartizare a eforturilor unitare totale precum și a invariantului θ pe planele orizontale situate la adîncimile $z = 2$ m, $z = 4$ m și $z = 6$ m sub o încărcare concentrată de 500 t. Se va lua $\nu = 0,3$.

Tabela 6.18

z	z^2	$\frac{r}{z}$	K_z	$\frac{4P}{z^3}$	$\sigma_z = \frac{4 \times P \times k_z}{z^3}$	R	$\beta = \frac{z}{R}$	$\beta \frac{(1+\nu)}{\pi}$	$\beta \frac{(1+\nu)}{\pi R^2}$	R^3	$\theta = \frac{4P\beta(1+\nu)}{\pi R^3}$
0,00	0,00	∞	0,0000	0,0000	0,00	4,24	0,00	0,000	0,000	17,98	0,000
1,00	1,00	4,24	0,0003	800,00	0,24	4,36	0,23	0,095	0,0050	18,98	4,000
2,00	4,00	4,12	0,0068	200,00	1,36	4,69	0,43	0,178	0,0091	21,98	6,480
3,00	9,00	1,41	0,0309	88,89	2	5,19	0,58	0,240	0,0089	26,98	7,120
4,00	16,00	1,06	0,0727	50,00	3,60	5,83	0,69	0,286	0,0084	33,98	6,720
5,00	25,00	0,85	0,1226	32,00	3,92	6,56	0,77	0,319	0,0074	42,98	5,920
6,00	36,00	0,71	0,1721	22,22	3,84	7,35	0,82	0,339	0,0063	53,98	5,040
7,00	49,00	0,61	0,2165	16,32	3,52	8,18	0,86	0,356	0,0053	66,98	4,240
8,00	64,00	0,53	0,2571	12,50	3,20	9,05	0,88	0,364	0,0044	81,98	3,520
9,00	81,00	0,47	0,2899	9,88	2,88	9,95	0,90	0,373	0,0038	98,98	3,040
10,00	100,00	0,42	0,3181	8,00	2,56	10,86	0,92	0,381	0,0032	117,98	2,56

Rezolvare. Valoarea eforturilor unitare totale se determină cu formula (6.3,a):

$$S = 238,85 \frac{\cos^2 \psi}{R^2}.$$

Valoarea invariantului se calculează cu formula (6.5).
Rezultatele calculelor sînt date în tabela 6.19.

Tabela 6.19

z m	r m	$R^2 = z^2 + r^2$	$\cos^2 \psi = \frac{z^2}{R^2}$	$\frac{\cos^2 \psi}{R^2}$	$S, \text{ t/m}^2$	$\beta = \frac{z}{R}$	$\theta, \text{ t/m}^2$
2,00	0,00	4,00	1,00	0,250	59,7	1,000	51,7
	1,00	5,00	0,80	0,160	38,2	0,900	37,2
	2,00	8,00	0,50	0,063	15,0	0,707	18,3
	3,00	13,00	0,31	0,024	5,7	0,554	8,8
	4,00	20,00	0,20	0,010	2,4	0,447	4,6
	5,00	29,00	0,14	0,005	1,2	0,372	2,7
4,00	0,00	16,00	1,00	0,063	15,0	1,000	12,9
	1,00	17,00	0,94	0,055	13,1	0,971	11,8
	2,00	20,00	0,80	0,040	9,6	0,895	9,3
	3,00	25,00	0,64	0,026	6,2	0,800	6,6
	4,00	32,00	0,50	0,016	3,8	0,708	4,6
	5,00	41,00	0,39	0,010	2,4	0,625	3,2
6,00	0,00	36,00	1,00	0,028	6,7	1,000	5,8
	1,00	37,00	0,97	0,026	6,2	0,987	5,5
	2,00	40,00	0,90	0,023	5,5	0,949	4,9
	3,00	45,00	0,80	0,018	4,3	0,894	4,1
	4,00	52,00	0,69	0,013	3,1	0,832	3,3
	5,00	61,00	0,59	0,010	2,4	0,768	2,6

Reprezentarea grafică a eforturilor unitare totale S este dată în fig. 6.7.

Se observă descreșterea rapidă a valorii eforturilor unitare totale S cu îndepărtarea de direcția forței (de exemplu, la 2 m adîncime și la o distanță de 3 m valoarea efortului unitar descrește cu 90 %).

Suma celor trei eforturi θ descrește pe verticala dusă prin punctul de aplicație al forței de la 51,7 t/m² la $z = 2$ m la 5,8 t/m² la $z = 6$ m. Comprimarea pămîntului (proporțională cu θ) are loc deci în cea mai mare parte în părțile superioare.

Exemplul 6.3. Se va relua exemplul 6.1 în ipoteza că fiecare stîlp este fundat pe o suprafață pătrată de $2,8 \times 2,8$ m și se va determina :

a) variația efortului unitar σ_z pe verticala centrului careului format de cei patru stîlpi;

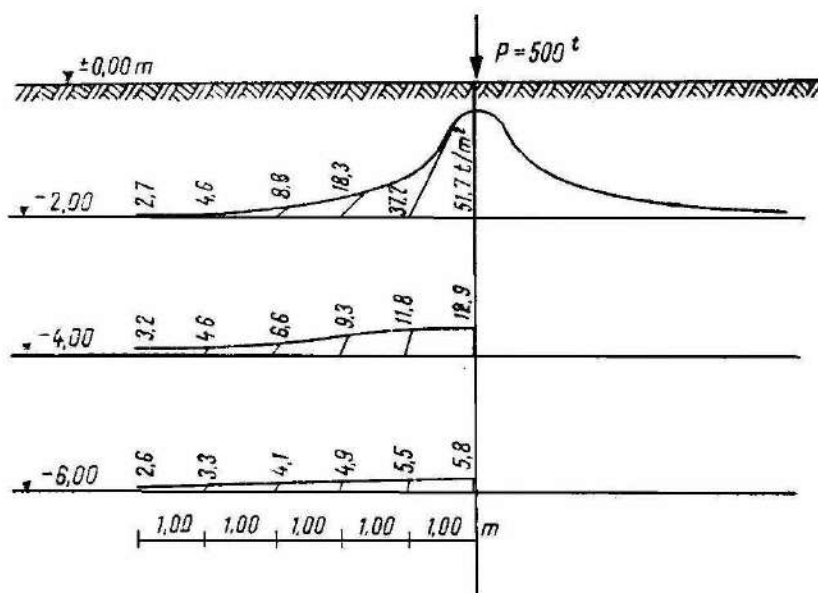


Fig. 6.7

b) variația efortului unitar total θ , la o adâncime $z = 3,00$ m pe verticala centrului careului ;

c) variația efortului unitar σ_z pe verticala centrului unui stîlp.

Rezolvare. a) Încărcarea în cazul de față este uniform distribuită iar presiunea pe terenul de fundație are valoarea :

$$p = \frac{200}{2,8 \times 2,8} = 25,5 \text{ t/m}^2$$

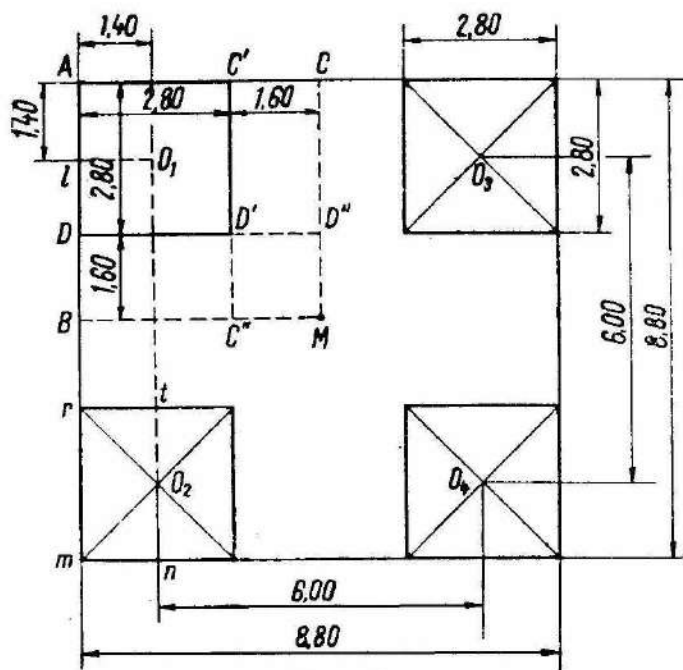


Fig. 6.8

Eforturile unitare σ_z datorite încărcării unui singur stîlp se determină cu relația (6.7 a); avînd în vedere că punctele în care se caută eforturile unitare nu se găsesc pe verticala colțului fundației, pentru a folosi tabela 6,2, se determină valorile k_c succesiv pentru dreptunghiurile $ABMC$ (K_{c1}); $CC'C''M$ (K_{c2}); $BDD''M$ (K_{c3}) și $C''D'D''M$ (K_{c4}), (fig. 6.8). Coeficientul k_c va avea valoarea $K_c = K_{c1} - (K_{c2} + K_{c3} - K_{c4})$. Rezultatele sînt date în tabela 6.20.

Avînd în vedere simetria încărcărilor în raport cu centrul careului celor patru stâlpi, efectele acțiunii celor patru stâlpi se

T a b e l a 6.20

z	Dreptunghiul <i>ABMC</i>		Dreptunghiul <i>CC'C''M</i>		Dreptunghiul <i>BDD''M</i>		Dreptunghiul <i>C''D'D''M</i>		K_c	$\frac{\sigma_z}{t/m^2}$
	$2a = 4,40; 2b = 4,40 \text{ m}$ $n = 1,0$		$2a = 4,40 \text{ m}; 2b = 1,40 \text{ m}$ $n \cong 3,0$		$2a = 4,40 \text{ m}; 2b = 1,40 \text{ m}$ $n \cong 3,0$		$2a = 1,40 \text{ m}; 2b = 1,40 \text{ m}$ $n = 1,0$			
	$m = \frac{z}{2b}$	K_{c_1}	$m = \frac{z}{2b}$	K_{c_2}	$m = \frac{z}{2b}$	K_{c_3}	$m = \frac{z}{2b}$	K_{c_4}		
0,00	0,00	0,2500	0,000	0,2500	0,00	0,2500	0,00	0,2500	0,0000	0,00
1,00	0,23	0,2473	0,63	0,2309	0,63	0,2309	0,63	0,2195	0,0050	0,51
2,00	0,45	0,2358	1,23	0,1830	1,25	0,1830	1,25	0,1463	0,0261	2,66
3,00	0,68	0,2137	1,88	0,1386	1,88	0,1386	1,88	0,0917	0,0282	2,86
4,00	0,91	0,1863	2,50	0,1063	2,50	0,1063	2,50	0,0602	0,0339	3,45
5,00	1,14	0,1587	3,13	0,0842	3,13	0,0842	3,13	0,0430	0,0333	3,40
6,00	1,36	0,1347	3,75	0,0708	3,75	0,0708	3,75	0,0347	0,0278	2,83
7,00	1,59	0,1130	4,38	0,0570	4,38	0,0570	4,38	0,0262	0,0252	2,60
8,00	1,82	0,0956	5,00	0,0435	5,00	0,0435	5,00	0,0179	0,0235	2,38
9,00	2,04	0,0821	5,63	0,0377	5,63	0,0377	5,63	0,0152	0,0219	2,23
10,00	2,27	0,0711	6,25	0,0321	6,25	0,0321	6,25	0,0126	0,0195	1,99

vor suprapune, astfel încît valoarea lui σ_z va fi egală cu $\sigma_z = 4K_c \times p = 4 \times 25,5 \times K_c \text{ t/m}^2$. Valorile efortului unitar σ_z sînt date în ultima coloană a tabelui 6.20.

b) Pentru determinarea valorii θ se folosește relația (6.7 b) folosind aceeași metodă a dreptunghiurilor componente și tabela 6.3.

$$z = 3,00 \text{ m} \quad K'_c = K'_{c1} - (K'_{c2} + K'_{c3} - K'_{c4})$$

Rezultatele sînt date în tabela 6.21.

Tabela 6.21

Dreptunghiul	$n = \frac{2a}{2b}$	$m = \frac{z}{2b}$	K'_{c1}	K'_{c2}	K'_{c3}	K'_{c4}
ABMC	1,0	0,68	0,2413			
CC'C''M	3,0	1,88		0,1256		
BDD''M	3,0	1,88			0,1256	
C''D'D''M	1,0	1,88				0,0711

$$K'_c = 0,2413 - (0,1256 + 0,1256 - 0,0711) = 0,0612$$

$$\theta = 4 (1 + \nu) K'_c p = 4(1 + 0,3)0,0612 \times 25,5 = 8,13 \text{ t / m}^2.$$

c) Din cauza simetriei geometrice și a încărcărilor, variația efortului unitar pe verticala centrului unui stîlp este identică pentru toți stîlpii; ea se obține însumînd eforturile unitare provenind de la toți stîlpii: σ_{z01} , σ_{z02} , σ_{z03} , σ_{z04} . Avînd în vedere simetria $\sigma_{z02} = \sigma_{z03}$, astfel încît $\sigma_z = \sigma_{z01} + 2\sigma_{z02} + \sigma_{z04}$.

z	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
m	0,00	0,71	1,43	2,14	2,86	3,57
k_c	0,2500	0,2103	0,1277	0,0774	0,0492	0,0371
σ_{z01}	25,5	21,4	13,0	7,9	5,0	3,8

Eforturile unitare σ_{zo1} se determină folosind formula (6.7, a) și tabela 6.2.

$$n = \frac{2a}{2b} = 1; \quad m = \frac{z}{2b_1} = \frac{z}{1,4}; \quad \sigma_{zo1} = 4k_c p = 4 \times 25,5 K_c =$$

$$= 102 K_c \text{ exprimat în t/m}^2.$$

Rezultatele sînt date în tabela 6.22.

Eforturile unitare σ_{zo2} respectiv σ_{zo3} se determină folosind o metodă similară celei de la pct. 1 al problemei (înlocuind punctul M cu O_1 din centrul tălpii stîlpului).

Pentru dreptunghiul $lmnO_1$ $\frac{2a_2}{2b_2} = \frac{7,40}{1,40} = 5,3$; $2a_2 = 7,4$ m, corespunde coeficientul K_{c1} .

Pentru dreptunghiul $lrtO_1$ $\frac{2a_3}{2b_3} = \frac{4,60}{1,40} = 3,3$; $2a_3 = 4,6$ m, corespunde coeficientul K_{c2} .

Avînd în vedere că cei doi coeficienți K_{c1} și K_{c2} reprezintă numai încărcarea adusă de o jumătate de stîlp, efortul unitar $\sigma_{zo2} = \sigma_{zo3} = 2(K_{c1} - K_{c2}) \cdot p = 2 \times 25,5(K_{c1} - K_{c2}) = 51(K_{c1} - K_{c2}) \text{ t/m}^2$.

Rezultatul calculelor sînt date în tabela 6.23.

Distanța între stîlpii O_4 și O_1 fiind mare în raport cu dimensiunile fundației, pentru simplificarea calculului se poate admite cu suficientă aproximație că încărcarea provenind din stîlpul O_4 acționează ca o forță concentrată în O_4 ; într-adevăr $r = O_1O_4 = \frac{6,00}{0,707} = 8,48$ m. Calculul distribuției eforturilor unitare σ_{zo4} se face ca în exemplul 6.1.

Tabela 6.22

6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
4,28	5,00	5,72	6,43	7,14	7,86	8,57
0,0276	0,0179	0,0147	0,0118	0,0091	0,0080	0,0069
2,9	1,8	1,5	1,20	0,93	0,82	0,7

Dreptunghiul	z	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
lmn O_1	m	0,00	0,71	1,43	2,15	2,86	3,57
	K_{c1}	0,2500	0,2258	0,1714	0,1299	0,1004	0,0792
lrt O_1	m	0,00	0,71	1,43	2,15	2,86	3,57
	K_{c2}	0,2500	0,2255	0,1698	0,1250	0,0944	0,0705
	$K_{c1} - K_{c2}$	0,0000	0,0003	0,0016	0,0049	0,0060	0,0087
	$\sigma_{z02} = \sigma_{z03}$	0,000	0,02	0,08	0,25	0,31	0,44

Rezultatele calculelor sînt date în tabela 6.24.

Eforturile σ_z se obțin prin însumare : $\sigma_z = \sigma_{z01} + 2\sigma_{z02} + \sigma_{z04}$; Rezultatele calculelor sînt date în tabela 6. 25.

Reprezentarea grafică este dată în fig. 6.9.

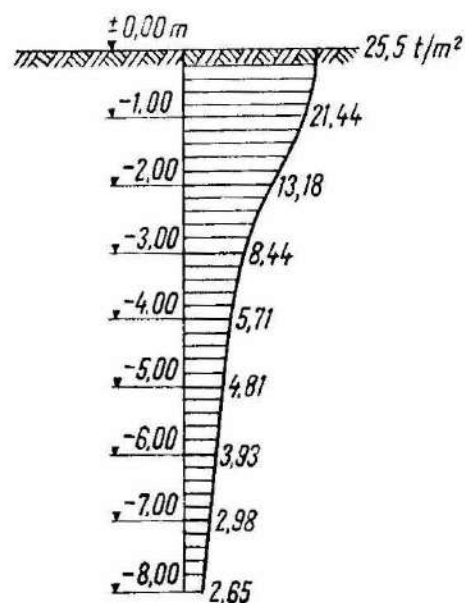


Fig. 6.9

Exemplul 6.4. Un stîlp transmite pe o suprafață dreptunghiulară de $4,0 \times 3,2$ m, o încărcare trapezoidală $p_1 = 1$ kg/cm², $p_2 = 4$ kg/cm². Se cere să se determine repartizarea eforturilor unitare pe adîncime sub punctele A, O, B (fig. 6.10).

Rezolvare. Eforturile unitare vor rezulta din însumarea efectului încărcării uniforme p_1 și a încărcării triunghiulare variind de la 0 la $p_2 - p_1$. Pentru încărcarea uniformă se va folosi tabela 6.2, iar pentru cea triunghiulară tabela 6.4. În cele ce urmează se va nota cu σ_{z1} efortul unitar corespunzător încărcării dreptunghiulare și σ_{z2} cel corespunzător încărcării triunghiulare.

a) Eforturile unitare sub punctul A se calculează împărțind suprafața în două pentru ca punctul A să se găsească în colțul dreptunghiului. Pentru încărcarea uniformă

luînd raportul $n = \frac{2a}{b} = \frac{4,00}{1,60} = 2,5$ se utilizează coeficientul k_c din tabela 6.2,

iar pentru încărcarea triunghiulară de-a lungul laturii $2a$, $n = \frac{b}{2a} = \frac{1,6}{4,0} = 0,4$ coeficientul α' din tabela 6.4.

$$\begin{aligned}\sigma_{z1} &= 2 \cdot K_c \cdot p_1 = 2 \cdot 1,0 \cdot K_c; & \sigma_{z2} &= 2 \cdot \alpha' (p_2 - p_1) = \\ &= 2(4,0 - 1,0) \cdot \alpha' = 6\alpha'; & \sigma_z &= \sigma_{z1} + \sigma_{z2}.\end{aligned}$$

Rezultatele sînt în tabelele 6.26 și 6.27

Tabela 6.23

6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
4,30	5,00	5,72	6,43	7,15	7,86	8,60
0,0660	0,0547	0,0467	0,0403	0,0346	0,0306	0,0255
4,30	5,00	5,72	6,43	7,15	7,86	8,60
0,0566	0,0458	0,0377	0,0313	0,0261	0,0217	0,0190
0,0094	0,0096	0,0090	0,0090	0,0085	0,0083	0,0065
0,48	0,49	0,46	0,46	0,43	0,42	0,33

b) Eforturile unitare sub punctul B se obțin adăugînd la σ_{z1} calculat înainte, valoarea σ'_z provenind din încărcarea triunghiulară: $\sigma'_z = 2K'_c(p_2 - p_1)$ în care $K'_c = K_c - \alpha'$. Deci în punctul B , rezultă:

$$\sigma_z = 2K_c + 2(K_c - \alpha') (4,0 - 1,0) = (8K_c - 6\alpha').$$

Rezultatele sînt date în tabela 6.28.

c) Pentru obținerea eforturilor unitare sub punctul O , este necesară împărțirea dreptunghiului în patru suprafețe dreptunghiulare, astfel încît punctul O să fie un colț de dreptunghi. Pentru încărcarea uniformă p_1 , efortul unitar va fi de patru ori cel corespunzător suprafeței $AOCD$ pentru care $n = \frac{2a}{2b} = 1,25$, iar pentru încărcarea triunghiulară, efortul unitar este de patru ori cel corespunzător încărcării cu o sarcină uniform distribuită $\frac{p_2 - p_1}{2}$

a aceleași suprafețe.

Deci:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= 4 \times K_c \left(p_1 + \frac{p_2 - p_1}{2} \right) = \\ &= 2K_c(p_1 + p_2) = 10 \cdot K_c.\end{aligned}$$

Rezultatele sînt date în tabela 6.28.

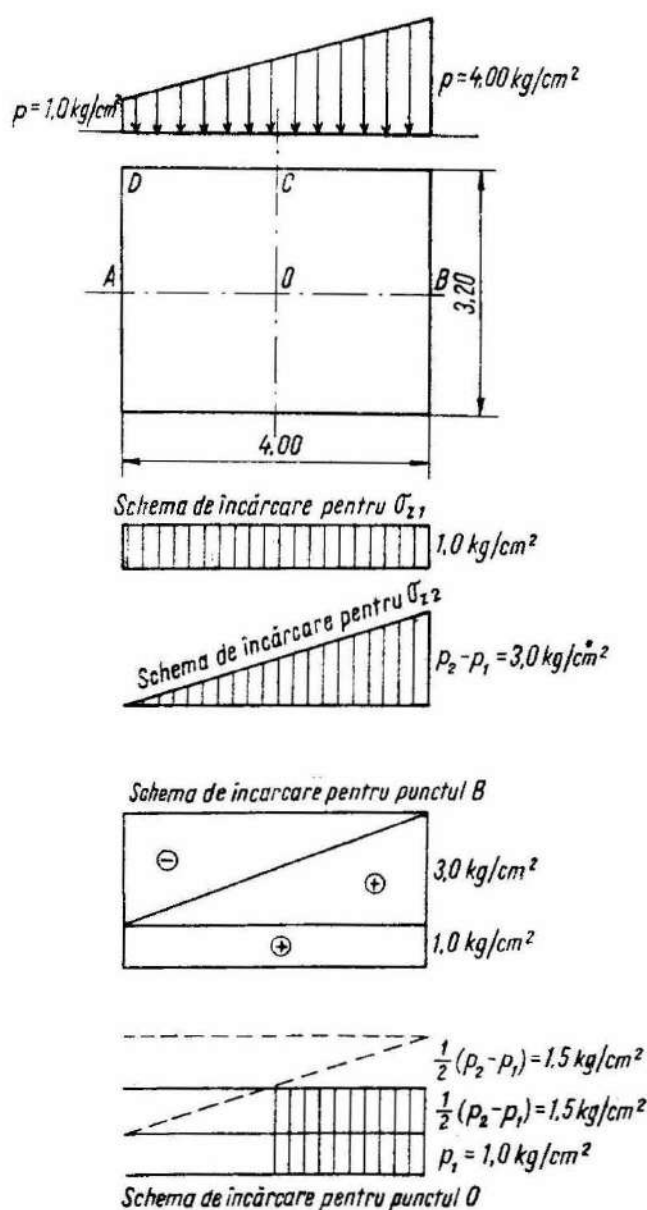


Fig. 6.10

Tabela 6.24

z	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
z^2	0,00	1,00	4,00	9,00	16,00	25,00	36,00	49,00	64,00	81,00	100,00
$\frac{r}{z}$	∞	8,48	4,24	2,83	2,12	1,70	1,41	1,21	1,06	0,94	0,85
K_z	0,0000	0,0000	0,0003	0,0020	0,0072	0,0160	0,0309	0,0501	0,0727	0,0981	0,1226
$\frac{P}{z^2}$		200,0	50,00	22,22	12,50	8,00	5,56	4,08	3,13	2,47	2,00
σ_{z04}	0,00	0,00	0,02	0,04	0,09	0,13	0,17	0,20	0,23	0,24	0,24

Tabela 6.25

z	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
σ_{z01}	25,50	21,40	13,00	7,90	5,00	3,80	2,80	1,80	1,50	1,20	0,93
$2\sigma_{z02}$	0,00	0,04	0,16	0,50	0,62	0,88	0,96	0,98	0,92	0,92	0,86
σ_{z04}	0,00	0,00	0,02	0,04	0,09	0,13	0,17	0,20	0,23	0,24	0,24
σ_z	25,50	21,44	13,18	8,44	5,71	4,81	3,93	2,98	2,65	2,36	2,03

T a b e l a 6.26

z	0,00	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40
$m = \frac{z}{2b}$	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
K_c	0,2500	0,2387	0,2017	0,1626	0,1258	0,0997	0,0801	0,0699	0,0596
z_1	0,50	0,48	0,40	0,33	0,25	0,20	0,16	0,14	0,12

T a b e l a 6.27

z	0,00	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40
$m = \frac{z}{2a}$	0,0	0,20	0,40	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
α'	0,0000	0,0280	0,0420	0,0448	0,0421	0,0375	0,0324	0,0278	0,0238
σ_{z2}	0,00	0,17	0,25	0,27	0,25	0,23	0,19	0,17	0,14
$\sigma_z = \sigma_{z1} + \sigma_{z2}$	0,50	0,65	0,65	0,60	0,50	0,43	0,35	0,31	0,26

T a b e l a 6.28

z	0,00	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40
$8K_c$	2,0000	1,9096	1,6136	1,3008	1,0064	0,7976	0,6408	0,5592	0,4768
$6\alpha'$	0,0000	0,1680	0,2520	0,2688	0,2526	0,2250	0,1944	0,1668	0,1428
σ_z	2,0000	1,7416	1,3616	1,0320	0,7538	0,5726	0,4464	0,3924	0,3340

Tabela 6.29

z	0,00	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40
m	0,00	0,50	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
K_c	0,2500	0,2351	0,1869	0,1353	0,0971	0,0711	0,0535	0,0415	0,0329
σ_z	2,5000	2,3510	1,8690	1,3530	0,9710	0,7110	0,6350	0,4150	0,3290

Eforturile unitare în punctele A, O și B sînt reprezentate în diagramele din fig. 6.11.

Exemplul 6.5. Să se determine repartizarea presiunilor sub talpa circulară a unei fundații de 30 m diametru, uniform încărcată cu 3 kg/cm^2 .

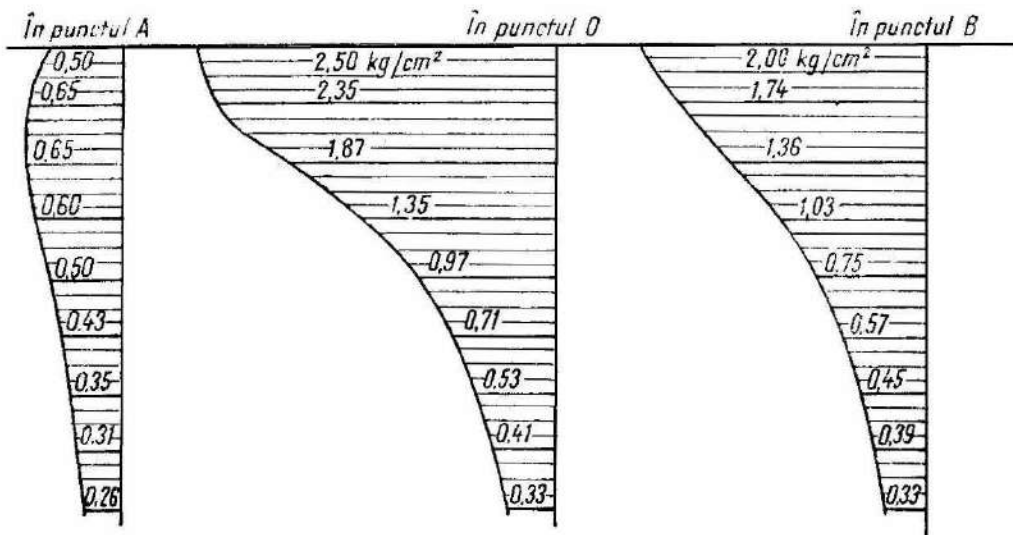


Fig. 6.11

Rezolvare. Se folosește formula (6.9) cu care se determină în funcție de adîncimea z valorile efortului unitar σ_z pe verticala centrului fundației $\rho = 15,0 \text{ m}$. Rezultatul calculului este dat în tabela 6.30.

Tabela 6.30

z	0	5	10	15	20	25	30
$\frac{\rho}{z}$	∞	3,0	1,5	1,0	0,75	0,60	0,5
k	1,00	0,97	0,83	0,65	0,49	0,38	0,28
σ_z	3,00	2,90	2,50	1,94	1,47	1,14	0,84

Exemplul 6.6. O suprafață dreptunghiulară cu laturile $2a = 4,00$ m și $2b = 3,20$ m este încărcată cu o sarcină verticală uniform repartizată $p = 3 \text{ kg/cm}^2$ și cu o sarcină orizontală uniform repartizată $q = 1 \text{ kg/cm}^2$.

a) Să se calculeze repartizarea eforturilor unitare σ_z pe verticala punctelor O_1 și O_2 (fig. 6.12).

b) Să se determine valoarea invariantului θ la adâncimea $z = 4$ m, pentru $\nu = 0,3$.

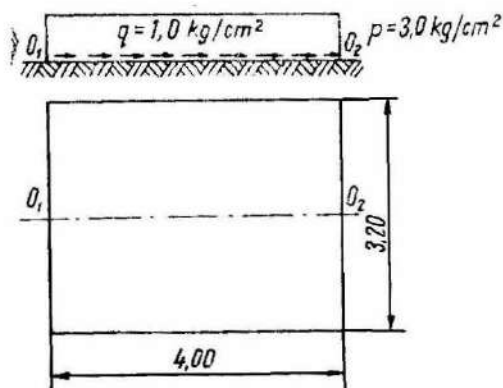


Fig. 6.12

Rezolvare. a) Eforturile unitare σ_z se obțin însumând eforturile unitare σ_{z1} datorite încărcării verticale cu eforturile unitare σ_{z2} provenind din încărcarea orizontală. Punctele O_1 și O_2 aflându-se pe axa de simetrie a fundației este necesar să se împartă suprafața fundației în două, prin axa de simetrie. Astfel, punctele O_1 și O_2 devin puncte de colț și se pot folosi tabelele 6.2. și 6.3 respectiv 6.6. și 6.7

$$\sigma_z = \sigma_{z1} + \sigma_{z2}; \quad \sigma_{z1} = 2K_c p; \quad \sigma_{z2} = 2K_{ch} q; \quad n = \frac{2a}{b} = \frac{4,00}{1,60} = 2,5;$$

dacă se iau aceleași adâncimi z ca în exemplul 6.4, coeficienții K_c vor fi identici cu coeficientul K_{c1} de la subpunctul a) al exemplului 6.4. Rezultatele calculelor sînt date în tabelele 6.31, 6.32 și 6.33.

b) Valoarea invariantului θ se stabilește de asemenea prin însumarea lui θ din încărcarea verticală p [formula (6.7, b), tabela 6.3] și din încărcarea orizontală q [formula (6.10, b), tabela 6.7].

$$\theta_1 = K'_c (1 + \nu) p; \quad \theta_2 = K'_{ch} (1 + \nu) q.$$

$$\text{Pentru } K'_c, \quad n = \frac{2a}{b} = 2,5 \text{ iar } m = \frac{z}{b} = \frac{4,0}{1,6} = 2,5; \quad K'_c = 0,0814.$$

$$\theta_1 = 2 \times 0,0814 \times 1,3 \times 3 = 0,63 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{Pentru } K'_{ch}, \quad n = \frac{b}{2a} = \frac{1,60}{4} = 0,4 \text{ iar } m = \frac{z}{2a} = 1,0 \quad K'_{ch} = 0,0353$$

$$\theta_2 = 2 \times 0,0353 \times 1,3 \times 1,0 = 0,09 \text{ kg/cm}^2$$

$$\theta = 0,63 + 0,09 = 0,72 \text{ kg/cm}^2.$$

Exemplul 6.7. Să se arate în mod comparativ influența luării în considerare a adâncimii de fundare asupra repartizării eforturilor unitare pe verticala centrului fundației, în următoarele cazuri:

Tabela 6.31

z	0,00	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40
$m = \frac{z}{b}$	0,00	0,50	1,0	1,5	2,0	2,50	3,00	3,50	4,00
K_c	0,2500	0,2387	0,2017	0,1626	0,1258	0,0997	0,0801	0,0699	0,0596
σ_{z1}	1,50	1,43	1,21	0,97	0,76	0,60	0,49	0,42	0,36

Pentru punctul O_1 , întrucît direcția încărcării q este paralelă cu latura mare se folosește tabela 6.6: $n = \frac{b}{2a} = \frac{1,6}{4} = 0,4$ iar $m = \frac{z}{2a} = \frac{z}{4}$.

Tabela 6.32

z	0,00	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40
m	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60
K_{ch}	-0,1592	-0,1401	-0,1049	-0,0746	-0,0527	-0,0375	-0,0270	-0,0199	-0,0149
σ_{z2}	-0,32	-0,28	-0,21	-0,15	-0,11	-0,08	-0,05	-0,04	-0,03
σ_z	1,18	1,15	1,00	0,82	0,65	0,52	0,43	0,38	0,33

Pentru verticala din punctul O_2 valorile sînt identice, dar semnul este schimbat.

Tabela 6.33

K_{ch}	+0,1592	+0,1401	+0,1049	+0,0746	+0,0527	+0,0375	+0,0270	+0,0199	+0,0149
σ_{z2}	+0,32	+0,18	+0,21	+0,15	+0,11	+0,08	+0,05	+0,04	+0,03
σ_z	1,82	1,61	1,42	1,12	0,87	0,68	0,53	0,46	0,39

a) încărcarea concentrată este de $P = 100$ t și acționează la o adâncime de 4 m;

b) încărcarea de 100 t este uniform repartizată pe o fundație de $1,60 \times 1,60$ m așezată tot la adâncimea de 4 m.

Rezolvare. a) Pentru a putea compara influența adâncimii de fundare, se vor determina și eforturile unitare în cazul când forța de 100 t acționează la nivelul terenului. În cazul când forța acționează la adâncime, eforturile unitare se obțin din relația (6.11, a); când forța P acționează la nivelul terenului, σ'_z se determină folosind relația (6.3, c).

În acest din urmă caz, $r = 0$; $K_z = 0,4775$.

Rezultatele calculelor sînt date în tabela 6.34.

Tabela 6.34

z	$\frac{z}{h}$	$\frac{K_z}{z^2}$	σ'_z	K_h	$\frac{K_h}{h^2}$	σ_z
0,00	0,0	∞	∞	0	0	0
1,60	0,4	0,1865	18,65	-0,3709	-0,0232	-2,32
3,20	0,8	0,0466	4,66	-4,9217	-0,3076	-30,76
4,00	1,0	0,0298	2,98	$\pm \infty$	$\mp \infty$	$\mp \infty$
4,80	1,2	0,0207	2,07	+5,1378	+0,4336	43,36
6,40	1,6	0,0117	1,17	+0,6234	+0,0390	3,90
8,00	2,0	0,0075	0,75	+0,2480	+0,0155	1,55

Reprezentarea grafică este dată în fig. 6.13, a și b.

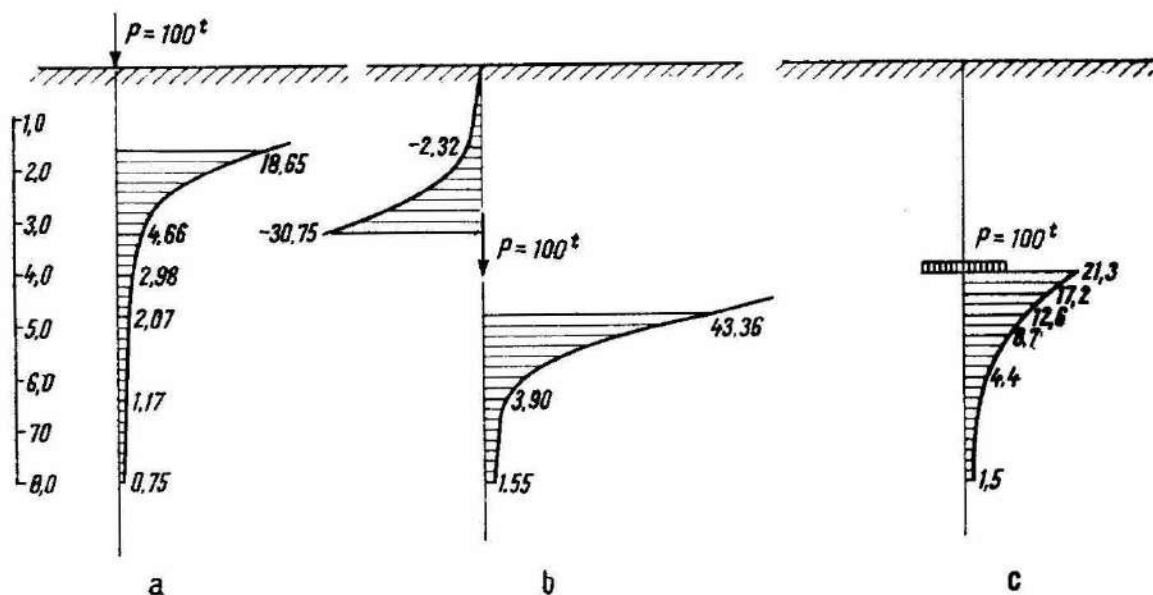


Fig. 6.13

b) În cazul cînd încărcarea de 100 t este uniform distribuită pe o fundație de formă pătrată cu latura de 1,6 m așezată la o adîncime de 4 m, se folosește formula (6.12 a); pentru a găsi eforturile unitare din centrul fundației se împarte fundația în patru pătrate avînd un colț în centrul fundației:

$$m = \frac{0,8}{4,0} = 0,2; \quad \sigma_z = 4K_{h \cdot p} \frac{100}{1,6 \times 1,6} = 156,25K_{h \cdot p} \quad [\text{t/m}^2]$$

Rezultatele calculelor sînt date în tabela 6.35.

Tabela 6.35

z	4,0	4,4	4,8	5,2	6,0	8,0
$\frac{z}{h}$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,5	2,0
$K_{h \cdot p}$	0,1361	0,1102	0,0805	0,0555	0,0284	0,0094
σ_z	21,3	17,2	12,6	8,7	4,4	1,5

Comparînd rezultatele de la pct. a) cu cele de la pct b) se constată că în cazul presiunii repartizate, eforturile unitare scad în mod apreciabil. Reprezentarea grafică este dată în fig. 6.13, c.

Exemplul 6.8. Să se determine diagrama repartizării în adîncime a eforturilor unitare σ_z pentru punctele situate pe verticală sub o talpă continuă de fundație, de 2 m lățime, la o distanță de centru de $x = 0; 1,00$ și $2,0$ m pentru o încărcare $p = 3 \text{ kg/cm}^2$.

Rezolvare. Eforturile unitare σ_z se determină cu relația 6.15.

Rezultatele sînt date în tabela 6.36.

Tabela 6.36

x	$\frac{x}{2b}$	z	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10
0,0	0,0	$z/2b$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
		k_z	1,0	0,82	0,55	0,40	0,31	0,21	0,16	0,13
		σ_z	3,00	2,46	1,65	1,20	0,93	0,63	0,48	0,39
1,0	0,5	k_z	0,50	0,48	0,41	0,33	0,28	0,20	0,15	0,12
		σ_z	1,50	1,44	1,23	0,99	0,84	0,60	0,45	0,36
2,00	1,0	k_z	0,00	0,08	0,19	0,21	0,20	0,17	0,14	0,12
		σ_z	0,00	0,24	0,57	0,63	0,60	0,51	0,42	0,36

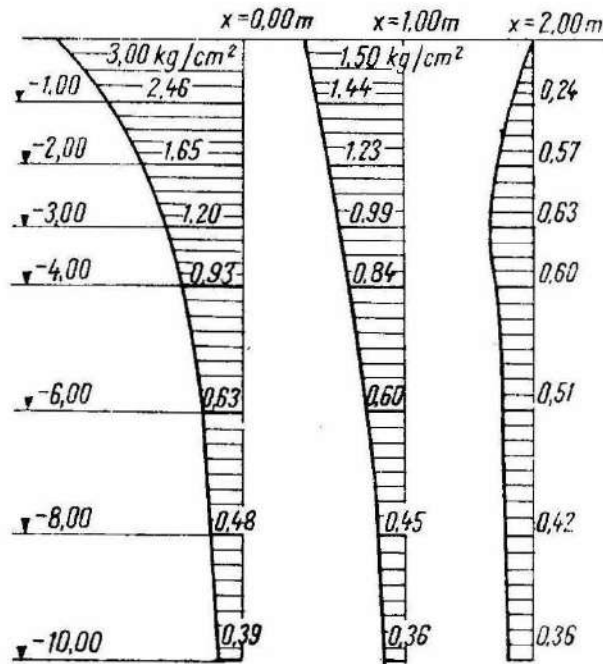


Fig. 6.14

Reprezentarea grafică este dată în fig. 6.14.

Exemplul 6.9. Să se determine epura repartizării eforturilor unitare σ_z pe planele situate la adâncimile $z = 0,5$ m; $1,0$ m; $2,0$ m și $4,0$ m folosind datele exemplului 6.8.

Rezolvare. Rezultatele sînt date în tabela 6.37.

După cum se poate constata și din diagrama reprezentată în fig. 6.15 pe măsură ce crește adîncimea, valoarea eforturilor scade, iar diagrama repartiției lor pe plan orizontal se uniformizează.

Tabela 6.37

z	$\frac{z}{2b}$		x/2b					
			0,00	0,25	0,50	1,0	1,5	2,0
0,5	0,25	k_z	0,96	0,90	0,50	0,02	0,00	0,00
		σ_z	2,88	2,70	1,50	0,06	0,00	0,00
1,0	0,50	k_z	0,82	0,74	0,48	0,08	0,02	0,00
		σ_z	2,46	2,22	1,44	0,24	0,06	0,00
2,0	1,00	k_z	0,55	0,51	0,41	0,19	0,07	0,03
		σ_z	1,65	1,53	1,23	0,57	0,21	0,09
4,0	2,0	k_z	0,31	0,31	0,28	0,20	0,13	0,08
		σ_z	0,92	0,93	0,84	0,60	0,39	0,24

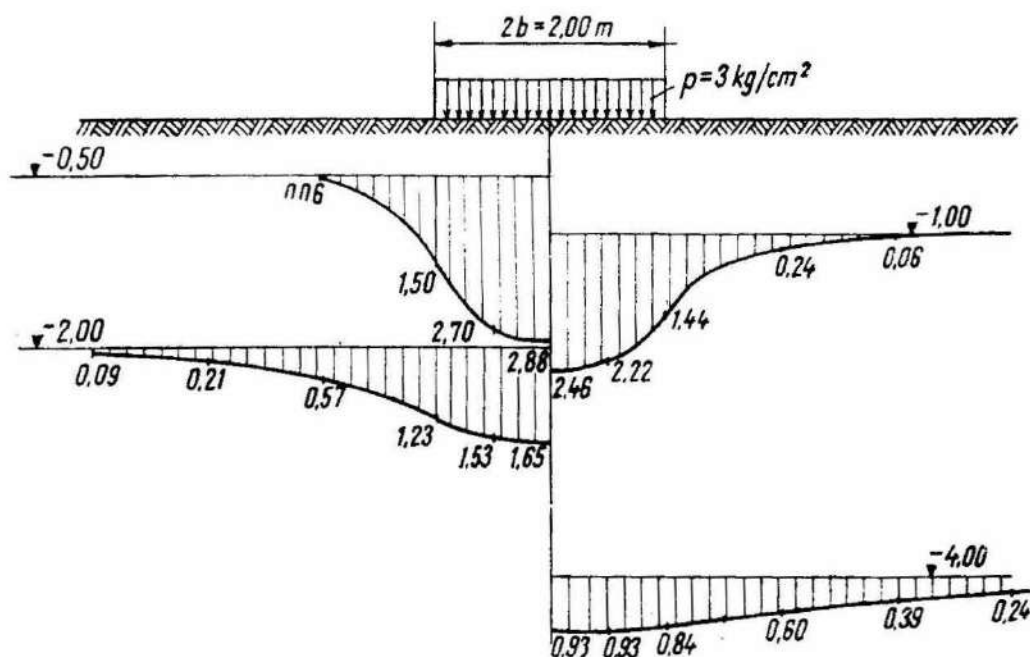


Fig. 6.15

Exemplul 6.10. Să se determine repartizarea eforturilor unitare pe verticala punctelor A, B, C ($x_A = 0$; $x_B = 1,0$ m; $x_C = 2,0$ m) ale unei fundații continue de lățime $2b = 2$ m, încărcată cu o sarcină trapezoidală, variind de la 1,0 la 5,0 kg/cm², conform fig. 6.16.

Rezolvare. Încărcarea trapezoidală poate fi descompusă într-o încărcare uniformă $p = 1$ kg/cm² și o încărcare triunghiulară variind de la 0 la $p_2 = 4$ kg/cm². Eforturile unitare se vor obține prin însumarea efectelor fiecărei încărcări în parte:

$$\sigma_z = k_z p_1 + k_{1z} p_2 \text{ kg/cm}^2.$$

Coeficienții k_z se obțin din tabela 6.12; $k_{zA} = k_{zC}$ și corespund pentru $x = 1,0$, iar k_{zB} corespunde punctului avînd $x = 0$.

Coeficienții k_{1z} corespunzători încărcării triunghiulare se obțin din tabela 6.13.

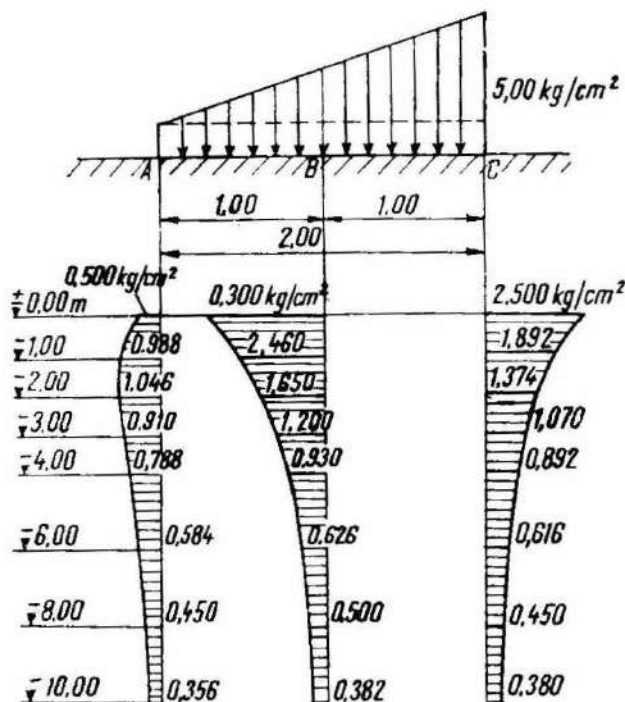


Fig. 6.16

Rezultatele sînt date în tabela 6.38.

Tabela 6.38

Punctul	$x/2b$	z	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
		$z/2b$	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
A	0,5	k_z	0,500	0,480	0,410	0,330	0,280	0,200	0,150	0,120
	0,0	k_{1z}	0,000	0,127	0,159	0,145	0,127	0,096	0,075	0,059
		σ_z	0,500	0,988	1,046	0,910	0,788	0,584	0,450	0,356
B	0,0	k_z	1,000	0,820	0,550	0,400	0,310	0,210	0,160	0,130
	0,5	k_{1z}	0,500	0,410	0,275	0,200	0,155	0,104	0,085	0,063
		σ_z	3,000	2,460	1,650	1,200	0,930	0,626	0,500	0,382
C	0,5	k_z	0,500	0,480	0,410	0,330	0,280	0,200	0,150	0,120
	1,0	k_{1z}	0,500	0,353	0,241	0,185	0,153	0,104	0,075	0,065
		σ_z	2,500	1,892	1,374	1,070	0,892	0,616	0,450	0,380

Exemplul 6.11. Să se arate în ce mod se modifică valorile eforturilor unitare sub centrul unei fundații încărcate uniform cu $p = 2 \text{ kg/cm}^2$, dacă la adîncimile $h = 5 \text{ m}$; $h = 7,50 \text{ m}$ și $h = 10 \text{ m}$ se găsește un strat incompresibil.

Se vor analiza următoarele cazuri:

- fundația este pătrată, cu latura $2b = 2 \text{ m}$;
- fundația este circulară, cu diametrul $2b = 2 \text{ m}$;
- fundația este continuă, cu latura $2b = 2 \text{ m}$.

Rezolvare. Eforturile unitare în cazul cînd la adîncimea h se găsește un strat incompresibil se determină cu relația (6.23).

Rezultatele sînt date în tabela 6.39.

Tabela 6.39

$\frac{h}{b}$	Pătrat		Cerc		Continuă	
	k_s	σ_z	k_s	σ_z	k_s	σ_z
5,0	0,125	0,25	0,098	0,20	0,359	0,72
7,5	0,059	0,12	0,047	0,09	0,249	0,50
10,0	0,032	0,06	0,025	0,05	0,185	0,37

Din compararea valorilor din tabelă, se constată că eforturile unitare scad pe măsură ce stratul încompresibil se găsește la o adâncime mai mare; descreșterea eforturilor unitare are aceeași alură la fundațiile pătrată sau circulară, dar în cazul tălpilor continue, descreșterea este mai lentă.

Exemplul 6.12. Să se determine presiunea care se transmite de la o fundație continuă de lățimea $2b = 2\text{m}$ pe un strat compresibil situat la diferite adâncimi h și cu diferite caracteristici de compresibilitate. Se dă:

$$\text{a) } E_1 = 150 \text{ kg/cm}^2; \quad E_2 = 50 \text{ kg/cm}^2; \quad h = 1,0; \quad h = 5,0;$$

$$\nu_1 = 0,25; \quad \nu_2 = 0,40.$$

$$\text{b) } E_1 = 200 \text{ kg/cm}^2; \quad E_2 = 100 \text{ kg/cm}^2; \quad h = 1,0; \quad h = 5,0 \text{ m};$$

$$\nu_1 = 0,25; \quad \nu_2 = 0,35.$$

Rezolvare. Se utilizează formulele (6.24) și (6.25). Raportul de rigiditate n_0 are valoarea:

$$n_0 = \frac{150}{50} \times \frac{1 - 0,16}{1 - 0,06} = 2,7 \text{ și } n_0 = \frac{200}{100} \times \frac{1 - 0,12}{1 - 0,06} = 1,77.$$

T a b e l a 6.40

$\frac{h}{b}$	n_0	k_n	σ_z
1,0	2,70	0,81	0,81 p
	1,77	0,86	0,86 p
5,00	2,70	0,23	0,23 p
	1,77	0,25	0,25 p

Rezultatele sînt date în tabela 6.40.

Exemplul 6.13. Să se analizeze în ce măsură anizotropia mediului influențează rezultatele exemplului 6.8, în cazul cînd raportul $\frac{E_x}{E_z}$ are valoarea 0,50.

Rezolvare. Potrivit relațiilor (6.26), eforturile unitare calculate în exemplul 6.8 se înmulțesc cu 1,4 ($k = 0,71$).

În cazul unei forțe concentrate, eforturile unitare verticale σ_z se modifică conform formulelor (6.27). După cum se

vede, pentru $k = 1$ (cazul izotrop), $\sigma'_z = \sigma_z$ și este egal cu expresia dedusă pentru mediul omogen

$$\sigma_z = 1,5 \frac{p}{\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}.$$

Pentru $k = 0,5$; $\sigma'_z = \frac{p}{\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} \times 1,81$. Rezultă deci că în mediul anizotrop valoarea eforturilor unitare crește în direcția z cu circa 20%.

7

CALCULUL DEFORMAȚIILOR MASIVULUI DE PĂMÎNT SUB ACȚIUNEA ÎNCĂRCĂRILOR TRANSMISE DE FUNDAȚII

Calculul deformațiilor produse în diferitele puncte ale masivului de pământ de încărcările transmise de o construcție are ca scop aprecierea comportării construcției datorită compresibilității terenului de fundații.

După cum se va vedea din exemplele cap. 17, mărimea deformației constituie un criteriu de dimensionare a fundațiilor și de aceea calculului deformațiilor i se atribuie o importanță deosebită. Dificultățile care se ivesc la aceste calcule constau în următoarele:

a) determinarea justă a caracteristicilor de compresibilitate ale diferitelor strate, luînd în considerație, pe cît posibil, variația acestor caracteristici cu adîncimea, neomogenitatea și anizotropia terenului de fundație dat;

b) alegerea unei metode de calcul a deformațiilor care să corespundă cît mai bine condițiilor reale ale efortului și condițiilor cinematice impuse la suprafața terenului;

c) considerarea conlucrării între construcție, fundație și terenul de fundații, care influențează modul de repartizare a presiunilor pe talpa fundației precum și deformațiile construcției.

Din cauza acestor dificultăți, normele stabilite în diferite țări pentru calculul deformațiilor (de exemplu calculul tasărilor, cînd se iau în considerație numai deformațiile verticale), admit o serie de simplificări care vor fi introduse și în formulele prezentate în cele ce urmează.

În principiu, se disting două metode de calcul. În prima metodă se calculează distribuția eforturilor unitare pe o verticală dusă printr-un punct al suprafeței de contact. Cînuoscînd eforturile unitare și caracteristicile de compresibilitate, se determină tasarea stratului aferent și prin însumare se obține tasarea totală. Procedul de calcul este următorul:

Se determină reacțiunea pe suprafața de contact între fundație și pământ, care trebuie să echilibreze încărcările care solicită elementul de construcție respectiv. Alegerea valorii încărcărilor și a grupării de încărcare pentru care se calculează deformațiile va fi indicată în cap. 17 și 18. Această reacțiune se descompune într-o componentă verticală și un moment față de centrul de greutate al suprafeței de contact. Influența componentei orizontale asupra tasărilor se neglijează cu condiția că există un coeficient de siguranță suficient contra alunecării (v. cap. 17 și 18). Reacțiunea verticală se consideră uniform repartizată pe întreaga suprafață de contact atunci cînd ea acționează centric, sau repartizată după o lege liniară, atunci cînd există o excentricitate e (fig. 7.1.). Din presiunea medie p se scade greutatea pămîntului excavat, astfel încît presiunea $\bar{p}$ care se ia în considerare în calculul de tasare este egală cu:

$$\bar{p} = p - \gamma \cdot h_f \quad (7.1)$$

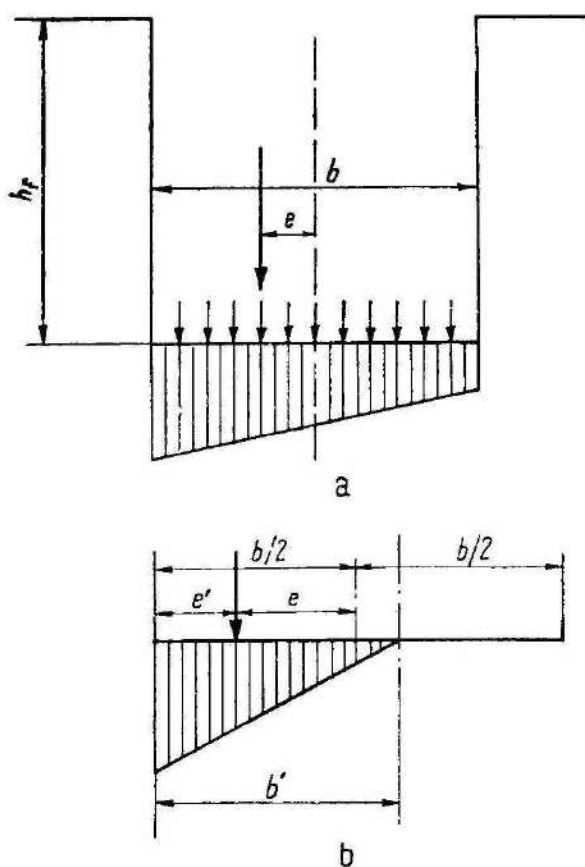


Fig. 7.1

în care: γ este greutatea volumetrică medie a straturilor de pământ deasupra cotei de fundare, în t/m^3 ;
 h_f — adîncimea de fundare socotită de la suprafața terenului natural.

Această recomandare este admisă numai atunci cînd s-au luat măsuri suficiente de ordin constructiv pentru a preveni ridicarea fundului gropii de fundație.

Cînd în cazul unei solicitări excentrice rezultă din calcul presiuni negative (de întindere), efortul unitar vertical distribuit triunghiular (fig. 7.1, b) se repartizează pe o lățime redusă b' , egală cu

$$b' = 3 \left(\frac{b}{2} - e \right); \quad e > \frac{b}{6},$$

în cazul unei fundații flexibile
 și

$$b' = 4 \left(\frac{b}{2} - e \right); \quad e > \frac{b}{4}, \quad (7.2)$$

în cazul unei fundații rigide.

Influența unor fundații învecinate încărcate asupra tasărilor se ia în considerație după cum urmează.:

a) dacă distanța centrului de greutate al suprafeței încărcate față de punctul considerat

$$\bar{r} < 2\bar{R} \quad \text{sau} \quad \bar{r} < 1,5b \quad (7.3)$$

(fig. 7.2), se calculează tasarea cu formulele pentru o suprafață uniform încărcată;

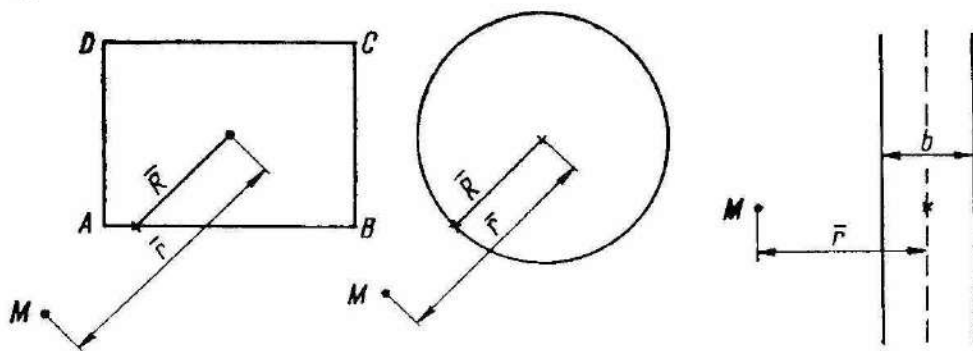


Fig. 7.2

b) dacă distanța

$$\begin{aligned} \bar{r} &\geq 1,1 \sqrt[3]{P} \text{ (fundăție izolată);} \\ \bar{r} &\geq 1,5 \sqrt[3]{P'} \text{ (fundăție continuă)} \end{aligned} \quad (7.4)$$

unde: r se măsoară în m și P, P' în t, respectiv t/m, influența încărcării învecinate se neglijează;

c) dacă distanța se găsește între cele două valori indicate în relațiile (7.3) și (7.4), tasarea se calculează după formulele dezvoltate pentru o încărcare concentrată, înlocuind încărcarea repartizată pe o suprafață cu una echivalentă concentrată, care se aplică în centrul suprafeței.

Se determină eforturile unitare pentru diferite puncte ale masivului de pământ situate pe o verticală dusă prin acel punct al suprafeței pentru care se calculează tasarea. În cazul unei fundații flexibile solicitată centric, se calculează tasările pentru centrul suprafeței încărcate.

În cazul unei fundații rigide se calculează tasarea pentru așa-zisul punct caracteristic, respectiv pentru cercul caracteristic arătat în fig. 7.3. Coeficienții K sau k cu care se calculează repartiția eforturilor unitare pe verticală, pentru diferitele cazuri de încărcare se iau din tabelele date în cap. 6. Eforturile unitare datorite greutății pământului variază liniar cu adâncimea după relația:

$$\sigma_{yz} = \gamma(h_f + z).$$

Terenul sub talpa fundației se împarte prin plane orizontale în diferite straturi elementare. Grosimea fiecărui strat h_i depinde de stratificație, de modul de variație a diagramei σ_z (o zonă nu trebuie să conțină un punct de inflexiune al curbei σ_z). În general se urmărește ca $h_i \leq 0,4 \cdot 2b$, unde $2b$ este latura mică a fundației.

Cunoscând caracteristicile de compresibilitate ale fiecărui strat, determinate prin încercările de laborator sau de teren, se calculează tasarea fiecărui strat elementar.

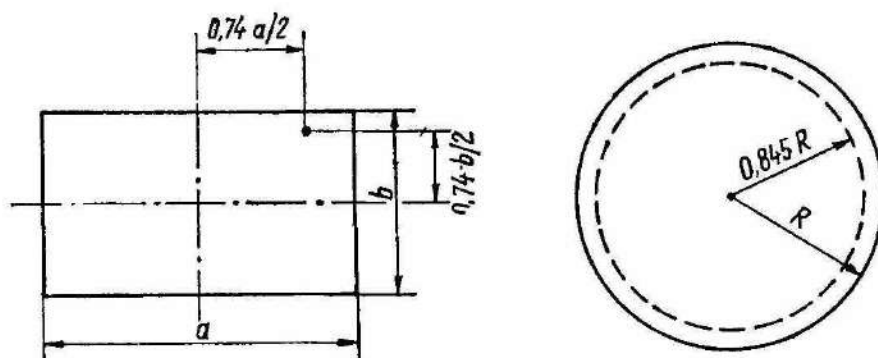


Fig. 7.3

Tasarea totală rezultă prin însumarea tasării straturilor elementare. De aceea, acest procedeu este denumit și „metoda însumării tasării straturilor elementare“.

În funcție de caracteristicile de compresibilitate folosite, tasarea totală se calculează astfel:

— prin metoda însumării tasării straturilor elementare:

$$s = \sum h_i (\varepsilon_{(\sigma_z + \sigma_{yz})} - \varepsilon_{\sigma_{yz}}) = \sum h_i \cdot \varepsilon_{\sigma_z} \quad (7.6)$$

cînd se utilizează tasările specifice din curbele $\varepsilon = f(p)$ obținute în edometru (v. cap. 3);

— prin metoda SNiP II B-1-62 [20]:

$$s = \sum \frac{\sigma_{zi} \cdot h_i}{E_i} \cdot \beta \quad (7.7)$$

E_i fiind modulul de deformare liniară, al stratului respectiv (v. cap. 3), iar

$$\beta = 1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu} \approx 0,8;$$

— prin metoda dată în normele germane TGL 11464 din 1963 (fig. 7.4) [24]:

$$s = \sum \frac{z_i^u - z_i^0}{6E_i} [\sigma_{zi}^0 + 4\sigma_{zi}^m + \sigma_{zi}^u] \quad (7.8)$$

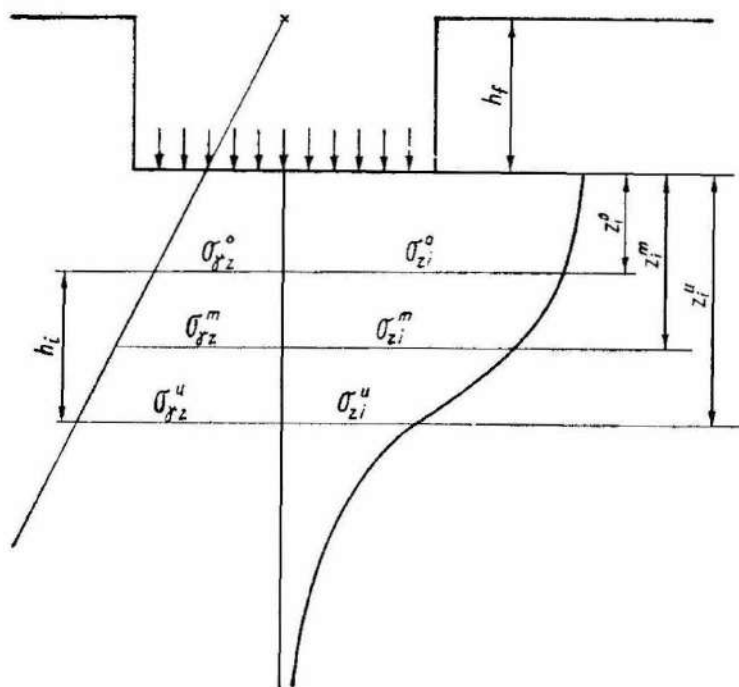


Fig. 7.4

unde: E_i este constant pe adîncime:
 — z_i^u și z_i^0 sînt adîncimile pînă la partea inferioară și superioară a stratului elementar considerat;
 — σ_{zi}^u , σ_{zi}^0 , σ_i^m sînt eforturile unitare la nivelele z_i^u , z_i^0 și la mijlocul stratului elementar (z_i^m).

Însumarea se extinde pînă la o adîncime z_a dată prin condiția
 $\frac{\sigma_z}{\sigma_{yz}} = 0,2$ (după STAS 3300-66 și normele sovietice SNiP II. B. 1-62);

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_{yz}} = 0,1 \text{ (după normele germane).} \quad (7.9)$$

Dacă sub adîncimea z_a se găsesc straturi puternic compresibile, trebuie verificată influența acestui strat asupra tasării totale.

Metoda a doua de calcul se bazează pe expresiile deduse din teoria semi-spațiului infinit elastic, omogen, izotrop.

1) După Boussinesq, pentru o forță concentrată verticală P (v. fig. 7.5), tasarea unui punct N situat la distanța r pe orizontală și sub un unghi β este:

$$w = s = \frac{P}{\pi E} \cdot \frac{1}{r} (1 + \nu) \sin \beta \left[(1 - \nu) + \frac{1}{2} \cos^2 \beta \right]; \quad (7.10)$$

pentru un punct al suprafeței, cînd $\beta = \frac{\pi}{2}$,

$$w_0 = s_0 = \frac{P}{\pi E} \cdot \frac{1 - \nu^2}{r}. \quad (7.11)$$

Relațiile (7.10) și (7.11) se folosesc în toate cazurile în care încărcarea repartizată pe o suprafață poate fi echivalentă cu o încărcare concentrată.

Expresia (7.10) poate fi scrisă și sub forma

$$w = s = \frac{P}{2\pi E} \cdot \frac{1}{r} C \quad (7.11,a)$$

în care C este o funcție de ν și β .

În tabela 7.1 sînt date valorile C în funcție de $\operatorname{tg} \beta = r/z$ pentru $\nu = 0,25$, $\nu = 0,35$, $\nu = 0,40$.

2) Prin integrarea formulelor (7.10) și (7.11,a), pentru o încărcare $p \cdot dx \cdot dy$ pe o suprafață dreptunghiulară sau circulară se obțin expresiile:

a) Tasarea unui punct la adîncimea z sub centrul unui dreptunghi cu laturile $2a$ și $2b$ sau unui cerc cu raza R încărcate uniform cu p , t/m²,

$$s = \frac{2bp}{E_i} K \quad (7.12)$$

Tabela 7.1

Valorile coeficientului C

$\operatorname{tg} \beta$	$\nu = 0,25$	$\nu = 0,35$	$\nu = 0,40$	$\operatorname{tg} \beta$	$\nu = 0,25$	$\nu = 0,35$	$\nu = 0,40$
0,10	0,309	0,307	0,298	0,70	1,550	1,500	1,470
0,15	0,458	0,454	0,444	0,80	1,650	1,600	1,543
0,20	0,605	0,602	0,588	0,90	1,720	1,677	1,605
0,25	0,776	0,731	0,714	1,00	1,768	1,715	1,640
0,30	0,855	0,845	0,837	1,20	1,830	1,770	1,680
0,35	1,031	0,980	0,955	1,50	1,880	1,800	1,695
0,40	1,070	1,055	1,005	2,00	1,885	1,800	1,670
0,45	1,196	1,180	1,145	4,00	1,890	1,790	1,595
0,50	1,290	1,270	1,230	10,00	1,870	1,760	1,580
0,60	1,440	1,415	1,368				

K fiind o funcție de $n = \frac{2a}{2b}$ și de $m = z/b$.

Tasarea totală a suprafeței terenului rezultă din însumarea tasărilor straturilor elementare i [8]

$$s = 2bp \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_i - K_{i-1}}{E_i} (1 - \nu_i^2). \quad (7.13)$$

Valorile coeficienților K_i și K_{i-1} se găsesc în tabela 7.2 corespunzând suprafeței inferioare, respectiv superioare ale stratului i .

b) Tasarea unei suprafețe încărcate uniform cu p , kg/cm^2 , este:

$$s = 2bp \frac{(1 - \nu^2)}{E} \alpha, \quad (7.14)$$

în care α este un coeficient care depinde de forma suprafeței încărcate, de rigiditatea fundației, precum și de punctul pentru care se calculează deformația.

În tabela 7.3 sînt date valorile coeficientului α în funcție de $n = a/b$ în cazurile unui dreptunghi sau cerc:

- pentru centrul suprafeței (dreptunghi sau cerc) α_0 ;
- pentru colțul dreptunghiului sau periferia cercului α_c ;
- pentru tasarea medie α_m ;
- pentru tasarea unei suprafețe rigide α_{onst} .

În toate cazurile, b reprezintă semilățimea dreptunghiului sau raza cercului.

c) Pentru cazul unui strat compresibil de grosime h așezat pe un strat incompresibil, coeficientul α depinde și de raportul $\frac{h}{b}$. În tabela 7.4 sînt date

Tabela 7.2

Valorile coeficienților K_i și K_{i-1}

$m = \frac{z}{b}$	Cerc	Dreptunghiuri avînd raportul laturilor $n = \frac{2a}{2b}$					
		$n = 1$	$n = 1,5$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 5$	$n = 10$ continuă
1	2	3	4	5	6	7	8
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2	0,045	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,000
0,4	0,090	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,104
0,6	0,135	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,156
0,8	0,179	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,208
1,0	0,233	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,260
1,2	0,266	0,299	0,300	0,300	0,300	0,300	0,311
1,2	0,308	0,342	0,349	0,349	0,349	0,349	0,362
1,6	0,348	0,381	0,395	0,397	0,397	0,397	0,412
1,8	0,382	0,415	0,437	0,442	0,442	0,442	0,462
2,0	0,411	0,446	0,476	0,484	0,484	0,484	0,511
2,2	0,437	0,474	0,511	0,524	0,525	0,525	0,560
2,4	0,461	0,499	0,543	0,561	0,566	0,566	0,605
2,6	0,482	0,522	0,573	0,595	0,604	0,604	0,648
2,8	0,501	0,542	0,601	0,626	0,640	0,640	0,687
3,0	0,517	0,560	0,625	0,655	0,674	0,674	0,726
3,2	0,532	0,577	0,647	0,682	0,706	0,708	0,763
3,4	0,546	0,592	0,668	0,707	0,736	0,741	0,798
3,6	0,558	0,606	0,688	0,730	0,764	0,772	0,831
3,8	0,569	0,618	0,706	0,752	0,791	0,808	0,862
4,0	0,579	0,630	0,722	0,733	0,816	0,830	0,892
4,2	0,588	0,641	0,737	0,791	0,839	0,853	0,921
4,4	0,596	0,651	0,751	0,809	0,861	0,885	0,949
4,6	0,604	0,660	0,764	0,824	0,888	0,908	0,976
4,8	0,611	0,668	0,776	0,841	0,902	0,932	1,001
5,0	0,618	0,676	0,787	0,855	0,921	0,955	1,026
5,2	0,624	0,683	0,798	0,868	0,939	0,977	1,050
5,4	0,630	0,690	0,808	0,881	0,955	0,998	1,073
5,6	0,635	0,697	0,818	0,893	0,971	1,018	1,095
5,8	0,640	0,703	0,827	0,904	0,986	1,038	1,117
6,0	0,645	0,709	0,836	0,913	1,000	1,057	1,138
7,0	0,664	0,732	0,869	0,959	1,062	1,138	1,233
8,0	0,679	0,751	0,897	0,995	1,111	1,205	1,316
9,0	0,691	0,766	0,918	1,022	1,151	1,262	1,390
10,0	0,700	0,777	0,935	1,045	1,183	1,309	1,456

Tabela 7.3

Valorile coeficienților α

Forma suprafeței	α_c	α_0	α_m	α_{const}
Cerc	0,64	1,00	0,85	0,79
Pătrat		1,12	0,95	0,88
Dreptunghi $n = 1,5$		1,36	1,15	1,08
2,0		1,53	1,30	1,22
3,0		1,78	1,53	1,44
4,0		1,96	1,70	1,61
5,0		2,10	1,83	1,72
6,0		2,23	1,96	—
7	$\alpha_c = \frac{\alpha_0}{2}$	2,33	2,04	—
8		2,42	2,12	—
9		2,49	2,19	—
10		2,53	2,25	2,12
30		3,23	2,88	—
50		3,54	3,22	—
100		4,00	3,69	—

Tabela 7.4

Coeficienții α_{0h}

h/b	Cerc	Dreptunghi $n = \frac{2a}{2b}$				Bandă continuă
		$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 10$	$n = \infty$
0	0	0	0	0	0	0
0,25	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
0,50	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
1,0	0,50	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52
1,5	0,64	0,68	0,73	0,74	0,74	0,74
2	0,73	0,78	0,88	0,89	0,89	0,89
3	0,81	0,88	1,08	1,13	1,14	1,14
10	0,94	1,05	1,39	1,57	1,89	1,89
50	0,99	1,11	1,50	1,75	2,40	2,92
∞	1,00	1,12	1,53	1,78	2,53	∞

valorile α_{0h} pentru tasarea centrului și în tabela 7.5 valorile α_{mh} pentru tasarea medie (atît în cazul cercului avînd $R = b$ cît și al dreptunghiului cu raportul laturilor $\frac{a}{b} = 1 \dots \infty$).

d) Tasările unei fundații continue de lățime $2b$ sau a unei fundații circulare cu raza R , încărcate cu o sarcină uniformă p , t/m², așezate pe un strat com-

Tabela 7.5

Coeficienții α_{mh}

h/b	Cerc	Dreptunghi $n = \frac{2a}{2b}$				Bandă continuuă $n = \infty$
		$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 10$	
0	0	0	0	0	0	0
0,25	0,12	0,12	0,12	0,13	0,13	0,13
0,50	0,22	0,22	0,24	0,24	0,25	0,25
1,0	0,38	0,39	0,43	0,44	0,46	0,46
1,5	0,50	0,53	0,59	0,61	0,63	0,64
2	0,58	0,62	0,70	0,73	0,77	0,79
3	0,66	0,72	0,87	0,92	1,00	1,03
5	0,72	0,80	1,03	1,13	1,27	1,34
10	0,78	0,87	1,16	1,31	1,62	1,77
50	0,83	0,93	1,27	1,48	2,10	2,66
∞	0,85	0,95	1,30	1,63	2,25	∞

presibil de grosime h , au fost calculate de Egorov în mod mai exact din punct de vedere matematic obținându-se expresiile:

— pentru o fundație continuă de lățimea b :

$$s = \frac{2bp}{E} K(1 - \nu^2) \quad (7.15)$$

unde valoarea K se ia din tabela IV. 8* ;

— pentru cercul cercului cu raza R :

$$s = \frac{2Rp}{E} K(1 - \nu^2) \quad (7.16)$$

unde valoarea K se ia din tabela IV.9*.

e) Tasarea medie a unei fundații inelare avînd razele R_1 și R_2 ($R_2 > R_1$), $\frac{R_1}{R_2} = k$ încărcate uniform cu o sarcină p , t/m² (sau cu o încărcare totală egală cu $P = \pi p (R_2^2 - R_1^2)$ este egală cu:

$$s = \frac{P}{R_2} \cdot \frac{1 - \nu^2}{E} \omega_1(k) \quad (7.17)$$

în care $\omega_1(k)$ este dat în tabela 7.6 în funcție de k .

* H. L e h r ș.a., *Metode noi în proiectarea și executarea fundațiilor*, p. 118, Editura tehnică, 1963.

Tasarea centrului cercurilor inelului este dată prin expresia

$$s_0 = \frac{P}{R_2} \cdot \frac{1 - \nu^2}{E} \omega_0(k) \quad (7.18)$$

în care pentru fundații flexibile se ia $\omega'_0(k)$ iar pentru fundații rigide se ia $\omega''_0(k)$ din tabela 7.6.

f) Rotirea unei fundații rigide dreptunghiulare cu laturile $2a$ și $2b$, solici-tate excentric de încărcarea rezultantă P avînd față de centru excentricitățile e_1 și e_2 este dată în [8]:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{1 - \nu^2}{E} K_1 \frac{Pe_1}{a^3}; \quad (7.19)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{1 - \nu^2}{E} K_2 \frac{Pe_2}{b^3}.$$

K_1 și K_2 sînt date în tabela 7.7 în funcție de raportul $n = 2a/2b$.

Pentru o fundație circulară de rază R , rotirea este egală cu

$$\operatorname{tg} \alpha_c = \frac{3(1 - \nu^2)P \cdot e}{4R^3E}.$$

Tabela 7.7

Valorile coeficienților K_1 și K_2

$n = \frac{2a}{2b}$	1	1,5	2	3	5	7	10
K_1	0,57	0,81	0,96	1,28	1,62	2,00	2,24
K_2	0,57	0,43	0,322	0,236	0,139	0,105	0,070

În cazurile unor tălpi de fundație mai complicate, tasările pot fi calculate asimilînd aceste suprafețe neregulate cu cercuri sau dreptunghiuri avînd o suprafață egală sau prin combinarea mai multor suprafețe de acest gen.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 7.1. Fundațiile din grupul arătat în fig. 7.5, a sînt încărcate, la nivelul terenului, cu cîte o sarcină centrică $P = 200$ t. Să se calculeze — prin diferitele metode expuse în prima parte a capitolului — tasarea fiecărei fundații, precum și tasarea punctului M situat în centrul careului.

Terenul de fundație este alcătuit dintr-un strat omogen de argilă prăfoasă, plastic consistentă, cu următoarele caracteristici geotehnice:

- greutatea volumetrică $\gamma = 2,0$ t/m³;
- modulul de deformare (prin încărcări de probă pe teren) $E = 130$ kg/cm²;
- curba de compresiune-tasare (în edometru), conform fig. 7.5, b ;
- coeficientul de deformare laterală (Poisson) $\nu = 0,35$.

Tabela 7.6

Valorile coeficienților ω_1 , ω'_0 și ω''_0

$k = \frac{R_1}{R_2}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	1,0
$\omega'_1(k)$	0,540	0,539	0,536	0,533	0,532	0,533	0,538	0,549	0,572	0,622	0,681	0,766	∞
$\omega'_0(k)$	0,637	0,579	0,531	0,490	0,455	0,424	0,398	0,374	0,354	0,335	—	—	0,318
$\omega''_0(k)$	0,50	0,492	0,476	0,456	0,435	0,413	0,392	0,372	0,353	0,335	—	—	0,318

Tabela 7.8

Strat elementar	Grosi- mea h_i m	Sarcina geologică la mijlocul stratelor			Presiunea suplimentară		$\sigma_{\gamma z} + \sigma_z \text{ med}$ kg/cm ²	Tasarea specifică			$s_i = h_i \cdot \epsilon_{\sigma z}$ cm
		$z + h_f$ cm	γ t/m ³	$\sigma_{\gamma z}$ kg/cm ²	σ_z kg/cm ²	$\sigma_z \text{ med}$ kg/cm ²		$\epsilon_{(\sigma_z + \sigma_{\gamma z})}$ cm/m	$\epsilon_{\sigma_{\gamma z}}$ cm/m	ϵ_{σ_z} cm/m	
I	1,00	2,50	2,00	0,50	2,55	2,34	2,84	3,8	0,7	3,1	3,1
II	1,00	3,50	2,00	0,70	2,14	1,73	2,44	3,3	1,1	2,2	2,2
III	1,00	4,50	2,00	0,90	1,32	1,08	1,98	2,9	1,4	1,5	1,5
IV	1,00	5,50	2,00	1,10	0,84	0,71	1,81	2,7	1,7	1,0	1,0
V	1,00	6,50	2,00	1,30	0,57	0,52	1,82	2,7	2,0	0,7	0,7
VI	1,00	7,50	2,00	1,50	0,48	0,43	1,93	2,8	2,2	0,6	0,6
VII	1,00	8,50	2,00	1,70	0,39	0,35	2,05	3,0	2,4	0,6	0,6

$$s_{total} = \sum s = 9,7 \text{ cm}$$

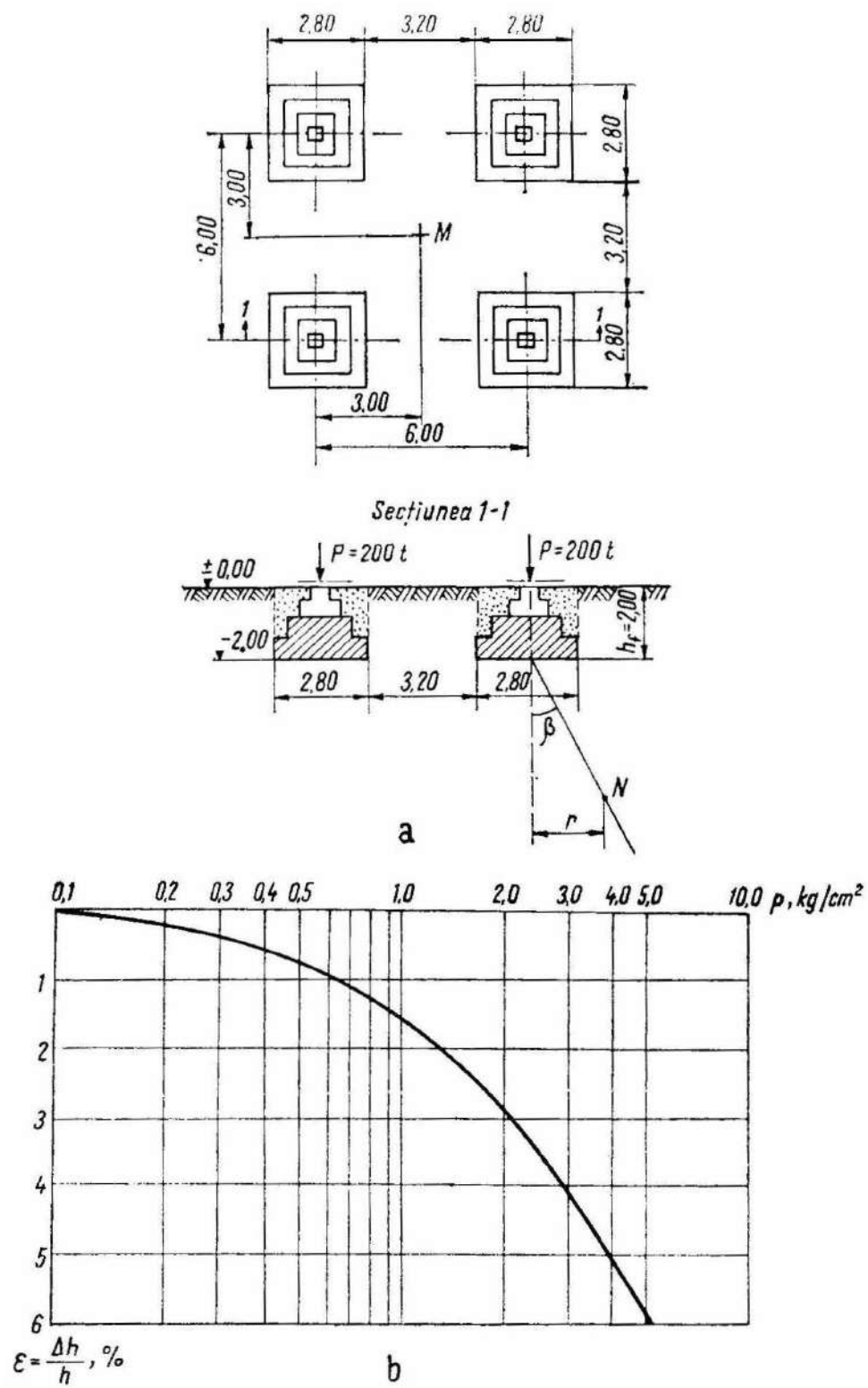


Fig. 7.5

Rezolvare. Pentru determinarea tasării fundațiilor se calculează presiunea netă la nivelul de fundare:

$$\bar{p} = p - \gamma h_f = \frac{P + G}{A} - \gamma h_f =$$

$$= \frac{200 + 35}{2,80 \times 2,80} - 2,0 \times 2 = 25,5 \text{ t/m}^2$$

în care: $G = 35 \text{ t}$ este greutatea fundației și a pământului de umplură.

Se împarte terenul de fundație în straturi elementare de grosime $h_1 = 1 \text{ m}$ și se trasează diagrama de variație a efortului datorit greutății proprii (fig. 7.6).

Se calculează variația pe verticala centrului fundației a efortului σ_z , provenit din încărcarea cu presiunea netă $\bar{p} = 25,5 \text{ t/m}^2$ pe talpa fundației respective, precum și a celor trei fundații adiacente. Aceste calcule au fost efectuate în cadrul problemei 6.3, pct. c, de unde se preiau rezultatele.

Pe baza diagramelor de variație σ_{yz} și σ_z se stabilește adâncimea zonei active z_a , după cum urmează:

— $z_a = 7,00 \text{ m}$, conform STAS 3300-66 și normelor sovietice

$$\left(\text{condiția } \frac{\sigma_z}{\sigma_{yz}} = 0,2 \right);$$

— $z'_a = 9,00 \text{ m}$, după normele germane $\left(\text{condiția } \frac{\sigma_z}{\sigma_{yz}} = 0,1 \right)$.

a) Calculul tasării prin metoda însumării tasării straturilor elementare. Se stabilesc valorile presiunilor σ_{yz} și σ_z la nivelul mijlocului fiecărui strat elementar; valorile σ_z în aceste puncte se calculează ca media presiunilor deduse la partea superioară, respectiv la cea inferioară a stratului elementar respectiv.

Calculul tasărilor specifice stabilite pe curba de compresiune-tasare și a tasării totale sînt date în tabela 7.8 (v. pag. 139).

b) Calculul tasării prin metoda SNIP II-B 1-62. Cunos-cînd (din calculele precedente) valoarea presiunii $\sigma_{z \text{ med}}$ la mijlocul fiecărui strat elementar, calculul tasării straturilor elementare și al tasării totale se prezintă în tabela 7.9.

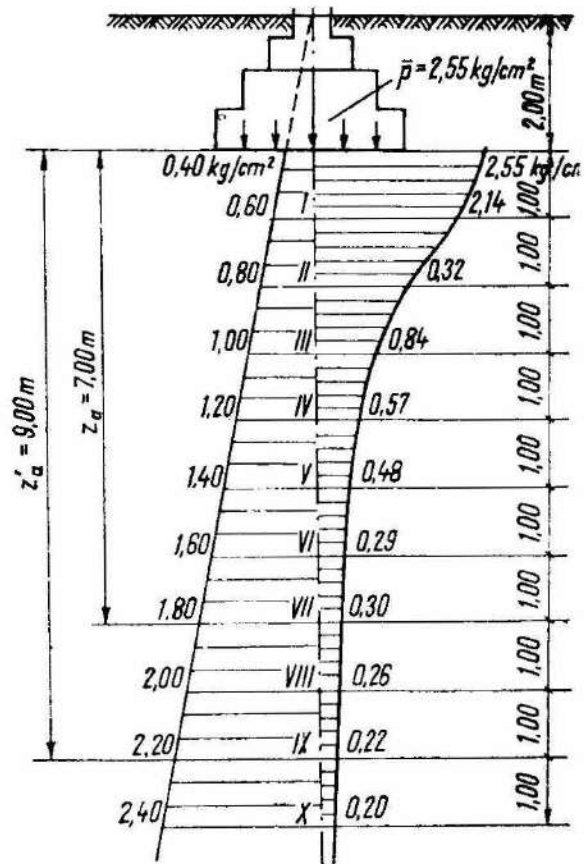


Fig. 7.6

Tabela 7.9

Strat elementar	Grosimea stratului h_i cm	σ_{zmed} kg/cm ²	E_i kg/cm ²	β_i	$s_i = \frac{\sigma_{zmed} \cdot h_i \beta_i}{E_i}$ cm
I	100	2,34	130	0,8	1,45
II	100	1,73			1,07
III	100	1,08			0,67
IV	100	0,71			0,44
V	100	0,52			0,32
VI	100	0,43			0,26
VII	100	0,35			0,21

$$s_{total} = \sum s_i = 4,42 \text{ cm}$$

c) Calculul tasării probabile conform normelor germane TGL 11464 [24]. Terenul de fundație fiind alcătuit dintr-un singur strat geologic, tasarea totală rezultă din formula (7.8.) în care:

$\sigma_z^0 = 2,55 \text{ kg/cm}^2$ este efortul unitar la nivelul adâncimii de fundare ($z^0 = 0$);

$\sigma_z^u = 0,20 \text{ kg/cm}^2$ — efortul unitar la limita zonei active ($z^u = z_a$);

$\sigma_z^m = 0,52 \text{ kg/cm}^2$ — efortul unitar la mijlocul stratului considerat ($\frac{z_a}{2}$).

$$s_{total} = \frac{900 - 0}{6 \times 130} (2,55 + 4 \times 0,52 + 0,20) = 5,57 \text{ cm.}$$

d) Calculul tasării după Boussinesq. Tasarea fundației rigide, fără a ține seama de influența fundațiilor vecine de forma pătrată (v. tabela 7.3):

$$s_1 = \alpha_{const} \frac{2bp}{E} (1 - \nu^2) = 0,88 \frac{2 \times 140 \times 2,55}{130} (1 - 0,35^2) = 4,24 \text{ cm.}$$

Tasarea terenului sub influența celorlalte trei fundații se calculează considerând aceste încărcări drept forțe concentrate P , situate la distanțele $r_2 = r_3 = 6 \text{ m}$ și $r_4 = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8,48 \text{ m}$ față de centrul fundației considerate.

$$P = 25,5 \times 2,80 \times 2,80 = 200 \text{ t}$$

$$s_2 = s_3 = \frac{P}{\pi E} \cdot \frac{1 - \nu^2}{r} = \frac{200\,000}{3,14 \times 130} \times \frac{(1 - 0,35^2)}{600} = 0,72 \text{ cm}$$

$$s_4 = \frac{200\,000}{3,14 \times 130} \times \frac{(1 - 0,35^2)}{848} = 0,51 \text{ cm.}$$

$$s_{total} = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 4,24 + 0,72 + 0,72 + 0,51 = 6,19 \text{ cm.}$$

e) Calculul tasării, fără a ține seama de influența încărcărilor vecine, se face cu formula:

$$s_1 = 2bp \sum \frac{K_i - K_{i-1}}{E_i} (1 - \nu_i^2).$$

Stratul fiind omogen, coeficienții K_i se calculează numai la nivelul tălpii fundației ($z_1 = 0$), la adâncimea limitei zonei active ($z_2 = z_a$).

Din tabela 7.2, pentru $\frac{2a}{2b} = 1$, rezultă:

$$m_1 = \frac{z_1}{b} = 0; \quad K_1 = 0.$$

$$m_2 = \frac{z_2}{b} = \frac{7,00}{1,40} = 5,0; \quad K_2 = 0,676.$$

$$s_1 = 2 \times 140 \times 2,55 \frac{0,676 - 0}{130} (1 - 0,35^2) = 3,25 \text{ cm.}$$

Efectul fundațiilor învecinate se consideră ca și la pct. d. $s_{total} = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 3,25 + 0,72 + 0,72 + 0,51 = 5,20 \text{ cm.}$

Discuție. Valorile tasării probabile a fundației date, calculate comparativ prin diferite metode, sînt sintetizate în tabela 7.10.

Tabela 7.10

Metoda de calcul	Straturi elementare	SNIP II-B1-62	TGL 11.464/1963	Boussinesq	STAS 3300-66
Tasarea probabilă în centrul fundației, cm	9,7	4,42	5,57	6,19	5,20
Tasarea probabilă în centrul M , cm	1,9	1,35		4,1	

Valoarea tasării probabile calculate prin metoda straturilor elementare este cea mai mare datorită utilizării caracteristicilor de compresibilitate sta-

Tabela 7.11

Strat elementar	Grosi- mea h_i m	Sarcina geologică			Presiunea suplimentară		$\sigma_{yz} + \sigma_{zm}$ kg/cm ²	Tasarea specifică			$s_i = \varepsilon_{\sigma z} \cdot h_i$ cm
		$z + h_f$ m	γ t/m ³	σ_{yz} kg/cm ²	σ_z kg/cm ²	σ_{zm} kg/cm ²		$\varepsilon_{\sigma yz}$ cm/m	$\varepsilon_{\sigma yz} + \sigma_z$ cm/m	$\varepsilon_{\sigma z}$ cm/m	
I	1,00	2,50	2,00	0,50	0,0	0,03	0,53	0,7	0,7	0,0	—
II	1,00	3,50	2,00	0,70	0,70	0,16	0,86	1,1	1,3	0,2	0,2
III	1,00	4,50	2,00	0,90	0,27	0,28	0,18	1,4	1,7	0,3	0,3
IV	1,00	5,50	2,00	1,10	0,29	0,32	1,42	1,7	2,0	0,3	0,3
V	1,00	6,50	2,00	1,30	0,35	0,34	1,64	2,0	2,3	0,3	0,3
VI	1,00	7,50	2,00	1,50	0,34	0,31	1,81	2,3	2,6	0,3	0,3
VII	1,00	8,50	2,00	1,70	0,28	0,27	1,97	2,6	2,8	0,2	0,2
VIII	1,00	9,50	2,00	1,90	0,26	0,25	0,15	2,8	3,0	0,2	0,2
IX	1,00	11,50	2,00	2,10	0,24	0,23	2,33	3,0	3,1	0,1	0,1
					0,22						

$$s_{total} = \Sigma s_i = 1,9 \text{ cm}$$

bilite în edometru, caracteristici afectate de tulburările de structură care intervin la recoltarea și pregătirea probelor. Celelalte valori calculate pe baza modulului de deformare stabilit prin încercări directe pe teren oscilează într-un domeniu mai strâns.

La determinarea tasării punctului M (situat în centrul careului) se ține seama că variația efortului unitar σ_z pe verticala centrului careului sub influența celor patru suprafețe încărcate, a fost stabilită în cadrul problemei 6.3, pct. a), de unde se preiau rezultatele.

Datorită valorilor reduse ale efortului σ_z , adâncimea zonei active se stabilește din condiția $\frac{\sigma_z}{\sigma_{yz}} = 0,1$; rezultă $z_a = 9,00$ m (fig. 7.7).

Împărțirea în straturi elementare și determinarea eforturilor σ_z și σ_{yz} se face după indicațiile din prima parte a problemei.

a) Calculul tasării prin metoda straturilor elementare. Calculul se conduce identic ca la punctul precedent iar rezultatul se găsește în tabela 7.11.

b) Rezultatul calculului tasării prin metoda SNIP II-B1-62 se găsește în tabela 7.12.

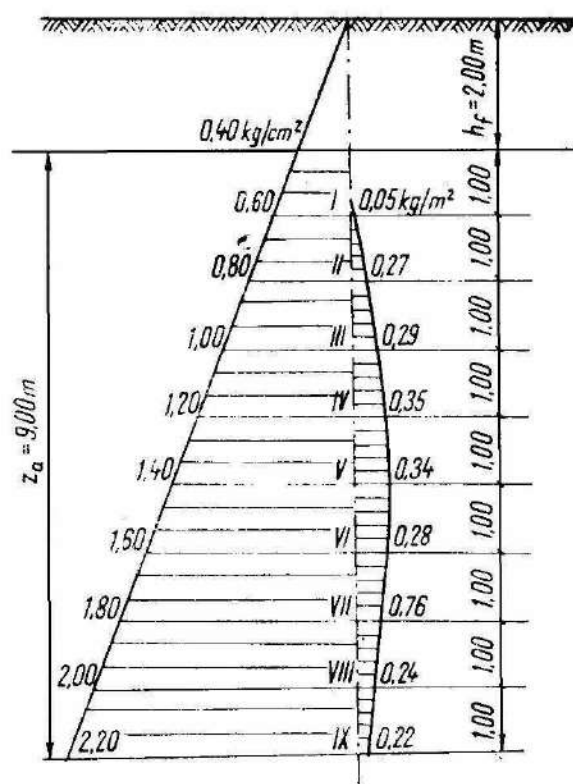


Fig. 7.7

Tabela 7.12

Strat elementar	Grosimea stratului h_i cm	σ_z med kg/cm²	E_i kg/cm²	β_i	$s_i = \sum \frac{\sigma_{zi} \cdot h_i}{E_i} \beta_i$ cm
I	1,00	0,03	130	0,8	0,02
II	1,00	0,16			0,10
III	1,00	0,28			0,17
IV	1,00	0,32			0,20
V	1,00	0,34			0,21
VI	1,00	0,31			0,19
VII	1,00	0,27			0,17
VIII	1,00	0,25			0,15
IX	1,00	0,23			0,14

$$s = \sum s_i = 1,35 \text{ cm}$$

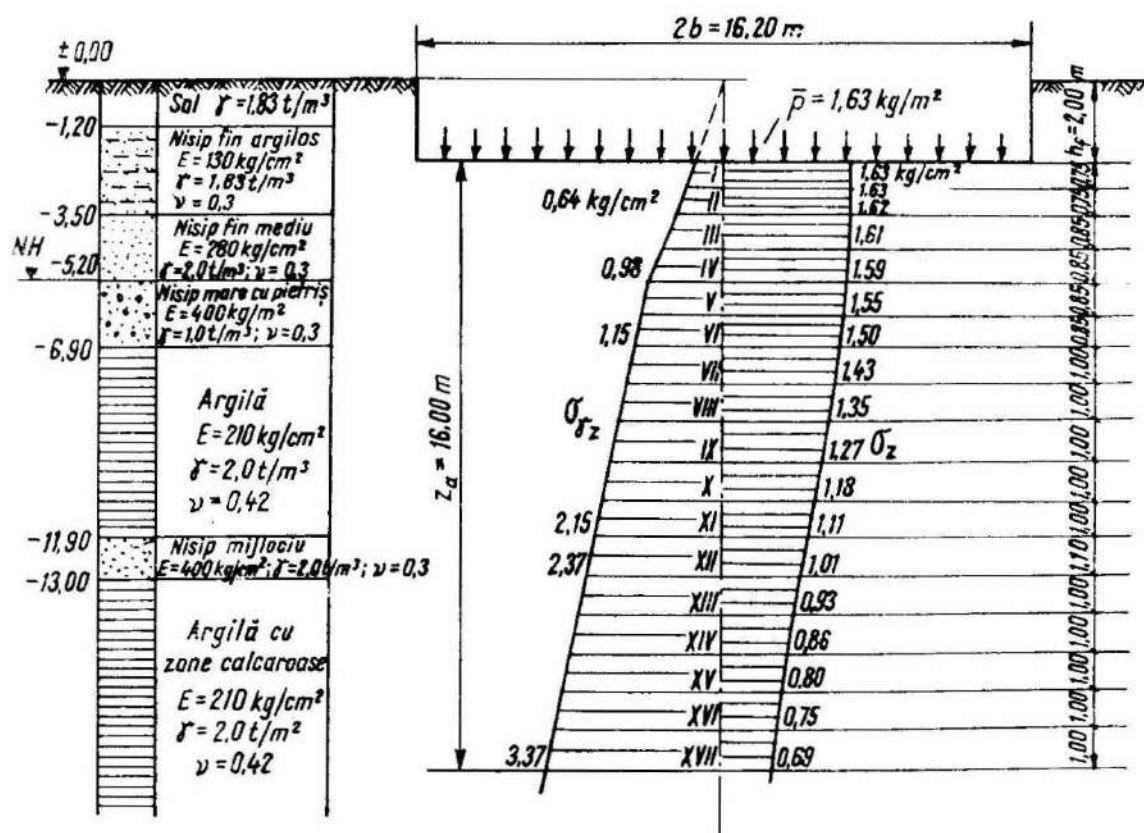


Fig. 7.8

c) Calculul tasării după Boussinesq. Cele patru încărcări distribuite transmise de fundații se echivalează cu forțe concentrate $P = 200$ t, aplicate în centrul fundațiilor respective (la distanța $n = 4,24$ m de punctul M).

Tasarea punctului M sub acțiunea forțelor P va fi:

$$s = 4 \frac{P}{\pi E} \cdot \frac{1 - \nu^2}{r} = 4 \frac{200\,000}{3,14 \times 130} \times \frac{(1 - 0,35^2)}{424} = 4,1 \text{ cm.}$$

Exemplul 7.2. Un siloz de cereale fundat la adâncimea $h_f = 2$ m pe un radier rigid de formă dreptunghiulară, avînd dimensiunile în plan de $16,20 \times 23,40$ cm, transmite pe teren o presiune de 2 kg/cm^2 . Profilul geologic și caracteristicile geotehnice ale straturilor sînt indicate în fig. 7.8.

Să se calculeze tasările probabile prin metodele STAS 3300-66, SNiP II-B 1-62 și punctului caracteristic, comparîndu-se rezultatele cu tasările efectiv măsurate.

Rezolvare. Presiunea netă la nivelul de fundare rezultă:

$$\bar{p} = p - \gamma h_f = 2,0 - \frac{1}{10} 1,83 \times 2,0 = 1,63 \text{ kg/cm}^2.$$

Tabela 7.13

Strat elementar	Grosimea h_i cm	Adâncimea z_i m	Sarcina geologică		Presiunea suplimentară				E_i kg/cm ²	β_i	$s_i = \frac{\sigma_{zi} h_i}{E_i} \beta_i$ cm
			γ t/m ³	σ_{yz} kg/m ²	z/b	K_c	$\sigma_z = 4 K_c P$ kg/cm ²	σ_{zm} kg/cm ²			
I	75	0,00		0,37	0	0,250	1,63				—
II	75	0,75	1,83	0,50	0,09	0,249	1,63	1,63	130	0,80	0,75
III	85	1,50	1,83	0,64	0,18	0,249	1,62	1,62	130		0,75
IV	85	2,35	2,00	0,81	0,29	0,246	1,61	1,62	280		0,39
V	85	3,20	2,00	0,98	0,40	0,243	1,59	1,60	280		0,39
VI	85	4,05	1,00	1,07	0,50	0,237	1,55	1,57	400		0,27
VII	85	4,90	1,00	1,15	0,60	0,230	1,50	1,52	400		0,26
VIII	100	5,90	2,00	1,35	0,73	0,219	1,43	1,47	210		0,56
IX	100	6,90	2,00	1,55	0,85	0,207	1,35	1,39	210		0,53
X	100	7,90	2,00	1,75	0,98	0,195	1,27	1,31	210		0,50
XI	100	8,90	2,00	1,95	1,10	0,181	1,18	1,22	210		0,46
XII	100	9,90	2,00	2,15	1,22	0,170	1,11	1,14	210		0,43
XIII	110	11,00	2,00	2,37	1,36	0,155	1,01	1,06	400		0,23
XIV	100	12,00	2,00	2,57	1,48	0,142	0,93	0,97	210		0,37
XV	100	13,00	2,00	2,77	1,60	0,132	0,86	0,90	210		0,34
XVI	100	14,00	2,00	2,97	1,73	0,123	0,80	0,83	210		0,31
XVII	100	15,00	2,00	3,17	1,85	0,115	0,75	0,78	210		0,29
		16,00		3,37	1,97	0,106	0,69	0,72	210		0,27
$S_{total} = \sum s_i = 7,11 \text{ cm}$											

Împărțirea profilului geologic în straturi elementare și variația, cu adâncimea, a efortului σ_{yz} sînt reprezentate în fig. 7.8. Calculul variației pe verticala centrului fundației a efortului σ_z s-a efectuat în tabela 7.13, stabilindu-se valorile coeficientului K_c din tabela 6.2, în funcție de valorile raportului $\frac{z}{b}$,

pentru $\frac{2a}{2b} = \frac{11,70}{8,1} = 1,45$.

Adâncimea zonei active rezultă $z_a = 16$ m.

a) Calculul tasării prin SNiP II-B1-62 s-a efectuat în tabela 7.13.

b) Calculul tasării prin metoda STAS 3300-66 este redat în tabela 7.14. Coeficienții K_i se deduc din tabela 7.2 pentru limitele straturilor geologice, avînd caracteristici de compresibilitate E_i și ν_i distincte. Raportul $\frac{2a}{2b} = \frac{11,70}{8,10} = 1,45$.

Tasarea totală:

Tabela 7.14

Strat	z_i m	$m = \frac{z_i}{b}$	K_i	E_i kg/cm ²	ν_i	$1 - \nu_i^2$	$K_i - K_{i-1}$	$\frac{K_i - K_{i-1}}{E_i} (1 - \nu_i^2)$
	0	0	0					
I'	0,50	0,18	0,045	130	0,30	0,91	0,045	0,000314
II'	3,20	0,40	0,100	280	0,30	0,91	0,055	0,000179
III'	4,90	0,60	0,150	400	0,30	0,91	0,050	0,000114
IV'	9,90	1,22	0,305	210	0,42	0,82	0,155	0,000605
V'	11,00	1,36	0,340	400	0,30	0,91	0,035	0,000080
VI'	20,00	2,47	0,554	210	0,42	0,82	0,214	0,000830

$$\Sigma = 0,002212 \text{ cm}^2/\text{kg}$$

$$s_{total} = 2b\bar{p} \sum \frac{K_i - K_{i-1}}{E_i} (1 - \nu_i^2) = 2 \times 810 \times 1,63 \times 0,002122 = 5,60 \text{ cm.}$$

c) Calculul tasării probabile prin metoda punctului caracteristic este redat în tabela 7.15, păstrînd împărțirea pe straturi elementare de la pct. a.

Deoarece radierul silozului are o rigiditate mare, valoarea mai apropiată a tasării probabile va rezulta în urma calculului distribuției presiunilor

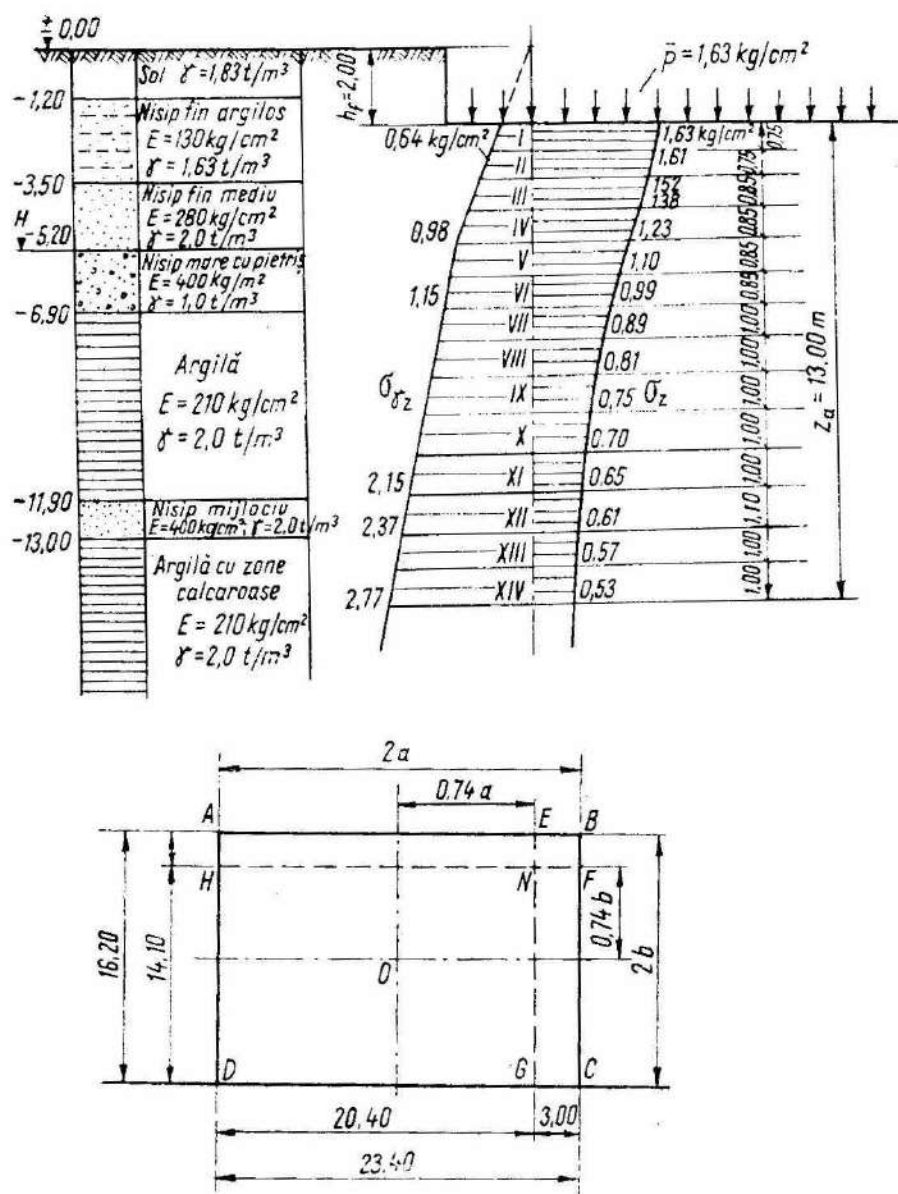


Fig. 7.9

pe verticala punctului caracteristic N , a cărei poziție este indicată în fig. 7.9.

Determinarea eforturilor σ_z pe verticala punctului N se efectuează prin suprapunerea efectelor încărcărilor distribuite pe suprafețele dreptunghiulare $AENH$, $EBFN$, $FCGN$ și $GDHN$. Prin compararea diagramelor de eforturi σ_z și σ_{yz} , rezultă adâncimea zonei active: $z_a = 13$ m.

Cunoscînd distribuția eforturilor unitare σ_z , calculul tasării probabile se efectuează cu metoda însumării tasărilor straturilor elementare.

D i s c u Ț i e. În urma măsurărilor executate asupra unor repere montate în soclul construcției, s-a putut trasa diagrama evoluției în timp a tasării silozului (fig. 7.10), indicîndu-se și variația presiunii transmise de radier.

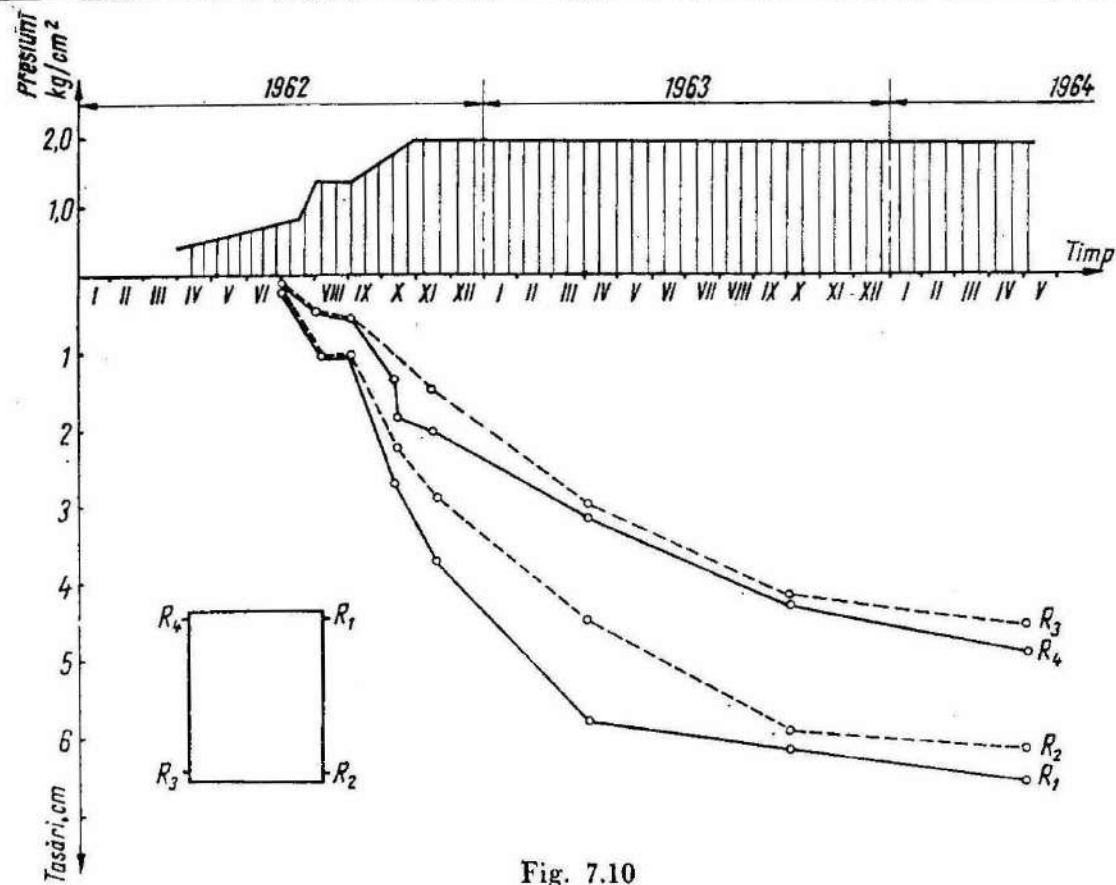


Fig. 7.10

Strat elemen- tar	Grosimea h_i cm	Adincimea z_i m	Presiunea					
			AENH $2b = 2,10$ $2a = 20,40$ $n = 10$		EBFN $2b = 2,10$ m $2a = 3,00$ $n = 1,4$		FCGN $2b = 3,00$ m $2a = 14,10$ m $n = 4,7$	
			$z/2b$	K_{c1}	$z/2b$	K_{c2}	$z/2b$	K_{c3}
I	75	0,00	0	0,250	0	0,250	0	0,250
II	75	0,75	0,36	0,245	0,36	0,243	0,25	0,249
III	85	1,50	0,71	0,226	0,71	0,220	0,50	0,239
IV	85	2,35	1,12	0,195	1,12	0,180	0,79	0,220
V	85	3,20	1,52	0,166	1,52	0,140	1,06	0,203
VI	85	4,05	1,92	0,142	1,92	0,109	1,35	0,176
VII	100	4,90	2,34	0,122	2,34	0,084	1,63	0,157
VIII	100	5,90	2,81	0,104	2,81	0,064	1,96	0,138
IX	100	6,90	3,30	0,090	3,30	0,050	2,30	0,121
X	100	7,90	3,77	0,080	3,77	0,040	2,62	0,108
XI	100	8,90	4,25	0,072	4,25	0,032	2,95	0,097
XII	100	9,90	4,70	0,051	4,70	0,027	3,30	0,087
XIII	110	11,00	5,25	0,058	5,25	0,022	3,68	0,077
XIV	100	12,00	5,70	0,053	5,70	0,018	4,00	0,071
	100	13,00	6,20	0,048	6,20	0,016	4,35	0,065

Prin compararea valorilor tasării probabile — calculate prin cele trei metode — cu tasarea medie reală ($s_{real} = 5,25$ cm), rezultă că estimările prin metoda STAS 3300-66 și prin metoda punctului caracteristic se apropie cel mai mult de tasările efectiv măsurate.

Exemplul 7.3. Un bloc de locuințe (parter + 9 niveluri) este fundat la adâncimea de 2,50 m, pe un radier general cu dimensiunile în plan $16,50 \times 28,90$ m, care transmite terenului o presiune medie de $1,40 \text{ kg/cm}^2$. Stratificația terenului este

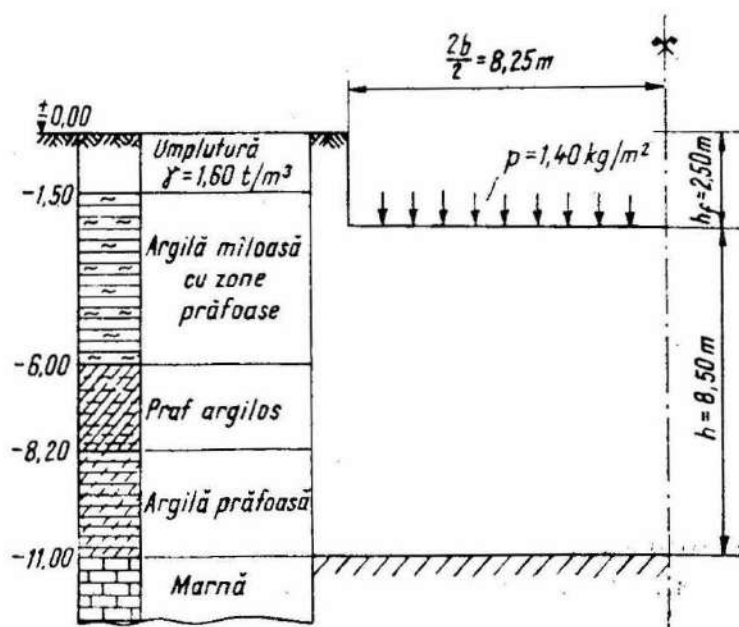


Fig. 7.11

arătată în profilul geologic din fig. 7.11; pentru întregul complex de straturi argiloase se vor utiliza următoarele caracteristici:

$$E = 70 \text{ kg/cm}^2; \quad \nu = 0,42; \quad \gamma = 1,6 \text{ t/m}^3.$$

Tabela 7.15

suplimentară		$\sigma_{zi} = \bar{p} \Sigma K_c$ kg/cm ²	σ_{zm} kg/cm ²	E_i kg/cm ²	β_i	s_i cm
$GDHN$ $2b = 14,10$ m $2a = 20,40$ m $n = 1,45$						
$z/2b$	K_{c4}					
0	0,250	1,63	1,62	130	0,80	0,75
0,06	0,250	1,61	1,56	130		0,72
0,11	0,249	1,52	1,45	280		0,35
0,17	0,249	1,38	1,30	280		0,32
0,22	0,248	1,23	1,16	400		0,20
0,28	0,246	1,10	1,04	400		0,18
0,35	0,244	0,99	0,94	210		0,36
0,42	0,240	0,89	0,85	210		0,32
0,49	0,237	0,81	0,78	210		0,30
0,56	0,233	0,75	0,72	210		0,27
0,63	0,228	0,70	0,66	210		0,25
0,70	0,221	0,63	0,62	400		0,23
0,78	0,214	0,61	0,59	210		0,22
0,85	0,207	0,57	0,55	210		0,21
0,92	0,200	0,53				

$$s_{total} = \Sigma s_i = 4,68 \text{ cm}$$

Să se calculeze tasarea medie probabilă, considerînd stratul de marnă practic incompresibil.

Rezolvare. Deoarece sub radierul rigid al construcției se află un strat compresibil, așezat pe un suport practic incompresibil (marnă), se utilizează formula (7.14), coeficientul α_{mh} rezultînd din tabela 7.5, în funcție de raportul $\frac{h}{b}$

$$\text{și } n = \frac{2a}{2b}.$$

Pentru

$$n = \frac{2a}{2b} = \frac{2 \times 14,45}{2 \times 8,25} = 1,75 \text{ și } \frac{h}{b} = \frac{8,50}{8,25} = 1,03$$

rezultă $\alpha_{mh} = 0,42$.

Presiunea netă la nivelul tălpii de fundare:

$$\bar{p} = p - \frac{1}{10} h_f \cdot \gamma = 1,40 - \frac{1}{10} 2,50 \times 1,60 = 1,00 \text{ kg/cm}^2.$$

Tasarea probabilă a fundației rigide:

$$s = \frac{2 \times 825 \times 1,0 \times 0,42}{70} (1 - 0,42^2) = 8,10 \text{ cm}.$$

Exemplul 7.4. Fundația inelară a unui castel de apă ($R_1 = 3,66$ m și $R_2 = 4,84$ m), transmite terenului o presiune uniform distribuită $p = 2,95$ kg/cm². Terenul de fundație are următoarele caracteristici de compresibilitate: $E = 130$ kg/cm² și $\nu = 0,35$.

Să se calculeze tasarea medie a fundației și tasarea punctului M , situat în centrul cercurilor care delimitează inelul.

Rezolvare. Presiunea netă la nivelul de fundare:

$$\bar{p} = p - \frac{1}{10} \gamma \cdot h_f = 2,95 - \frac{1}{10} 2,00 \times 2,00 = 2,55 \text{ kg/cm}^2.$$

Fundația considerîndu-se rigidă, se aplică formulele (7.17), (7.18) în care coeficienții $\omega_1(k)$ și $\omega_0''(k)$ se iau din tabela 7.6. în funcție de raportul razelor celor două cercuri.

Pentru

$$k = \frac{R_1}{R_2} = \frac{3,66}{4,84} = 0,755$$

rezultă

$$\omega_1(k) = 0,562; \quad \omega_0''(k) = 0,362.$$

Sarcina totală netă la nivelul de fundare

$$P = p \cdot \pi (R_2^2 - R_1^2) = 2,55 \times 3,14 (484^2 - 366^2) = 800\,000 \text{ kg.}$$

Tasarea medie probabilă a fundației inelare rigide

$$s = \frac{P(1 - \nu^2)}{R_2 E} \omega_1(k) = \frac{800\,000 (1 - 0,35^2)}{484 \times 130} 0,562 = 6,32 \text{ cm}$$

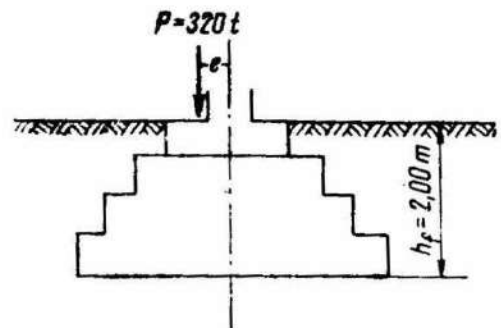
Tasarea centrului M :

$$s_0 = \frac{P(1 - \nu^2)}{R_2 E} \omega_0''(k) = \frac{800\,000 (1 - 0,35^2)}{484 \times 130} 0,362 = 4,02 \text{ cm.}$$

D i s c u ț i e. Fundația inelară este echivalentă ca suprafață și încărcare celor patru fundații izolate, cercetate în exemplul 7.1; condițiile de fundare sînt de asemenea identice în cele două situații. Aceasta permite compararea tasărilor cu cele calculate după Boussinesq pentru aceste fundații în tabela 7.16.

T a b e l a 7.16

Tipul fundației	Tasarea fundației	Tasarea centrului M
Pentru fundații izolate, rigide	6,39 cm	4,01 cm
Fundație inelară rigidă	6,32 cm	4,02 cm



Exemplul 7.5. O fundație dreptunghiulară cu dimensiunile în plan $3,20 \times 4,00 \text{ m}$, situată la $h_f = 2 \text{ m}$ este solicitată de o încărcare $P = 320 \text{ t}$, care se aplică cu o excentricitate $e = 0,40 \text{ m}$ (fig. 7.12). Să se calculeze tasările probabile după formulele din teoria elasticității, precum și prin metoda însumării tasării straturilor elementare. Greutatea proprie a fundației și a umpluturii de pământ situată pe treptele ei este: $G_f = 51,2 \text{ t}$.

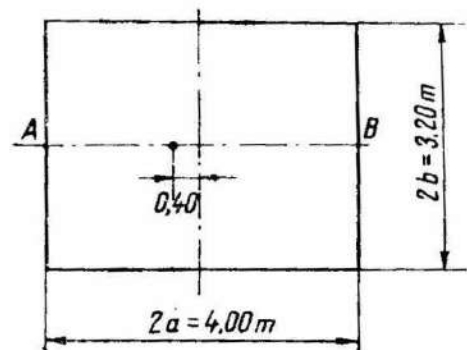


Fig. 7.12

Terenul de fundație este alcătuit dintr-un strat uniform de argilă prăfoasă avînd următoarele caracteristici geotehnice:

$$\gamma = 2,0 \text{ t/m}^3; \quad E = 130 \text{ kg/cm}^2; \quad \nu = 0,35.$$

Rezolvare. Presiunea unitară pe suprafața fundației se obține cu relația:

$$p = \frac{P + G_f}{A} \pm \frac{Pe}{W} = \frac{320 + 51,2}{4,00 \times 3,20} \pm \frac{320 \times 0,4}{\frac{3,20 \times 4,00^2}{6}} = 29 \pm 15 \text{ t/m}^2.$$

Presiunea netă la nivelul tălpii de fundare:

$$\bar{p} = p - \gamma h_f = (29 \pm 15) - 2,00 \times 2,00 = 25 \pm 15 \text{ t/m}^2.$$

Diagrama de variație a presiunii nete, în lungul laturii lungi a fundației, este arătată în fig. 7.13.

a) Calculul tasării prin metodele din teoria elasticității. Tasarea medie a fundației rigide se face cu formula (7.14):

$$s_{med} = 0,98 \frac{320 \times 2,5}{130} (1 - 0,35)^2 = 5,27 \text{ cm în care, } p_{med} = 2,5 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\alpha_{const} = 0,98 \left(\text{prin interpolare în tabela 7.2 pentru raportul } \frac{2a}{2b} = 1,25 \right).$$

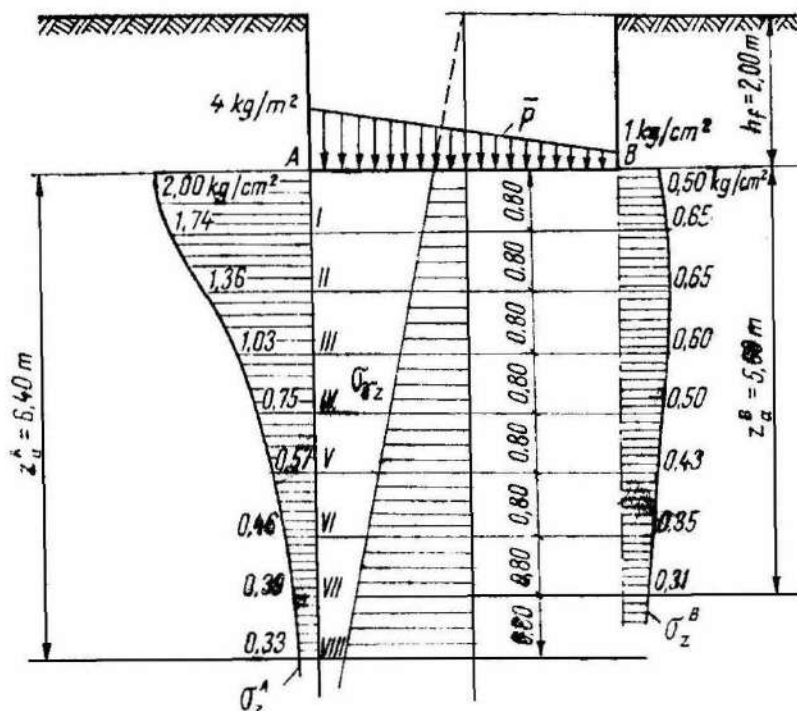


Fig. 7.13

Rotirea fundației sub efectul excentricității se calculează cu formula (7.19):

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{1 - 0,35^2}{130} 0,62 \frac{320 \times 40}{200^3} = 0,0067,$$

$$\text{în care: } P = \frac{4,0 + 1,0}{2} 400 \times 3,20 = 320\,000 \text{ kg (încărcarea netă);}$$

$$K_1 = 0,62 \left(\text{din tabela 7.4, pentru raportul } \frac{2a}{2b} = 1,25 \right);$$

$$e_1 = 40 \text{ cm (excentricitatea se păstrează, deoarece } \bar{P} = P).$$

Tasarea maximă a extremității fundației situate de partea excentricității:

$$s_{\max} = s_{\text{med}} - a \operatorname{tg} \theta = 5,27 + 200 \times 0,0067 = 6,61 \text{ cm.}$$

Tasarea minimă a extremității fundației opusă excentricității încărcării:

$$s_{\min} = s_{\text{med}} - a \operatorname{tg} \theta = 5,27 - 200 \times 0,0067 = 3,93 \text{ cm.}$$

b) Calculul tasării prin metoda însumării straturilor elementare. Plecînd de la diagrama trapezoidală a presiunii nete, se calculează repartitia eforturilor unitare σ_z pe verticalele punctului A și punctului B (fig. 7.13). Aceste calcule au fost efectuate în cadrul exemplului 6.4, de unde se preiau rezultatele.

Împărțirea profilului geologic în straturi elementare și diagramele de eforturi unitare produse de încărcarea suplimentară σ_z și sarcina geologică σ_{yz} sînt arătate în fig. 7.13.

Din condiția $\frac{\sigma_z}{\sigma_{yz}} = 0,2$, rezultă următoarele valori ale adîncimii active:

— în punctul A , $z_a^A = 6,40 \text{ m}$;

— în punctul B , $z_a^B = 5,60 \text{ m}$.

Calculul tasării celor două puncte extreme este prezentat în tabela 7.17. Rotirea fundației este următoarea:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{s^A - s^B}{2a} = \frac{3,56 - 1,77}{400} = 0,0045.$$

Tabela 7.17

Strat elementar	Grosi- mea stra- tului h_i cm	E_i kg/cm ²	β_i	Punctul A			Punctul B		
				σ_z kg/cm ²	$\sigma_z\ med$ kg/cm ²	s_i cm	σ_z kg/cm ²	$\sigma_z\ med$ kg/cm ²	s_i cm
I	80	130	0,8	2,00	1,78	0,87	0,50	0,58	0,29
II	80			1,57	1,47	0,72	0,65	0,66	0,32
III	80			1,37	1,20	0,59	0,66	0,62	0,30
IV	80			1,02	0,90	0,44	0,59	0,54	0,27
V	80			0,77	0,68	0,33	0,50	0,46	0,23
VI	80			0,59	0,52	0,25	0,43	0,40	0,20
VII	80			0,46	0,41	0,20	0,36	0,33	0,16
VIII	80			0,36	0,33	0,16	0,30	—	—
$s_{total} = \sum s_i = 3,56\text{ cm}$							$s_{total} = \sum s_i = 1,77\text{ cm}$		

8

PRESIUNEA ACTIVĂ ȘI REZISTENȚA PASIVĂ A PĂMÎNTULUI

Prin *presiunea activă* a pământului se definește presiunea pe care o exercită un sistem granular (structura caracteristică a unui masiv de pământ) asupra unui perete care delimitează una din suprafețele sale libere.

Prin *rezistență pasivă* se definește acea presiune minimă care trebuie exercitată asupra acestui perete pentru a disloca masivul de pământ respectiv.

Determinarea presiunii active (denumită și împingerea pământului) și a rezistenței pasive constituie una din problemele de bază ale teoriei echilibrului limită [5,12,13,28,29].

În formulele care determină mărimea presiunilor întră următoarele mărimi (fig. 8.1): elementele geometrice ale construcției (H , α , β), caracteristicile de rezistență ale pământului (Φ , c), δ unghiul de frecare între

perete și pământ în funcție de condițiile cinematice date prin dispozitivele constructive: $0 \leq \delta \leq \Phi$.

Presiunea activă E_a este egală, după Coulomb, cu

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \left(1 + \frac{2H_e}{H} \right); \quad (8.1)$$

$$H_e = \frac{q}{\gamma} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)} \quad (8.1,a)$$

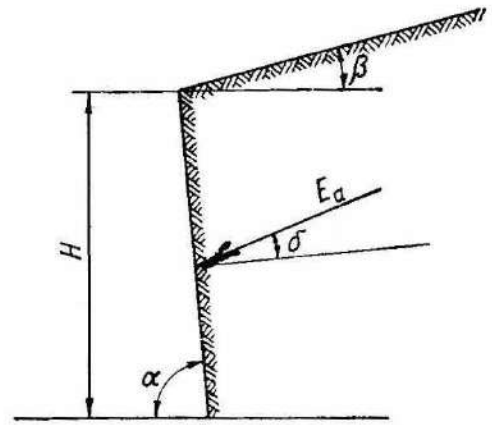


Fig. 8.1

$$K_a = \frac{1}{\sin^2 \alpha \sin (\alpha - \delta)} \left[\frac{\sin (\alpha + \Phi)}{1 + \sqrt{\frac{\sin (\Phi + \delta) \sin (\Phi - \beta)}{\sin (\alpha - \delta) \sin (\alpha + \beta)}}} \right]^2 \quad (8.2)$$

Pentru cazul ipotezei lui Rankine ($\delta = 0, \alpha = 90^\circ; \beta = 0$)

$$K_a = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) < 1. \quad (8.3)$$

Presiunea pasivă E_p este egală cu

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p \left(1 + \frac{2H_e}{H} \right). \quad (8.4)$$

$$K_p = \frac{1}{\sin^2 \alpha \sin (\alpha + \delta)} \cdot \frac{\sin^2 (\Phi - \alpha)}{\left[1 - \sqrt{\frac{\sin (\Phi - \delta) \sin (\Phi - \beta)}{\sin (\alpha - \delta) \sin (\alpha - \beta)}} \right]^2}. \quad (8.4,a)$$

În cazul ipotezei lui Rankine ($\alpha = 90^\circ, \beta = 0, \delta = 0$)

$$K_p = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \Phi/2) > 1. \quad (8.5)$$

Valabilitatea teoriei lui Coulomb și Rankine este limitată la acele cazuri cînd peretele are posibilitatea de deplasare fie la partea superioară fie la cea inferioară (de exemplu: ziduri de sprijin, palplanșe etc.). În același timp ipoteza lui Rankine se poate aplica numai la acele cazuri cînd $\beta = 0, \delta = 0$, iar pentru $\beta \neq 0, \delta = \beta$ (v. cap. 5.).

Pentru pământuri coezive ($c \neq 0$), formulele (8.1) și (8.4) în cazul ipotezei lui Rankine se scriu:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left(1 + \frac{2H_e}{H} \right) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) - 2c H \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right); \quad (8.6)$$

$$E_p = \frac{1}{2} H^2 \left(1 + \frac{2H_e}{H} \right) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) + 2c H \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right). \quad (8.7)$$

Repartizarea presiunii se face în mod liniar de-a lungul peretelui, rezultanta presiunilor aplicându-se în centrul de greutate al diagramei presiunilor.

În tabela 8.1 sînt date valorile K_a din formula (8.2) pentru cazul $\alpha = 90^\circ$ în funcție de δ , Φ , β .

Tabela 8.1

Valorile K_a pentru $\alpha = 90^\circ$

β	δ	Φ			
		20°	25°	30°	35°
+35°	0	—	—	—	0,672
	1/3 Φ	—	—	—	0,686
	2/3 Φ	—	—	—	0,731
	Φ	—	—	—	0,819
+30°	0	—	—	0,750	0,434
	1/3 Φ	—	—	0,762	0,421
	2/3 Φ	—	—	0,798	0,427
	Φ	—	—	0,866	0,455
+25°	0	—	0,821	0,503	0,380
	1/3 Φ	—	0,830	0,486	0,361
	2/3 Φ	—	0,857	0,486	0,362
	Φ	—	0,906	0,503	0,380
+20°	0	0,884	0,572	0,441	0,343
	1/3 Φ	0,891	0,550	0,418	0,326
	2/3 Φ	0,908	0,546	0,414	0,424
	Φ	0,904	0,533	0,425	0,336
+15°	0	0,640	0,503	0,401	0,319
	1/3 Φ	0,618	0,479	0,379	0,301
	2/3 Φ	0,606	0,468	0,371	0,296
	Φ	0,602	0,469	0,376	0,306
+10°	0	0,570	0,461	0,375	0,300
	1/3 Φ	0,540	0,435	0,349	0,280
	2/3 Φ	0,523	0,420	0,341	0,276
	Φ	0,516	0,419	0,343	0,285

T a b e l a 8.1 (continuare)

β	δ	Φ			
		20°	25°	30°	35°
+ 0°	0	0,431	0,406	0,334	0,272
	1/3 Φ	0,460	0,376	0,303	0,252
	2/3 Φ	0,439	0,362	0,293	0,246
	Φ	0,428	0,357	0,297	0,252
-10°	0	0,440	0,367	0,304	0,249
	1/3 Φ	0,406	0,338	0,278	0,229
	2/3 Φ	0,385	0,321	0,266	0,222
	Φ	0,371	0,312	0,264	0,225
-15°	0	0,420	0,350	0,291	0,239
	1/3 Φ	0,386	0,321	0,266	0,220
	2/3 Φ	0,364	0,304	0,254	0,212
	Φ	0,350	0,396	0,252	0,215
-20°	0	0,401	0,335	0,279	0,230
	1/3 Φ	0,368	0,307	0,254	0,210
	2/3 Φ	0,344	0,288	0,243	0,203
	Φ	0,331	0,280	0,240	0,205
-25°	0	—	0,321	0,268	0,222
	1/3 Φ	—	0,292	0,244	0,202
	2/3 Φ	—	0,275	0,231	0,194
	Φ	—	0,206	0,228	0,195
-30°	0	—	—	0,257	0,213
	1/3 Φ	—	—	0,233	0,194
	2/3 Φ	—	—	0,220	0,185
	Φ	—	—	0,216	0,186
-35°	0	—	—	—	0,205
	1/3 Φ	—	—	—	0,186
	2/3 Φ	—	—	—	0,177
	Φ	—	—	—	0,177

Pentru presiunea pasivă, formulele (8.4) și (8.4,a) dau valori prea mari, deci necorespunzătoare, ipotezele de bază nefiind corespunzătoare cu realitatea.

Aplicînd teoria echilibrului limită a mediilor disperse (v. cap. 5), presiunea activă și pasivă într-un punct avînd distanța z de la suprafața orizontală, se calculează după formulele:

$$p_a = \gamma \cdot z \cdot K_a; \quad (8.8)$$

$$p_p = \gamma \cdot z \cdot K_p,$$

K_a și K_p fiind date în tabele 8.2 respectiv 8.3 în funcție de Φ și δ pentru diferite înclinări α ale zidului [28]

Tabela 8.2

Valorile K_a

α	$\Phi = 10^\circ$			$\Phi = 20^\circ$			$\Phi = 30^\circ$			$\Phi = 40^\circ$		
	$\delta = 0^\circ$	5°	10°	$\delta = 0^\circ$	10°	20°	$\delta = 0^\circ$	15°	30°	$\delta = 0^\circ$	20°	40°
70°	0,73	0,70	0,70	0,58	0,54	0,54	0,46	0,43	0,45	0,35	0,34	0,38
80°	0,72	0,70	0,68	0,54	0,50	0,50	0,40	0,37	0,38	0,29	0,27	0,29
90°	0,70	0,67	0,65	0,49	0,45	0,44	0,33	0,30	0,31	0,22	0,20	0,22
100°	0,65	0,61	0,59	0,42	0,38	0,37	0,26	0,24	0,24	0,16	0,14	0,15
110°	0,58	0,54	0,52	0,35	0,31	0,30	0,20	0,18	0,17	0,11	0,09	0,10
120°	0,49	0,45	0,44	0,27	0,24	0,23	0,13	0,12	0,11	0,06	0,05	0,05

Tabela 8.3

Valorile K_p

α'	$\Phi = 10^\circ$			$\Phi = 20^\circ$			$\Phi = 30^\circ$			$\Phi = 40^\circ$		
	$\delta = 0^\circ$	5°	10°	$\delta = 0^\circ$	10°	20°	$\delta = 0^\circ$	15°	30°	$\delta = 0^\circ$	20°	40°
70°	1,18	1,29	1,35	1,51	1,83	2,13	1,90	2,79	3,80	2,50	4,70	8,23
80°	1,31	1,43	1,52	1,77	2,19	2,57	2,39	3,62	5,03	3,37	6,77	12,30
90°	1,42	1,56	1,66	2,04	2,55	3,04	3,00	4,62	6,55	4,60	9,63	18,20
100°	1,49	1,65	1,76	2,30	2,93	3,53	3,65	5,82	8,42	6,16	13,90	26,60
110°	1,53	1,70	1,83	2,53	3,31	4,03	4,42	7,38	10,70	8,34	19,50	39,00
120°	1,52	1,71	1,85	2,76	2,67	4,51	5,28	9,07	13,50	11,30	28,40	56,70

În general, teoria lui Coulomb dă rezultate satisfăcătoare pentru calculul presiunii active, valorile calculate nu diferă față de cele măsurate decât cu $\pm 5\%$. Pentru suprafețele libere ale pământului și pentru un contur de perete mai complicat, formulele (8.1)–(8.7) nu pot fi aplicate. În aceste cazuri se recurge la soluții grafice sau grafico-analitice. Cele mai cunoscute sînt metodele elaborate de Poncelet care rezolvă grafic teorema lui Rebhan precum și metoda lui Culmann, care cu ajutorul paralelogramului de forțe care determină echilibrul unui prism de pământ cuprins între paramentul zidului și planul de alunecare stabilește grafic mărimea prismului pentru care valoarea împingerii active devine maximă. Această metodă grafică permite și evaluarea influenței unei încărcări concentrate asupra mărimii presiunii active.

Pentru determinarea rezistenței pasive, aplicarea teoriei lui Coulomb, formula (8.4), dă în general valori necorespunzătoare. În cazul ipotezei lui Rankine se pot folosi formulele (8.8). Pentru cazurile generale, se recurge la soluții grafico-analitice bazate pe proprietățile cercului lui Mohr orientat așa cum ele sînt expuse în cap. 5.

În cap. 15 sînt tratate unele cazuri unde determinarea presiunii active se face ținînd seama de modificările în repartizarea presiunilor, atunci cînd condițiile cinematice la suprafața de contact diferă față de cele presupuse în teoria lui Rankine și Coulomb.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 8.1. Să se calculeze după Rankine presiunea activă pe un parament vertical, în cazul cînd pe suprafața orizontală a terenului este aplicată o încărcare $p = 4 \text{ t/m}^2$. Stratificația și caracteristicile pămîntului sînt indicate în fig. 8.2. iar nivelul apei subterane se găsește la $-3,50 \text{ m}$.

Rezolvare. Presiunea activă se determină cu relațiile (8.1), (8.1 a), (8.2) și (8.3).

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \left(1 + \frac{2H_e}{H} \right)$$

în care

$$H_e = \frac{q}{\gamma} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \text{iar} \quad K_a = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right).$$

În cazul de față, datorită caracteristicilor diferite ale straturilor de pămînt și a prezenței apei subterane, este necesar să se determine presiunile active pentru fiecare din cele patru straturi în care se poate împărți profilul geologic, precum și presiunea hidrostatică datorită apei subterane.

a) Pentru primul strat de 2 m adîncime:

$$H_e = \frac{4}{1,755} = 2,54 \text{ m}; \text{ deoarece } \beta = 0, \quad \alpha = 90^\circ$$

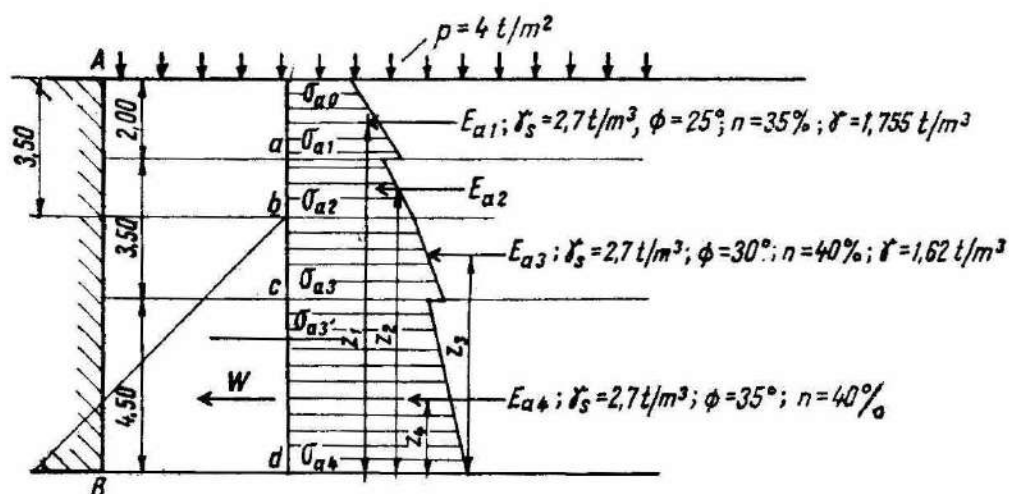


Fig. 8.2

$$K_a = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{25^\circ}{2} \right) = \operatorname{tg}^2 32^\circ 30' = 0,637^2 = 0,406$$

$$\sigma_{a0} = 1,755 \times 2,54 \times 0,406 = 1,624 \text{ t/m}^2;$$

$$\sigma_{a1} = 1,755 (2,00 + 2,54) 0,406 = 3,23 \text{ t/m}^2.$$

$$E_{a1} = \frac{1}{2} 1,775 \times 2^2 \times 0,406 \left(1 + \frac{2 \times 2,54}{2,00} \right) = 5,102 \text{ t/m}.$$

b) Pentru al doilea strat, pe adîncimea de 1,50 m pînă la nivelul apei subterane încărcarea utilă p și greutatea primului strat constituie supra-sarcina pentru al doilea strat:

$$H_e = \frac{4 + 2 \times 1,775}{1,620} = \frac{7,550}{1,620} = 4,66 \text{ m}$$

$$K_a = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) = \operatorname{tg}^2 (45^\circ - 15^\circ) = \operatorname{tg}^2 30 = \frac{1}{3} = 0,333$$

$$\sigma'_{a1} = 1,620 \times 4,66 \times 0,333 = 2,517 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{a2} = 1,620 \times (4,66 + 1,50) \cdot 0,33 = 3,33 \text{ t/m}^2$$

$$E_{a2} = \frac{1}{2} 1,620 \times 1,5^2 \times \frac{1}{3} \times \left(1 + \frac{2 \times 4,66}{1,5} \right) = 4,380 \text{ t/m}.$$

c) Pentru partea celui de al doilea strat, care se găsește sub nivelul apei subterane, la stabilirea greutății volumetrice trebuie să se țină seama de efectul subpresiunii apei

$$\gamma' = (\gamma_s - \gamma_w) (1 - n) = (2,700 - 1,000) (1 - 0,40) = 1,020 \text{ t/m}^3$$

$$H_e = \frac{4\,000 + 2 \times 1\,775 + 1,5 \times 1\,620}{1\,020} = \frac{9\,980}{1\,020} = 9,78 \text{ m} \quad K_a = \frac{1}{3}$$

$$\sigma'_{a2} = 1,02 \times 9,78 \times 0,33 = 3,32 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{a3} = 1,02 \times (9,78 + 200) \times 0,333 = 4 \text{ t/m}^2$$

$$E_{a3} = \frac{1}{2} 1\,020 \times 2,0^2 \times \frac{1}{3} \left(1 + \frac{2 \times 9,78}{2,0} \right) = 7,330 \text{ t/m}.$$

d) Pentru primul strat, aflat și el sub nivelul apei subterane, în grosime de 4,50 m γ' are aceeași valoare ca în stratul superior.

$$H_e = \frac{4,000 + 2,0 \times 1,775 + 1,50 \times 1,620 + 2,0 \times 1,020}{1,020} = 11,78 \text{ m}$$

$$K_a = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{35^\circ}{2} \right) = \operatorname{tg}^2 (45^\circ - 17^\circ 30') = \operatorname{tg}^2 27^\circ 30' = 0,271$$

$$\sigma_{a3} = 1,02 \times 11,78 \times 0,271 = 3,25 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{a4} = 1,02 \times (11,78 + 4,50) \times 0,271 = 4,50 \text{ t/m}^2$$

$$E_{a4} = \frac{1}{2} 1,020 \times 4,5^2 \times 0,271 \times \left(1 + \frac{2 \times 11,78}{4,50} \right) = 17,5 \text{ t/m}^2.$$

e) La toate presiunile active calculate înainte, pe porțiunile aflate sub nivelul apei, trebuie adăugată presiunea hidrostatică a apei subterane.

$$P_{ap\ddot{a}4} = 1,00 \times 6,5 = 6,5 \text{ t/m}^2; \quad W_{ap\ddot{a}} = \frac{1}{2} \times 1,00 \times 6,50^2 = 21,125 \text{ t/m}.$$

f) Determinarea poziției rezultatelor presiunilor pe diferitele straturi se face în felul următor.

— pentru E_{a1} :

$$z_1 = 8,00 + \frac{2,00}{3} \frac{2 \times 1,624 + 3,23}{1,624 + 3,23} = 8,894 \text{ m};$$

— pentru E_{a2} :

$$z_2 = 6,50 + \frac{1,50}{3} \frac{2 \times 2,517 + 3,33}{2,517 + 3,33} = 7,216 \text{ m};$$

— pentru E_{a3} :

$$z_3 = 4,50 + \frac{2,00}{3} \frac{2 \times 3,33 + 4,00}{3,33 + 4,00} = 5,465 \text{ m};$$

— pentru E_{a4} :

$$z_4 = \frac{4,50}{3} \frac{2 \times 4,50 + 3,56}{4,50 + 3,56} = 2,32 \text{ m};$$

— pentru presiunea apei W :

$$z_W = \frac{6,50}{3} = 2,17 \text{ m.}$$

Diagrama presiunilor precum și poziția rezultatelor cu distanțele z sînt reprezentate în fig. 8.2.

Exemplul 8.2. Să se găsească valoarea împingerii active și a rezistenței pasive a unui pămînt coeziv asupra unui zid cu parametru vertical, prin metoda Rankine, cunoscînd următoarele date;

$$H = 6 \text{ m}; \quad \alpha = 90^\circ; \quad \beta = 0; \quad \Phi = 30^\circ; \quad c = 2,0 \text{ t/m}^2; \quad \gamma = 2 \text{ t/m}^3; \quad \delta = 0.$$

Se va arăta influența valorii coeziunii asupra presiunilor și asupra momentelor de răsturnare.

Rezolvare. a) Presiunea activă se calculează astfel:

$$\begin{aligned} \sigma_{aH} &= \sigma_{at} - \sigma_{ac} = \gamma \cdot H \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right); \\ \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) &= \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \sigma_{aH} = 2 \times 6 \times \frac{1}{3} - 2c \frac{1}{\sqrt{3}} = 4,0 - 1,16 c, \text{ t/m}^2; \\ \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{30^\circ}{2} \right) &= \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Adîncimea la care presiunea activă devine zero este egală cu:

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) = \frac{2}{2} \times c \sqrt{3} = 1,73 c = 3,46 \text{ m}$$

și crește proporțional cu coeziunea.

Presiunea totală rezultă prin integrarea pe toată înălțimea a presiunilor elementelor $\sigma_{az} dz$. Deoarece preluarea eforturilor de întindere de către pămînt nu este asigurată, se renunță la scăderea diagramei care dă presiuni negative.

$$\begin{aligned} E_a &= \frac{1}{2} \gamma \cdot H^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) - 2c H \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) + \frac{2c^2}{\gamma} = \frac{1}{2} 2 \times 6^2 \times \frac{1}{3} - \\ &- 2 \times 2 \times 6 \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2 \times 2^2}{2} = E_a = 12,00 - 6,93 c + c^2 = 2,14 \text{ t/m.} \end{aligned}$$

Rezultanta E_a se aplică la o distanță de

$$z = \frac{1}{3} (H - z_0) = \frac{1}{3} (6,00 - 1,73 c) = 0,845 \text{ m (fig. 8.3).}$$

b) Rezistența pasivă se calculează astfel:

$$\sigma_{pH} = \sigma_{pt} + \sigma_{pc} = \gamma H \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) + 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right).$$

$$\cdot \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}.$$

$$\sigma_{pc} = 2 \times c \times \sqrt{3} = 3,46 c, \text{ t/m}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_{pH} &= 2,0 \times 6,00 \times 3 + 3,46 c = \\ &= 36,0 + 3,46 c, \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

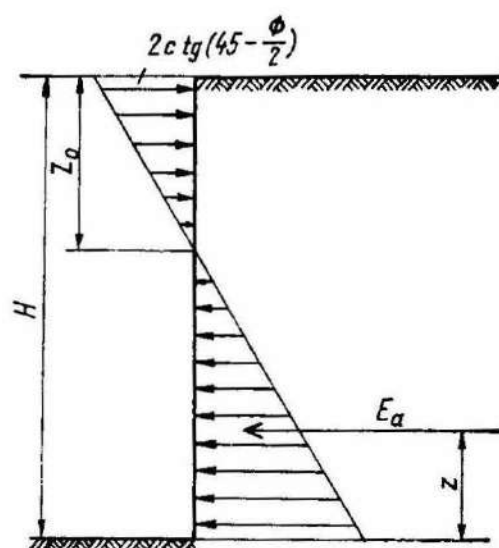


Fig. 8.3

$$z = \frac{6,0}{3} \left(\frac{2 \times 3,46 c + 36,0 + 3,46 c}{36,0 + 6,92 c} \right) = \frac{2(36,0 + 10,38 c)}{36,0 + 6,92 c}$$

$$E_p = \frac{H}{2} (36,0 + 6,92 c) = 108,0 + 20,76 c, \text{ t/m}.$$

Variația presiunilor și a momentelor lor în raport cu baza zidului pentru diferite valori ale coeziunii c este arătată în tabela 8.4. Din datele tablei se constată influența considerabilă adusă de creșterea coeziunii pământului asupra scăderii valorii presiunilor active și în special asupra momentului dat de aceste împingeri în raport cu baza zidului. În ce privește rezistența pasivă, creșterea valorii coeziunii se manifestă atât prin creșterea rezistenței pasive cât și a momentului.

Tabela 8.4

$c, \text{ t/m}^2$	0	1	2	3
$E_a, \text{ t/m}$	12	6,07	2,14	0,27
$E_a, \%$	100	50,60	17,80	2,30
$z, \text{ m}$	2	1,42	0,84	0,26
$M, \%$	100	35,90	7,50	0,30
$E_p, \text{ t/m}$	108	128,80	149,50	170,30
$E_p, \%$	100	119,00	138,00	158,00
$z, \text{ m}$	2	2,16	2,28	2,37
$M, \%$	100	129,00	158,00	187,00

Exemplul 8.3. Să se determine după teoria lui Rankine presiunea activă specifică și totală asupra unui parament de zid înclinat față de verticală cu 15° . Caracteristicile pământului sînt: $\Phi = 30^\circ$; $H = 6$ m; $\gamma = 2$ t/m³.

Rezolvare. În cap. 5 au fost prezentate relațiile pentru eforturile unitare pe un plan înclinat față de orizontală cu 75° .

$$\sigma_a = \frac{(\sigma_I + \sigma_{III})}{2} + \frac{(\sigma_I - \sigma_{III})}{2} \cdot \cos (2\pi - 2 \times 75^\circ) =$$

$$= \frac{\gamma z}{2} \left(1 + \frac{1 - \sin \Phi}{1 + \sin \Phi} \right) + \frac{\gamma z}{2} \left(1 - \frac{1 - \sin \Phi}{1 + \sin \Phi} \right) \cos 210^\circ$$

$$\sigma_a = \frac{\gamma \cdot z}{1 + \sin \Phi} + \frac{\gamma \cdot z}{1 + \sin \Phi} \sin \Phi \cos 210^\circ = \frac{\gamma \cdot z}{1 + \sin \Phi} (1 - \sin \Phi \cos 30^\circ) =$$

$$= \frac{\gamma \cdot z}{1,5} \left(1 - \frac{1}{4} \sqrt{3} \right)$$

$$\sigma_a = \gamma \cdot z \frac{4 - \sqrt{3}}{6} = 0,378 \gamma \cdot z$$

$$\tau_a = \frac{\gamma \cdot z}{2} \left(1 - \frac{1 - \sin \Phi}{1 + \sin \Phi} \right) \sin 210^\circ = - \frac{\gamma \cdot z \cdot \sin \Phi}{1 + \sin \Phi} \cdot \sin 30^\circ = - \frac{\gamma \cdot z}{6}$$

$$p_a = \sqrt{\sigma_a^2 + \tau_a^2} = \gamma z \sqrt{0,378^2 + 0,166^2} = \gamma z \times 0,414$$

$$E_a = \frac{1}{2} \left(\frac{6,00}{\sin 75^\circ} \right)^2 \gamma \cdot 0,414 = 0,5 \frac{36,00}{0,966^2} \times 2,00 \times 0,414 = 16 \text{ t/m.}$$

Rezultanta este înclinată față de normala pe parament cu unghiul

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{1}{6} \times \frac{6}{4 - \sqrt{3}} = 0,440; \quad \delta = 23^\circ 45'.$$

Componentele orizontală și verticală a presiunii active totale sînt egale cu:

$$H = 16,00 \cos (15^\circ + \delta) = 16,00 \times 0,779 = 12,45 \text{ t};$$

$$V = 16,00 \sin (15^\circ + \delta) = 16,00 \times 0,626 = 10 \text{ t.}$$

Punctul de aplicație se găsește la o distanță de $H/3 = 2$ m de la baza zidului.

Exemplul 8.4. Să se determine presiunea pământului pe un parament vertical cînd suprafața liberă a pământului este înclinată față de orizontală cu $\beta = 15^\circ$; $\Phi = 30^\circ$; $\gamma = 2,00 \text{ t/m}^3$.

Rezolvare. Componentele eforturilor pe un plan paralel cu suprafața liberă la adîncimea z sînt date prin:

$$\sigma = \gamma z \cos^2 \beta; \quad \tau = \gamma z \sin \beta \cos \beta;$$

efortul total

$$r = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} = \gamma z \cdot \cos \beta.$$

Efortul unitar pe planul vertical fiind conjugat cu cel care acționează pe planul paralel cu suprafața liberă, valoarea sa rezultă (conform celor arătate în cap. 5):

$$p_a = r \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\lambda}{2} \right); \quad \cos \lambda = \frac{\cos \Phi}{\cos \beta} = \frac{0,5 \sqrt{3}}{\cos 15^\circ} = 0,900;$$

$$\lambda = 25^\circ 50'$$

$$p = \gamma \cdot z \cdot \cos \beta \operatorname{tg}^2 (45 - 12^\circ 40') = \gamma z \cdot 0,387.$$

Presiunea totală E_a pe un perete vertical de 6 m înălțime este egală cu

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma \cdot H^2 \times 0,387 = 13,95 \text{ t/m}.$$

Înclinarea lui E_a față de orizontală $\delta = \beta$.
Componentele verticală și orizontală

$$H = 13,95 \cos 15^\circ = 13,40 \text{ t/m}$$

$$V = 13,95 \sin 15^\circ = 3,60 \text{ t/m}$$

aplicîndu-se la 2 m distanță de la bază.

Exemplul 8.5. Pentru un masiv de pământ avînd următoarele caracteristici:

$$\beta = 15^\circ; \quad \Phi = 30^\circ; \quad \delta = \frac{2}{3} \Phi; \quad c = 0; \quad \gamma = 1,90 \text{ t/m}^3$$

și care este solicitat de o suprasarcină uniform distribuită $q = 2,7 \text{ t/m}^2$ de lungime infinită, se cere:

a) să se determine valoarea împingerii active E_a asupra unui zid de 4,50 m înălțime, avînd o înclinare $\alpha = 95^\circ$, folosindu-se metoda analitică a lui Coulomb și să se calculeze componentele verticală E_{av} și orizontală E_{ah} ale acestei împingeri;

b) cum variază împingerea și componentele ei, cînd paramentul își schimbă înclinarea ($\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 85^\circ$);

c) cum variază împingerea și componentele ei, pentru pămînturi cu unghiuri de frecare internă diferite ($\Phi = 25^\circ$, $\Phi = 35^\circ$);

d) cum variază împingerea și componentele ei, cînd frecarea pămîntului pe parament își schimbă valoarea ($\delta = 0^\circ$, 10°);

e) cum variază împingerea pentru valori diferite ale înclinării sprafeței masivului de pămînt, $\beta = 5^\circ$; $\beta = -5^\circ$; $\beta = 15^\circ$.

Rezolvare. a) Valoarea împingerii active se calculează cu relația (8.1):

$$E_a = \frac{1}{2} \times 1,90 \times 4,5^2 \times 0,325 \times \left(1 + \frac{2 \times 1,51}{4,50}\right) = 10,4 \text{ t/m}$$

$$K_a = \frac{1}{\sin(95^\circ - 20^\circ) \sin^2 95^\circ} \left[\frac{\sin(95^\circ + 30^\circ)}{1 + \sqrt{\frac{\sin(30^\circ + 20^\circ) \sin(30^\circ - 15^\circ)}{\sin(95^\circ - 20^\circ) \sin(95^\circ + 15^\circ)}}} \right]^2 = 0,325$$

$$H_e = \frac{q \sin \alpha}{\gamma \sin(\alpha + \beta)} = \frac{2,7 \times 0,996}{1,9 \times 0,940} = 1,51 \text{ m.}$$

$$\sigma_{a0} = \frac{\sin \alpha}{\cos \delta} H_e \gamma K_a = \frac{0,996}{0,940} 1,51 \times 1,90 \times 0,325 = 0,99 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{aH} = \frac{\sin \alpha}{\cos \delta} \gamma K_a (H + H_e) = \frac{0,996}{0,940} \times 1,90 \times 0,325 \times (4,50 + 1,51) = 3,96 \text{ t/m}^2$$

$$z = \frac{H}{3} \cdot \frac{2\sigma_{a0} + \sigma_{aH}}{\sigma_{aH} + \sigma_{a0}} = \frac{4,50}{3} \times \frac{1,98 + 3,96}{3,70 + 0,99} = 1,81 \text{ m.}$$

$$E_{ah} = E_a \cos 15^\circ = 10,4 \times 0,966 = 10 \text{ t/m};$$

$$E_{av} = E_a \sin 15^\circ = 10,4 \times 0,259 = 2,7 \text{ t/m.}$$

b) Păstrînd toate celelalte date constante și luînd pentru α valorile $\alpha = 90^\circ$ și $\alpha = 85^\circ$, se obține:

— pentru $\alpha = 90^\circ$: $K_a = 0,371$; $H_e = 1,47$ m; $E_a = 12$ t/m

$$E_{ah} = E_a \cos 20^\circ = 12 \times 0,940 = 11,3 \text{ t/m};$$

$$E_{av} = E_a \sin 20^\circ = 12 \times 0,342 = 4,1 \text{ t/m};$$

— pentru $\alpha = 85^\circ$: $K_a = 0,420$; $H_e = 1,45$ m; $E_a = 13,50$ t

$$E_{ah} = E_a \cos 25^\circ = 13,50 \times 0,906 = 12,23 \text{ t/m};$$

$$E_{av} = E_a \sin 25^\circ = 13,50 \times 0,423 = 5,71 \text{ t/m}.$$

c) Luîndu-se ca variabil de astă dată unghiul de frecare internă Φ , se obțin pentru valorile $\Phi = 25^\circ$ și $\Phi = 35^\circ$ următoarele rezultate:

— pentru $\Phi = 25^\circ$: $K_a = 0,421$; $H_e = 1,51$ m; $E_a = 13,5$ t/m;

$$E_{ah} = 13,5 \times \cos 11^\circ 40' = 0,979 \times 13,5 = 13,2 \text{ t/m};$$

$$E_{av} = 13,5 \times \sin 11^\circ 40' = 0,202 \times 13,5 = 2,7 \text{ t/m};$$

— pentru $\Phi = 35^\circ$: $K_a = 0,253$; $H_e = 1,51$ m; $E_a = 8,10$ t/m;

$$E_{ah} = 8,10 \cos 18^\circ 20' = 8,10 \times 0,949 = 7,7 \text{ t/m};$$

$$E_{av} = 8,10 \sin 18^\circ 20' = 8,10 \times 0,315 = 2,6 \text{ t/m}.$$

d) Păstrîndu-se constante toate datele problemei cu excepția unghiului δ , căruia i se dă valoarea de 0° , 10° și 20° , se obțin următoarele rezultate:

— pentru $\delta = 0^\circ$: $K_a = 0,362$; $E_a = 11,6$ t/m.

$$E_{ah} = 11,6 \cos (-5^\circ) = 11,6 \times 0,996 = 11,5 \text{ t/m};$$

$$E_{av} = 11,6 \sin (-5^\circ) = -11,6 \times 0,087 = -1 \text{ t/m};$$

— pentru $\delta = 10^\circ$: $K_a = 0,338$; $E_a = 10,8$ t/m.

$$E_{ah} = 10,8 \cos 5^\circ = 10,8 \times 0,996 = 10,7 \text{ t/m};$$

$$E_{av} = 10,8 \sin 5^\circ = 10,8 \times 0,087 = 0,9 \text{ t/m};$$

— pentru $\delta = 20^\circ$ (calculat înainte): $E_a = 10,4$ t/m.

e) Pentru o înclinare variabilă a suprafeței masivului, se obțin următoarele rezultate:

$$\beta = + 5^\circ; K_a = 0,273; H_e = \frac{2,70 \sin 95^\circ}{1,90 \sin 100^\circ} = 1,43 \text{ m.}$$

$$E_a = \frac{1}{2} 1,90 \times 4,5^2 \times 0,273 \times \left(1 + \frac{2 \times 1,43}{4,50} \right) = 8,6 \text{ t/m.}$$

$$E_{ah} = 8,6 \times 0,966 = 8,3 \text{ t/m;}$$

$$E_{av} = 8,6 \times 0,259 = 2,2 \text{ t/m.}$$

$$\beta = - 5^\circ; K_a = 0,250; H_e = \frac{2,70 \sin 95^\circ}{1,9} = 1,41 \text{ m.}$$

$$E_a = \frac{1}{2} 1,9 \times 4,5^2 \times 0,250 \left(1 + \frac{2 \times 1,41}{4,50} \right) = 7,8 \text{ t/m.}$$

$$E_{ah} = 7,8 \times 0,966 = 7,5 \text{ t/m; } E_{av} = 7,8 \times 0,259 = 2 \text{ t/m.}$$

Discuție. Din datele calculate se pot face următoarele constatări:

— scăderea unghiului α atrage creșterea valorii împingerii active, față de valoarea corespunzătoare unghiului de 95° :

pentru $\alpha = 90^\circ$ cu 15,0%;

pentru $\alpha = 85^\circ$ cu 29,8%;

— scăderea unghiului de frecare internă are influența mare asupra împingerii:

o scădere de 5° atrage o creștere a valorii E_a de 29,8%;

o creștere de 5° atrage o scădere cu 22,1%;

— efectul variațiilor unghiului β și δ asupra valorii E_a rezultă din calculele prezentate înainte.

O imagine mai completă asupra influenței pe care o are variația datelor din problemă asupra suprafețelor pe care acționează E_a , așa cum se va vedea și la cap. 15 poate fi obținută din cercetarea raportului:

$$\frac{E_{av} [x + z \operatorname{tg} (90 - \alpha^\circ)]}{z \cdot E_{ah}} = C$$

unde :

x este lățimea tălpii de fundație;

z — înălțimea punctului de aplicație,

numărătorul acestui raport reprezentînd un moment de răsturnare, iar numitorul un moment de stabilitate. Neglijînd termenul $z \cdot \operatorname{tg} (\alpha - 90^\circ)$, care în raport cu x este mic — circa 6% — și luînd de exemplu $z = 1,5$ m și $x = 2$ m, raportul devine:

$$C = \frac{2 E_{av}}{1,5 E_{ah}} = 1,33 \frac{E_{av}}{E_{ah}}.$$

În cazul variației unghiului Φ , variația lui E_a și a raportului C sînt date în tabela 8.5.

T a b e l a 8.5

Φ	E_a , t/m	%	C	%
25	13,5	129,8	0,27	0,75
30°	10,4	100,0	0,36	1,00
35°	8,1	77,9	0,45	1,25

Exemplul 8.6. Să se calculeze valoarea împingerii active a pămîntului asupra unui parament frînt (fig. 8.4), cunoscînd că masivul de pămînt are două stratificații cu următoarele date:

$$H_1 = 3,20 \text{ m}; H_2 = 2,60 \text{ m}; \gamma_1 = 2 \text{ t/m}^3; \gamma_2 = 1,8 \text{ t/m}^3;$$

$$\alpha_1 = 78^\circ; \alpha_2 = 95^\circ; \Phi_1 = \Phi_2 = 30^\circ; \delta_1 = \frac{\Phi}{3} = 10^\circ; \delta_2 = 30^\circ; \beta = 5^\circ.$$

Rezolvare. Datorită faptului că stratul despărțitor nu este paralel cu suprafața masivului, este necesar să se stabilească separat valoarea împingerii active pe fiecare porțiune a paramentului; astfel presiunea pe fața AB se determină cu ajutorul metodei grafice a lui Culmann*.

Admițînd succesiv drept suprafețe de alunecare planurile $B1$, $B2$, $B3$ și $B4$ se calculează greutatea prismelor de alunecare

$$G_1 = 4,80 \text{ t/m}; G_2 = 9,60 \text{ t/m}; G_3 = 14,40 \text{ t/m}; G_4 = 19,20 \text{ t/m}$$

* v. H. L e h r, *Fundații*, vol. I, ed. II, Editura tehnică, 1957, p. 283, fig. 28/XII.

și unghiul

$$\psi_1 = \alpha_1 - \delta_1 = 78^\circ - 10^\circ = 68^\circ$$

pe care-l face dreapta de orientare cu BD ; tangenta T_1 la curba a paralelă cu BD determină valoarea împingerii active maxime $E_a = 4,5 \text{ t/m}$ pe fața AB prin măsurarea la scara forțelor a segmentului paralel cu dreapta de orientare cuprins între punctul de tangență și BD .

Pentru determinarea împingerii pe fața BC se consideră planul de despărțire al celor două straturi ca suprafața masivului iar greutatea masivului

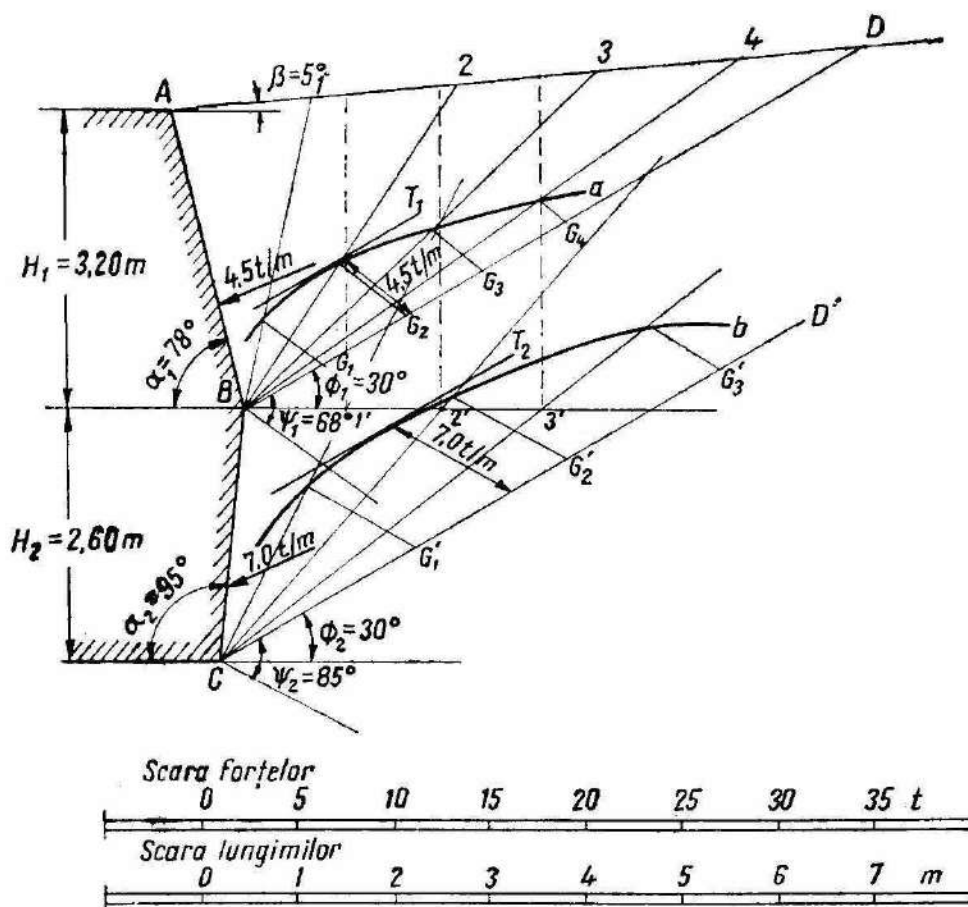


Fig. 8.4

de pământ de deasupra ca suprasarcină. Admițând ca suprafețe de alunecare posibile planurile $C1'$, $C2'$, $C3'$ se adaugă la greutatea masivelor de alunecare greutatea masivului de pământ situată deasupra planului de separație dintre cele două straturi. Se obțin astfel:

$$G'_1 = 11,5 \text{ t/m}; G'_2 = 20,6 \text{ t/m}; G'_3 = 29,8 \text{ t/m}.$$

Se construiește apoi curba b și ducându-se tangenta T_2 paralelă cu CD' se obține în același mod: $E'_a = 7 \text{ t/m}$.

Exemplul 8.8. a) Să se stabilească valoarea împingerii active a pământului, prin metoda grafică a lui Culmann, pentru următoarele date:

$$H = 7 \text{ m}; \quad \beta = 5^\circ; \quad \alpha = 80^\circ; \quad q = 2,8 \text{ t/m}^2; \quad \Phi = 30^\circ; \quad c = 0; \quad \delta = 0;$$

$$\gamma = 1,85 \text{ t/m}^3$$

în cazul când suprasarcina este aplicată pe o lungime infinită.

b) Cît devine valoarea împingerii active pentru cazul când suprasarcina este aplicată pe o lungime de 4,50 m de la coronamentul zidului?

c) La ce distanță de coronamentul zidului de sprijin se poate așeza suprasarcina q astfel ca efectul ei asupra paramentului zidului să nu se mai resimtă?

Rezolvare. a) Se procedează în modul arătat la exemplul 8.6. Valoarea împingerii se determină construindu-se curba a (fig. 8.6). În acest scop se

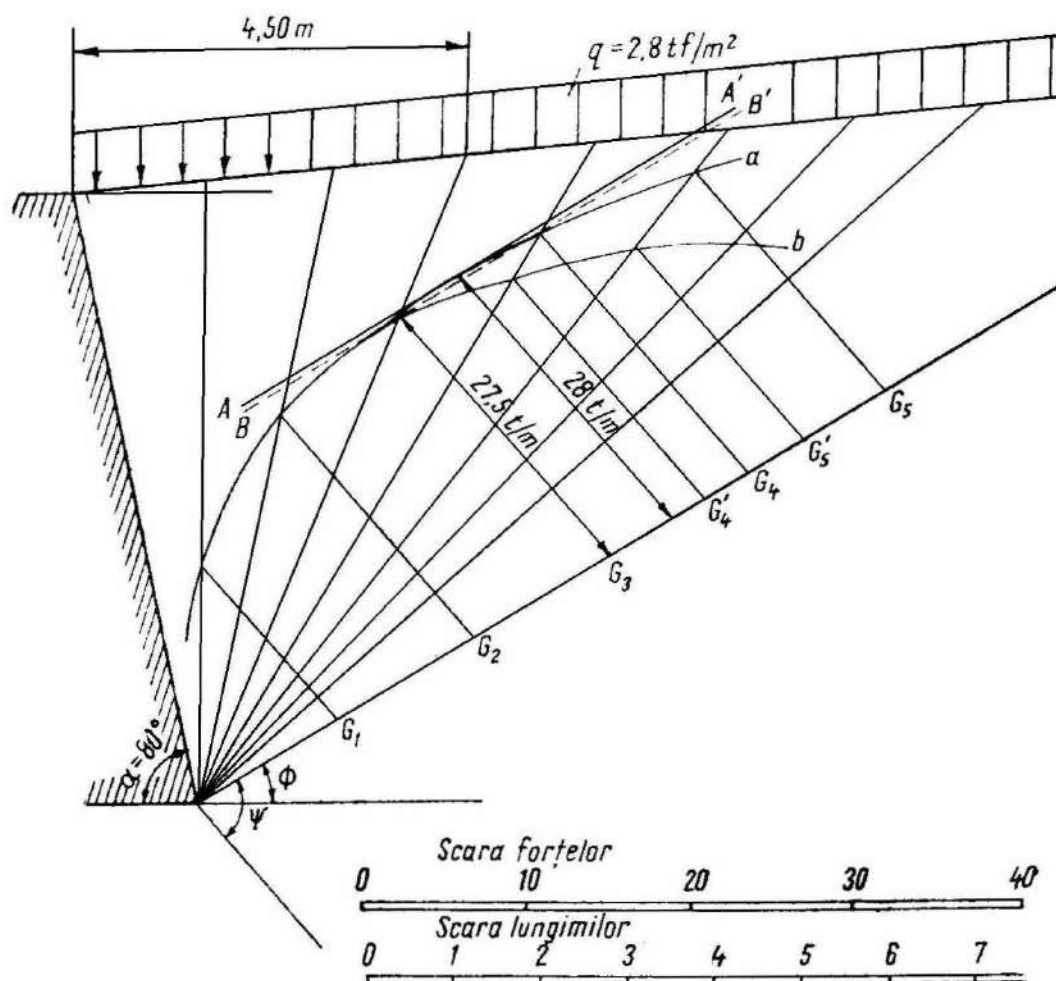


Fig. 8.6

determină greutatea prismelor în care s-a împărțit masivul de pământ (inclusiv acțiunea suprasarcinii pe porțiunile respective):

$$G_1 = 13,84 \text{ t/m}; G_2 = 27,68 \text{ t/m}; G_3 = 41,52 \text{ t/m}; G_4 = 55,36 \text{ t/m}; \\ G_5 = 69,20 \text{ t/m}.$$

Valoarea corespunzătoare a împingerii este $E_a = 28 \text{ t/m}$ (tangenta AA').

b) În cazul când suprasarcina acționează numai pe 4,50 m începînd de la coronament, se modifică numai greutatea prismelor G_4 și G_5 , asupra cărora nu mai acționează de astă dată suprasarcina:

$$G'_4 = 51,18 \text{ t/m}; G'_5 = 60,84 \text{ t/m}.$$

Epura se reface pe aceeași figură și curba corespunzătoare b dă noua valoare a împingerii pământului, $E'_a = 27,5 \text{ t/m}$.

După cum se vede, valorile E_a și E'_a sînt suficient de apropiate, ceea ce denotă că de la o anumită distanță, absența suprasarcinii nu mai influențează asupra valorii împingerii pământului. Din calculul prezentat rezultă că de la distanța de 4,50 m absența suprasarcinii practic nu mai are efect.

c) Construcția grafică este reprezentată în fig. 8.7; se construiește curba lui Culmann, fără a lua în considerare suprasarcina. Greutățile prismelor de pământ sînt:

$$G_1 = 9,66 \text{ t/m}; G_2 = 19,32 \text{ t/m}; G_3 = 28,98 \text{ t/m}; G_4 = 38,64 \text{ t/m}; \\ G_5 = 48,30 \text{ t/m}; G_6 = 57,96 \text{ t/m}.$$

Din curba respectivă, notată a pe epură, ducînd tangenta AA' , se obține valoarea împingerii active maxime care în acest caz este $E_a = 19 \text{ t/m}$. Pentru a se stabili distanța pînă la care se poate apropia suprasarcina de coronamentul zidului, se fac două încercări succesive, așezînd suprasarcina la 5,50 m, respectiv la 6 m de coronament.

În primul caz pentru:

$$G_1 = 9,66 \text{ t/m}; G_2 = 19,32 \text{ t/m}; G_3 = 28,98 \text{ t/m}; G'_4 = 40,04 \text{ t/m}; \\ G'_5 = 53,88 \text{ t/m}; G'_6 = 67,72 \text{ t/m}$$

și împingerea corespunzătoare, se determină ducînd tangenta BB' la curba b : $E'_a = 19,8 \text{ t/m}$.

În al doilea caz, cînd suprasarcina se oprește la 6 m de coronament, pentru

$$G_1 = 9,66 \text{ t/m}; G_2 = 19,32 \text{ t/m}; G_3 = 28,98 \text{ t/m}; G_4 = 38,64 \text{ t/m}; \\ G''_5 = 52,5 \text{ t/m}; G''_6 = 66,3 \text{ t/m}$$

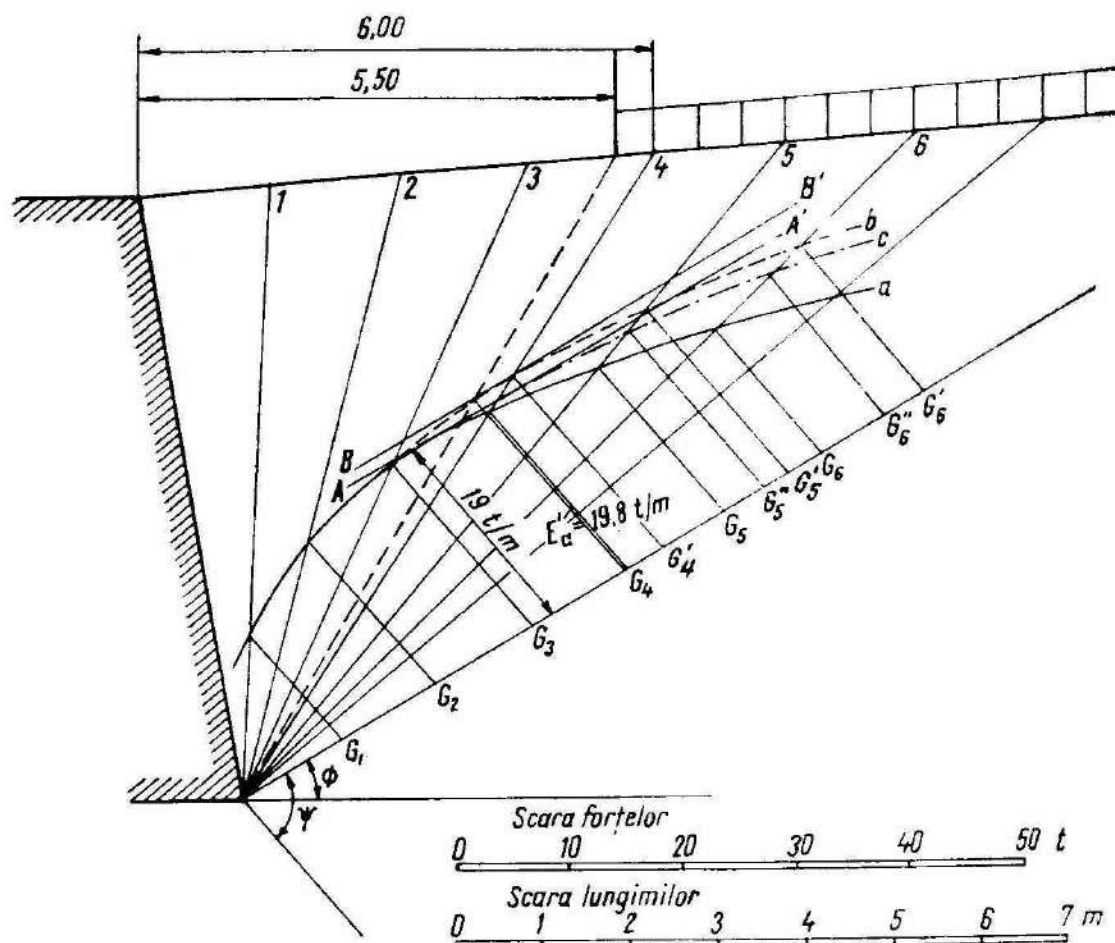


Fig. 8.7

corespunde curba c . Ducînd tangenta AA' se determină valoarea împingerii $E_a'' = E_a = 19 \text{ t/m}$, aceeași ca pentru cazul cînd suprasarcina ar lipsi cu desăvîrșire. Deci distanța la care se poate opri suprasarcina este 6 m.

Exemplul 8.9. a) Să se stabilească valoarea împingerii active a pămîntului în cazul cînd masivul de pămînt este acționat de o suprasarcină concentrată P (fig. 8.8). Se dau:

$$H = 6 \text{ m}; \quad P = 10 \text{ t}; \quad e = 4 \text{ m}; \quad \beta = 10^\circ; \quad \Phi = 30^\circ; \quad c = 0;$$

$$\delta = \frac{2}{3} \Phi = 20^\circ; \quad \alpha = 100^\circ; \quad \gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$$

b) La ce distanță de coronamentul zidului se poate așeza forța P , pentru ca efectul ei asupra zidului să nu se resimtă.

Rezolvare. a) Epura se construiește după aceeași metodă ca în exemplele precedente, adăugînd greutatea celui de-al doilea prism valoarea suprasarcinii

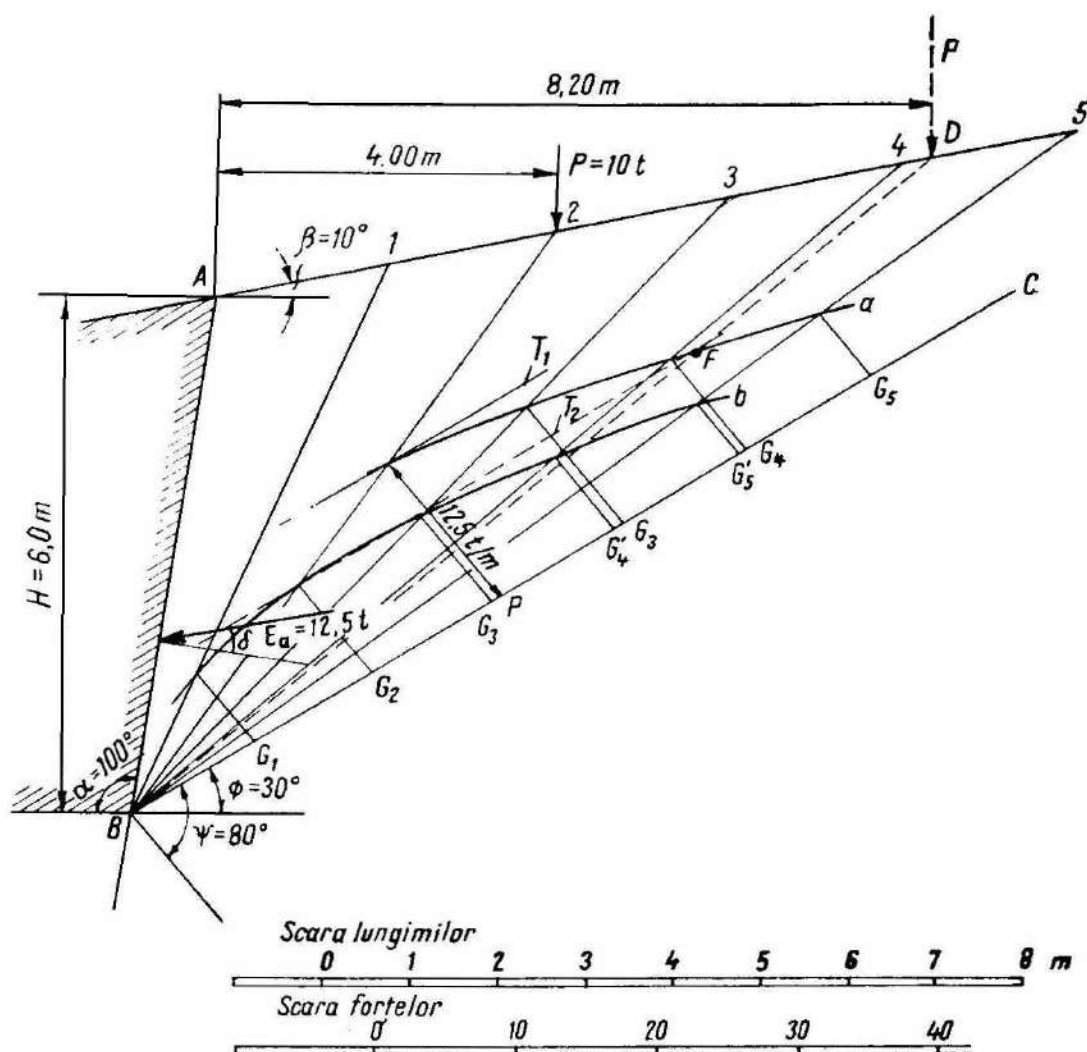


Fig. 8.8

$P = 10 \text{ t}$. Se obține astfel curba a pentru următoarele greutateți ale fâșiilor:

$$\begin{aligned} G_1 &= 10,26 \text{ t/m}; G_2 = 20,52 \text{ t/m}; G'_2 = G_2 + P = 20,52 + 10,0 = \\ &= 30,52 \text{ t/m}; G'_3 = G_3 + P = 40,78 \text{ t/m}; G'_4 = G_4 + P = 51,04 \text{ t/m}; \\ G'_5 &= G_5 + P = 61,30 \text{ t/m}. \end{aligned}$$

Se constată că împingerea maximă corespunde greutateții G'_2 , curba împingerilor prezentînd un salt în dreptul forței P . Grafic se obține $E_a = 12,5 \text{ t/m}$.

b) Se construiește curba b , fără a lua în considerare suprasarcina P . Se duce o tangentă T_2 paralelă cu dreapta BC , care dă valoarea împingerii maxime în cazul fără suprasarcină. Punctul F de intersecție al acestei tangente cu curba a se unește cu B , obținîndu-se poziția planului de alunecare BD . Din epură, prin măsurare la scara lungimilor se deduce distanța $l' = 8,2 \text{ m}$ de la care efectul lui P nu se mai resimte.

Exemplul 8.10. a) Să se stabilească valoarea împingerii active a pământului asupra unui zid de sprijin, prin metoda analitică după Sokolovski, pentru următoarele date:

$$\alpha = 90^\circ; \quad \beta = 0; \quad H = 5 \text{ m}; \quad \gamma = 2 \text{ t/m}^3; \quad \Phi = 30^\circ; \quad c = 0;$$

$$\delta = \frac{1}{3} \Phi = 10^\circ;$$

b) Să se studieze variația valorii împingerii pământului, când păstrîndu-se constante toate celelalte date, unghiul α capătă valorile 70° , 80° , 100° și 110° .

c) Să se arate cum variază împingerea pământului în cazul unor unghiuri de frecare internă variabile, păstrînd constante toate datele și adoptînd pentru Φ valorile 20° , 25° și 30° .

Se vor compara rezultatele obținute în ambele cazuri cu rezultatele obținute prin metoda analitică a lui Coulomb.

Rezolvare. a) Se folosesc relațiile [28]:

$$\sigma_{aH} = \sigma_z M(\Phi, \alpha, \delta) = \gamma \cdot H \cdot M(\Phi, \alpha, \delta);$$

$$\tau_{aH} = \sigma_{aH} \operatorname{tg} \delta$$

în care: $M(\Phi, \alpha, \delta)$ se obține din tabela 8.6.

$$N = \frac{1}{2} \sigma_{aH} H; \quad T = \frac{1}{2} \tau_{aH} H; \quad E_a = \sqrt{N^2 + T^2} = \frac{1}{2} \gamma H^2 M(\alpha, \Phi, \delta) \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}.$$

În cazul numeric al exemplului: $M = 0,305$

$$\sigma_{aH} = 2,0 \times 5,0 \times 0,305 = 3,05 \text{ t/m}^2;$$

$$\tau_{aH} = 3,05 \times \operatorname{tg} 10^\circ = 3,05 \times 0,176 = 0,54 \text{ t/m}^2;$$

$$N = \frac{1}{2} 3,05 \times 5,0 = 7,62 \text{ t/m}; \quad T = \frac{1}{2} 0,54 \times 5,00 = 1,35 \text{ t/m}$$

$$E_a = \sqrt{7,62^2 + 1,35^2} = 7,74 \text{ t/m}.$$

Tabela 8.6

Valorile $M(\alpha, \Phi, \delta)$									
α	$\Phi \backslash \delta$	0	5°	10°	15°	20	25°	30°	35°
90°	15°	0,590	0,556	0,532	0,520	—	—	—	—
	20°	0,490	0,465	0,442	0,427	0,423	—	—	—
	25°	0,404	0,384	0,368	0,355	0,345	0,339	—	—
	30°	0,333	0,312	0,305	0,295	0,283	0,278	0,273	—
	35°	0,271	0,259	0,249	0,241	0,233	0,227	0,222	0,218
100°	15°	0,533	0,505	0,487	0,475	—	—	—	—
	20°	0,430	0,410	0,391	0,379	0,371	—	—	—
	25°	0,344	0,329	0,312	0,304	0,296	0,288	—	—
	30°	0,272	0,260	0,249	0,241	0,232	0,227	0,223	—
	35°	0,212	0,205	0,195	0,190	0,183	0,178	0,173	0,170
110°	15°	0,448	0,461	0,433	0,433	—	—	—	—
	20°	0,380	0,360	0,344	0,334	0,329	—	—	—
	25°	0,293	0,278	0,266	0,255	0,250	0,246	—	—
	30°	0,223	0,212	0,205	0,197	0,191	0,185	0,182	—
	35°	0,166	0,159	0,152	0,148	0,143	0,138	0,136	0,133
120°	15°	0,445	0,423	0,403	0,392	—	—	—	—
	20°	0,333	0,317	0,302	0,293	0,288	—	—	—
	25°	0,249	0,235	0,226	0,218	0,212	0,209	—	—
	30°	0,182	0,174	0,166	0,161	0,155	0,151	0,150	—
	35°	0,130	0,124	0,119	0,116	0,112	0,103	0,107	0,105

b) Determinarea lui M pentru unghiurile α de 110° și 100° se face cu ușurință folosind tabela 8.6. Întrucât tabela nu conține valori pentru unghiurile α mai mici de 90°, valorile coeficientului $M(\alpha, \Phi, \delta)$ se vor determina cu relația:

$$M(\alpha, \delta, \Phi) = \frac{1 - \sin \Phi \cos \eta}{1 + \sin \Phi} \exp [(\pi - 2\alpha + \eta) \operatorname{tg} \Phi],$$

în care:

$$\eta = \delta - \arcsin \left(\frac{\sin \delta}{\sin \Phi} \right) = 10^\circ - \arcsin \left(\frac{0,174}{0,500} \right) = 10^\circ - 20^\circ 20' = -10^\circ 20'.$$

Astfel, pentru $\alpha = 80^\circ$

$$\begin{aligned} M(\alpha, \delta, \Phi) &= \frac{1 - 0,5 \times 0,984}{1,5} \exp [180^\circ - 160^\circ - 10^\circ 20'] 0,577] = \\ &= 0,339 \exp [9^\circ 40' \times 0,577] = 0,339 \exp [0,169 \text{ rad} \times 0,577] = 0,339 \times 1,10 \\ M(\alpha, \delta, \Phi) &= 0,374. \end{aligned}$$

Pentru $\alpha = 70^\circ$

$$\begin{aligned} M(\alpha, \Phi, \delta) &= 0,339 \exp [(180^\circ - 140^\circ - 10^\circ 20') 0,577] = \\ &= 0,339 \exp [29^\circ 40' \times 0,577] = 0,339 \exp [0,518 \text{ rad} + 0,577] = \\ &= 0,339 \exp [0,300] = 0,339 \times 1,350 = 0,458. \end{aligned}$$

Pentru $\alpha = 110^\circ$ $M(\alpha, \Phi, \delta) = 0,205$, iar pentru $\alpha = 100^\circ$ $M(\alpha, \Phi, \delta) = 0,249$ (v. tabela 8.6).

Rezultanta presiunilor active fiind proporțională cu coeficientul $M(\alpha, \Phi, \delta)$, valorile numerice se pot determina prin proporționalitate cu valoarea determinată pentru $\alpha = 90^\circ$. Pentru a compara valorile găsite cu cele deduse prin teoria lui Coulomb, este necesar să se calculeze coeficienții K_a

— pentru $\alpha = 70^\circ$

$$\begin{aligned} K_a &= \frac{1}{\sin^2 70^\circ \sin 60^\circ} \left[\frac{\sin (70^\circ + 30^\circ)}{1 + \sqrt{\frac{\sin 40^\circ \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ \sin 70^\circ}}} \right]^2 = \\ &= \frac{1}{0,940^2 \times 0,866} \left[\frac{0,985}{1 + \sqrt{\frac{0,643 \times 0,500}{0,866 \times 0,940}}} \right]^2 \end{aligned}$$

$$K_a = 0,477; \quad E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a = \frac{1}{2} 2,0 \times 25 \times 0,477 = 11,9 \text{ t/m};$$

— pentru $\alpha = 80^\circ$

$$\begin{aligned} K_a &= \frac{1}{\sin^2 80^\circ \sin 70^\circ} \left[\frac{\sin (80^\circ + 30^\circ)}{1 + \sqrt{\frac{\sin 40^\circ \sin 30^\circ}{\sin 70^\circ \sin 80^\circ}}} \right]^2 = \\ &= \frac{1}{0,985^2 \times 0,940} \left[\frac{0,940}{1 + \sqrt{\frac{0,643 \times 0,500}{0,940 \times 0,985}}} \right]^2. \end{aligned}$$

$$K_a = 0,384; \quad E_a = \frac{1}{2} 2,0 \times 25 \times 0,384 = 9,6 \text{ t/m};$$

— pentru $\alpha = 90^\circ$,

$$K_a = 0,309; \quad E_a = \frac{1}{2} 2 \times 25 \times 0,309 = 7,72 \text{ t/m};$$

— pentru $\alpha = 100^\circ$,

$$\begin{aligned} K_a &= \frac{1}{\sin^2 100^\circ \sin 90^\circ} \left[\frac{\sin (100^\circ + 30^\circ)}{1 + \sqrt{\frac{\sin 40^\circ \sin 30^\circ}{\sin 90^\circ \sin 100^\circ}}} \right]^2 = \\ &= \frac{1}{0,985^2 \times 1} \left[\frac{0,766}{1 + \sqrt{\frac{0,643 \times 0,500}{1 \times 0,985}}} \right]^2 \end{aligned}$$

$$K_a = 0,245; \quad E_a = \frac{1}{2} 2 \times 25 \times 0,245 = 6,1 \text{ t/m};$$

— pentru $\alpha = 110^\circ$

$$\begin{aligned} K_a &= \frac{1}{\sin^2 110^\circ \sin 100^\circ} \left[\frac{\sin (110^\circ + 30^\circ)}{1 + \sqrt{\frac{\sin 40^\circ \sin 30^\circ}{\sin 100^\circ \sin 110^\circ}}} \right]^2 = \\ &= \frac{1}{0,940^2 \times 0,985} \left[\frac{0,643}{1 + \sqrt{\frac{0,643 \times 0,500}{0,985 \times 0,940}}} \right]^2 \end{aligned}$$

$$K_a = 0,188; \quad E_a = \frac{1}{2} 2 \times 25 \times 0,188 = 4,7 \text{ t/m}.$$

Din examinarea valorilor din tabelă 8.7 se constată că valorile obținute prin aplicarea metodei Sokolovski sînt ceva mai mari în cazul paramentelor

Tabelă 8.7

α	$\alpha = 110^\circ$	$\alpha = 100^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$\alpha = 80^\circ$	$\alpha = 70^\circ$
Metoda de calcul					
După Sokolovski, t/m	5,1	6,2	7,74	9,35	11,4
După Coulomb, t/m	4,7	6,1	7,72	9,6	11,9

încălinate spre masivul de pământ, practic egale cu valorile obținute prin metoda lui Coulomb la paramente verticale și ceva mai mici în cazul paramentelor cu înclinare inversă. Abaterea cea mai mare nu depășește însă 10%.

c) Păstrînd constante toate datele problemei, cu excepția unghiului Φ și dînd acestui unghi valorile de 20° , 25° și 30° , se obțin prin aplicarea metodei Sokolovski următoarele rezultate:

— pentru $\Phi = 20^\circ$:

$$\delta = \frac{20^\circ}{3} = 6^\circ 40'; \quad \eta = 6^\circ 40' - \arcsin \left(\frac{0,116}{0,342} \right) =$$

$$\eta = 6^\circ 40' - 19^\circ 50' = -13^\circ 10'$$

$$M(\alpha, \Phi, \delta) = \frac{1 - 0,342 \times 0,974}{1,342} \exp [180^\circ - 180^\circ - 13^\circ 10' 0,364] =$$

$$= \frac{0,667}{1,342} \exp (-0,230 \times 0,364) = \frac{0,667}{1,342} \exp (0,084) =$$

$$= \frac{0,667 \times 0,919}{1,342} = 0,457.$$

$$\sigma_{aH} = 2,0 \times 5,0 \times 0,457 = 4,57 \text{ t/m}^2; \quad \tau_{aH} = 4,57 \operatorname{tg} 6^\circ 40' =$$

$$= 4,57 \times 0,117 = 0,53 \text{ t/m}^2.$$

$$N = \frac{1}{2} 4,57 \times 5,00 = 11,43 \text{ t/m} \quad T = \frac{1}{2} \times 0,53 \times 5,00 = 1,33 \text{ t/m}$$

$$E_a = \sqrt{11,43^2 + 1,33^2} = 11,51 \text{ t/m};$$

— pentru $\Phi = 25^\circ$:

$$\delta = \frac{25^\circ}{3} = 8^\circ 20'; \quad \eta = 8^\circ 20' - \arcsin \left(\frac{0,145}{0,428} \right) =$$

$$\eta = 8^\circ 20' - 19^\circ 50' = -11^\circ 30' = -0,201 \text{ rad}$$

$$M(\alpha, \Phi, \delta) = \frac{1 - 0,428 \times 0,980}{1,428} \exp (-0,201 \times 0,466) =$$

$$= \frac{0,581}{1,428} 0,910 = 0,370$$

$$\sigma_{aH} = 2 \times 5 \times 0,370 = 3,7 \text{ t/m}^2$$

$$\tau_{aH} = 3,70 \operatorname{tg} 8^\circ 20' = 3,70 \times 0,146 = 0,54 \text{ t/m}^2$$

$$N = \frac{1}{2} 3,70 \times 5,00 = 9,25 \text{ t/m}; \quad T = \frac{1}{2} \times 0,54 \times 5,0 = 1,35 \text{ t/m}$$

$$E_a = \sqrt{9,25^2 + 1,35^2} = 9,35 \text{ t/m};$$

— pentru $\Phi = 30^\circ$ (calculat înainte) $E_a = 7,74 \text{ t/m}$.

Comparația cu valorile calculate cu ajutorul teoriei lui Coulomb rezultă din tabela 8.8.

Tabela 8.8

Metoda de calcul		$\Phi = 20^\circ$	$\Phi = 25^\circ$	$\Phi = 30^\circ$
		$\delta = \frac{1}{3} \Phi$	$\delta = \frac{1}{3} \Phi$	$\delta = \frac{1}{3} \Phi$
După Sokolovski	$E_a, \text{ t/m}$	11,51	9,35	7,74
După Coulomb (folosind tabela 8.1)	$E_a, \text{ t/m}$	11,50	9,40	7,72

Se repetă încă o dată constatarea că pentru paramente verticale există o coincidență între valorile calculate după cele două metode, diferențele fiind sub 0,6%; se constată de asemenea influența apreciabilă a creșterii unghiului de frecare internă Φ asupra scăderii valorii împingerii E_a .

Exemplul 8.11. Să se determine împingerea activă a unui masiv de pământ necoeziv avînd o încărcare $p = 1 \text{ t/m}^2$ pe suprafața liberă înclinată cu 10° față de orizontală, asupra unui zid înalt de 2,80 m al cărui perete interior (fig. 8.9) s-a înclinat cu 15° spre masivul de pământ ($\alpha = 105^\circ$). Pământul are caracteristicile $\gamma = 1,72 \text{ t/m}^3$, $\Phi = 30^\circ$ iar unghiul de frecare dintre perete și masivul de pământ se apreciază la $2/3 \Phi$.

Rezolvare. Suprafețele de alunecare ale zonelor active și pasive se determină cu ajutorul cercului lui Mohr. Se construiește în prealabil un cerc, de rază oarecare, tangent la dreptele intrinseci care fac un unghi de 30° cu axa σ (fig. 8.9, b). Suprasarcina fiind forță activă care face un unghi de 10° cu normala la suprafața masivului, se duce o dreaptă făcînd acest unghi cu axa σ ce intersectează cercul în două puncte. Întrucît suprasarcina este forță activă, ea este reprezentată prin segmentul maxim $OE_1 \parallel AE$. Intersecția OE_1 cu cercul Mohr determină polul P_1 , care unit cu punctele T_1 și T_2 determină direcțiile suprafețelor de alunecare ale zonei active P_1T_1 și P_1T_2 . Se duce din A dreapta $AD \parallel P_1T_2$. Împingerea E_a , înclinată cu unghiul $\delta = 20^\circ$ față de normala la

plan, este reprezentată prin segmentul OB_1 înclinat față de axa σ cu 20° , deoarece ea este forța pasivă a fenomenului de stare limită; din punctul B_1 de pe cercul lui Mohr se duce o paralelă la suprafața înclinată a zidului pentru a obține polul P_2 . Se unește polul P_2 cu punctele T_1 și T_2 și se obțin direcțiile suprafețelor de alunecare ale zonei pasive ABC și anume $BC \parallel P_2T_1$ și $AC \parallel P_2T_2$. Zona intermediară, cuprinsă între planele AC și AD care fac un

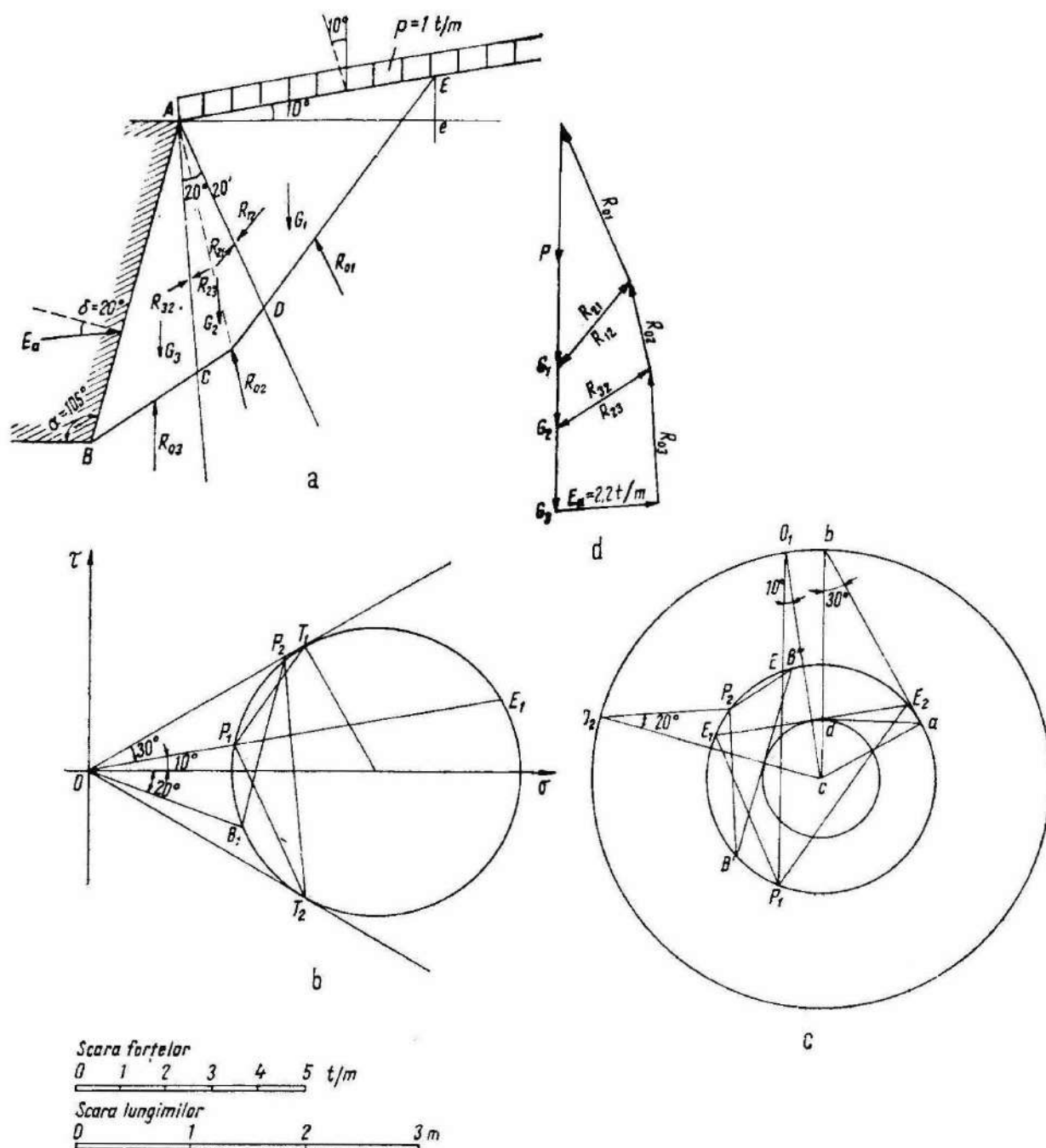


Fig. 8.9

unghi $\theta = 20^\circ 20'$ este delimitată de o spirală logaritmică. Cunoșcând segmentul AC , prin măsurarea la scara lungimilor ($AC = 2,20$ m), se deduce segmentul AD cu ajutorul ecuației $AD = AC e^{-\theta \operatorname{tg} \Phi} = 2,20 e^{-0,355 \times 0,577} = 1,79$ m. Din punctul D astfel determinat, se duce o paralelă la P_1T_1 , construindu-se astfel și prismul zonei active ADE .

Pentru construirea poligonului de forțe este necesar să se stabilească aria zonei intermediare ACD , cu ajutorul relației

$$A_{ACD} = \frac{1}{4 \operatorname{tg} \Phi} (AC^2 - AD^2) = \frac{1}{4 \times 0,577} (2,2^2 - 1,79^2) = \frac{1,64}{2,308} = 0,711 \text{ m}^2.$$

Celelalte arii fiind:

$$A_{ADE} = 1,91 \text{ m}^2; A_{ABC} = 1,07 \text{ m}^2$$

greutățile masivelor de pământ vor fi:

$$G_1 = G_{ADE} = 3,3 \text{ t/m}; G_2 = G_{ACD} = 1,2 \text{ t/m}; G_3 = G_{ABC} = 1,8 \text{ t/m};$$

iar

$$P = p \times AE = 1 \times 2,20 = 2,20 \text{ t/m}.$$

Zona ADE trebuie să fie în echilibru sub acțiunea suprasarcinii, a greutatei proprii și a reacțiunilor R_{01} și R_{12} pe suprafețele de alunecare; știind că cele două plane de alunecare sînt conjugate, rezultă direcția lui $R_{01} \parallel AD$ și a lui $R_{12} \parallel DE$. Construindu-se poligonul de forțe aferent prismului ADE , se obține valoarea reacțiunii R_{21} . Reacțiunea R_{02} a suprafeței curbe CD , datorită proprietăților geometrice ale spiralei logaritmice, trece prin centrul A al spiralei și intersecția dreptelor BC cu DE . Se construiește în continuare conturul din poligonul de forțe corespunzător prismului intermediar ACD . În final, ducîndu-se din extremitatea lui G_3 o paralelă la direcția împingerii E_a , se obține: $E_a = 2,2 \text{ t/m}$.

Direcțiile suprafețelor de alunecare se pot determina și cu ajutorul cercurilor caracteristice. Se construiește un triunghi dreptunghic abc (fig. 8.9, c), avînd unghiul din b de 30° și înălțimea ad . Din c ca centru se construiesc cele trei cercuri unul cu raza cd (cercul ariilor), un al doilea cerc cu raza ca (cercul vîrfurilor) și un al treilea cu raza cb (cercul polilor). Determinarea direcțiilor suprafețelor AD și DE se face după cum urmează: se duce o dreaptă tangentă la cercul ariilor, paralelă cu suprafața liberă a masivului E_1E_2 . Perpendiculara din C pe această dreaptă taie cercul polilor în punctul O_1 ; se duce dreapta făcînd un unghi de 10° cu O_1C . Suprasarcina fiind forță activă, polul este în P_1 care unit cu E_1 și E_2 dă direcțiile suprafețelor de alunecare $DE \parallel P_1E_2$ și $AD \parallel P_1E_1$.

Se procedează în mod analog pentru a găsi direcțiile suprafețelor AC și BC , ducînd de astă dată tangenta $B'B''$ paralelă cu paramentul zidului; per-

pendiculara din C la această tangentă taie cercul polilor în O_2 . O dreaptă făcînd cu această perpendiculară unghiul $\delta = 20^\circ$, intersectează cercul vîrfurilor în P_2 . Unind polul P_2 cu B' respectiv B'' se găsesc direcțiile $BC \parallel P_2B''$ și $AC \parallel P_2B'$. Restul problemei se tratează ca înainte.

Exemplul 8.12. Să se determine valoarea rezistenței pasive a unui pămînt necoeziv, pentru un zid de 2,80 m înălțime, înclinat cu un unghi $\alpha = 105^\circ$ (fig. 8.10). Suprafața masivului are o înclinare de 10° față de orizontală și este încărcată uniform cu sarcina de $p = 1 \text{ t/m}^2$. Pămîntul are caracteristicile

$$\gamma = 1,72 \text{ t/m}^3, \Phi = 30^\circ \text{ iar } \delta = 5^\circ.$$

Rezolvare. Pentru determinarea zonei active ABM și a zonei pasive ADH se poate folosi fie cercul lui Mohr, fie sistemul celor trei cercuri caracteristice. În primul caz se construiește cu o rază arbitrară cercul tangent la dreptele intrinseci OT_1 și OT_2 . Se duce o dreaptă făcînd un unghi pozitiv de 10° cu axa σ , corespunzător înclinării suprasarcinii în raport cu normala la planul AH . Suprasarcina fiind forță pasivă este reprezentată prin segmentul $O-(AH)$; din punctul (AH) se duce o paralelă la suprafața liberă H și se obține polul P_1 . Dreptele P_1T_1 și P_1T_2 reprezintă direcțiile suprafețelor de alunecare care limitează zona pasivă, se duce din A dreapta $AF \parallel P_1T_1$. Pentru determinarea suprafețelor de alunecare care delimitează zona activă, se duce dreapta înclinată cu unghiul $\delta = 5^\circ$ față de normala la paramentul zidului, pînă la punctul AM , întrucît este vorba de o forță activă; din acest punct, o paralelă la direcția paramentului intersectează cercul în polul P_2 . P_2T_1 și P_2T_2 reprezintă direcțiile suprafețelor de alunecare ale zonei active; din A și M se duc $AB \parallel P_2T_1$ și $MB \parallel P_2T_2$, obținîndu-se astfel zona activă AMB . Racordarea suprafeței MB cu suprafața $DH \parallel P_1T_2$ făcîndu-se cu o spirală logaritmică, se măsoară unghiul făcut de planele AB și AF , care este $\theta = 36^\circ 30' = 0,637 \text{ rad}$. Segmentul AD rezultă din ecuația spiralei logaritmice $AD = AB \cdot e^{\theta \tan \Phi} = 3,10 \times e^{0,637 \times 0,577} = 4,48 \text{ m}$. La scara lungimilor se construiește segmentul AD , se duce $DH \parallel P_1T_2$ și astfel cele trei zone sînt geometric precizate. Suprafețele și greutatea proprii ale prismelor de alunecare au valorile:

$$A_{ADH} = 6,51 \text{ m}^2; G_1 = G_{ADH} = 11,20 \text{ t/m}$$

$$A_{ABD} = 4,53 \text{ m}^2; G_2 = G_{ABD} = 7,80 \text{ t/m}$$

$$A_{AMB} = 3,64 \text{ m}^2; G_3 = G_{AMB} = 6,26 \text{ t/m}.$$

$$\text{Suprasarcina } P = p \times AH = 1,0 \times 6,70 \text{ m} = 6,70 \text{ t/m}.$$

Poligonul forțelor se construiește ca în problema precedentă și se obține $E_p = 70,2 \text{ t/m}$.

Determinarea direcțiilor suprafețelor de alunecare se poate face și cu cercurile caracteristice. Cele trei cercuri se construiesc ca în aplicația din cap. 5. Se duce apoi tangenta $M'M''$ la primul cerc, paralelă cu suprafața paramentului, care taie cercul mijlociu în punctele $M'M''$. Prelungind raza cores-

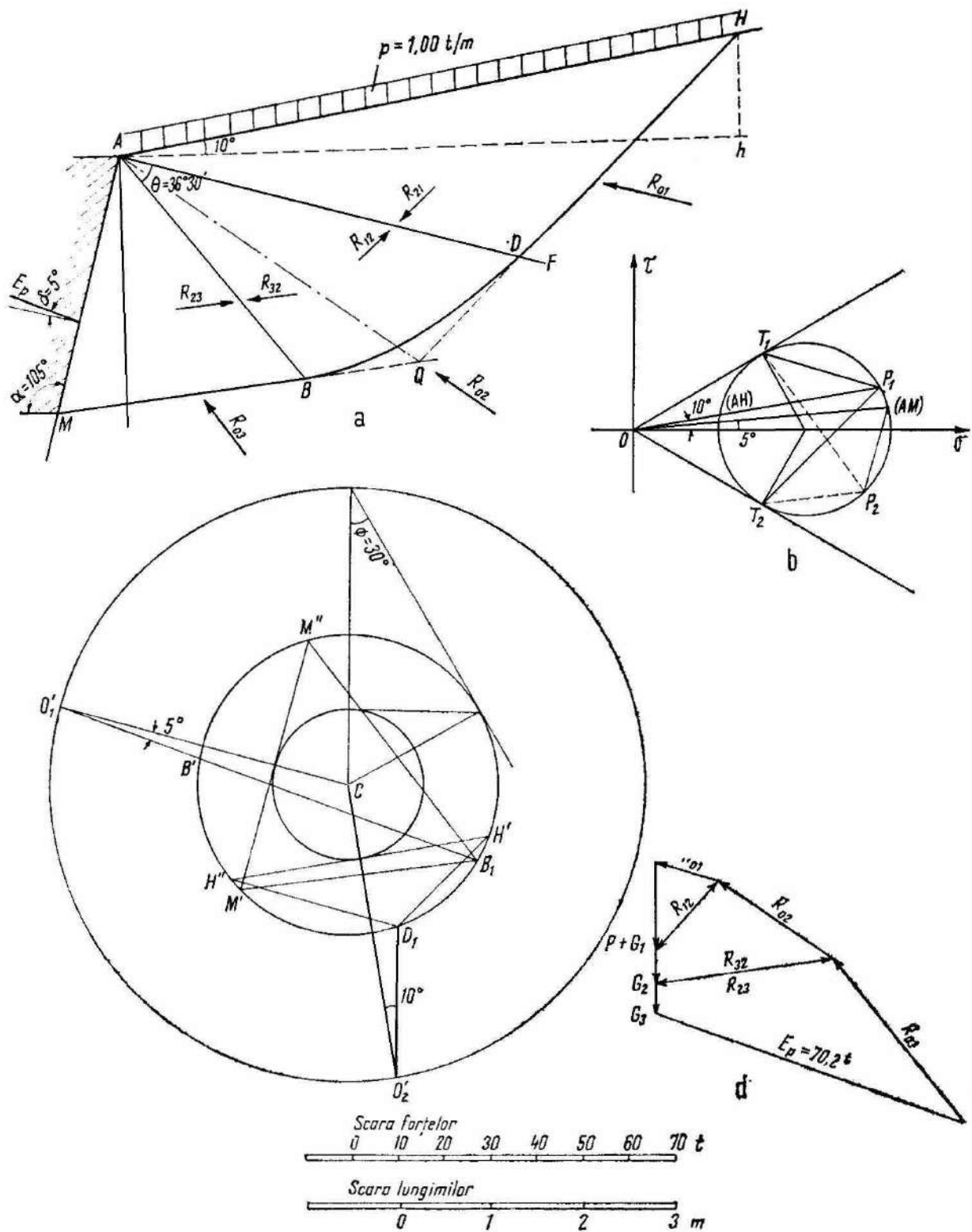


Fig. 8.10

punzătoare punctului de tangență se obține pe cercul mare punctul O'_1 . Dreapta făcînd un unghi de 5° cu această dreaptă taie cercul mijlociu în punctul B_1 , care va determina cele două direcții ale suprafețelor de alunecare pentru zona activă, $B_1M'' \parallel AB$ și $B_1M' \parallel MB$.

În mod analog se duce tangenta $H'H''$ paralelă cu suprafața masivului; perpendiculara dusă din centru la $H'H''$ taie cercul mare în punctul O'_2 . Dreapta făcînd unghiul de 10° cu CO'_2 taie cercul mijlociu în punctul D_1 ; dreptele D_1H' și D_1H'' reprezintă direcțiile suprafețelor de alunecare care limitează zona pasivă ADH și anume $D_1H' \parallel DH$ și $D_1H'' \parallel AD$. O dată stabilite direcțiile suprafețelor de alunecare, restul problemei se conduce ca înainte.

Exemplul 8.13. Să se stabilească valoarea rezistenței pasive a pămîntului, prin metoda grafică în următoarele condiții:

$$\alpha = 80^\circ; \beta = 0; H = 6 \text{ m}; \gamma = 2 \text{ t/m}^3; \Phi = 30^\circ; c = 0; \delta = 10^\circ.$$

Se va folosi în acest scop:

a) metoda grafică a lui Culmann, avînd drept suprafață de lunecare un plan;

b) metoda în care suprafața de lunecare este o spirală logaritmică;

c) metoda în care suprafața de lunecare este un arc de cerc (v. fig. 8.13).

Rezolvare. a) Se duce dreapta BN (fig. 8.11) care face cu orizontala unghiul Φ și apoi dreapta de direcție BM , făcînd unghiul $\psi = \alpha + \delta = 80^\circ +$

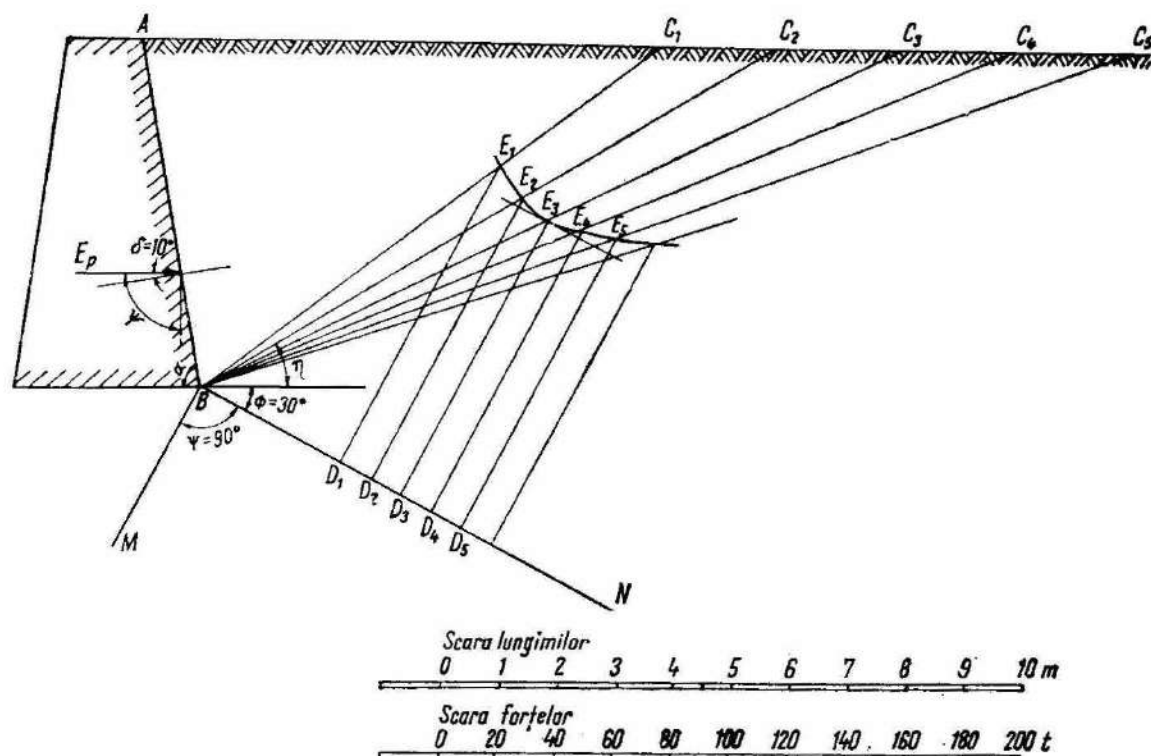


Fig. 8.11

+ $10^\circ = 90^\circ$ cu dreapta BN . Alegînd diferite înclinări ale planului de lunecare BC , se determină greutatea G ale masivelor de lunecare ABC ; $G = \frac{1}{2} \gamma \times AC \times H = \frac{1}{2} 2 \times 6 \times AC = 6 AC$ t/m. Poligonul de forțe în care G este cunoscut (pentru o anumită înclinare a planului de lunecare) și în care se cunosc direcțiile rezistenței pasive E_p și ale rezultantei reacțiunilor de pe suprafața BC se poate orienta așezînd forța G pe dreapta BN de la B spre D ; ducînd în D o dreaptă făcînd unghiul ψ cu BD se obține segmentul DE care reprezintă valoarea împingerii corespunzătoare planului de lunecare BC . Repetînd construcția grafică pentru înclinări diferite se obține valoarea $E_{p \min} = 107$ t/m.

b) Prin încercări succesive se caută acea suprafață de alunecare pentru care corespunde valoarea minimă a rezistenței pasive (fig. 8.12). Alegînd o rază convenabilă r_0 (în cazul de față 8,1 m) se construiește pe un carton, cu ajutorul ecuației $r = r_0 e^{\theta \operatorname{tg} \Phi}$, pentru $\Phi = 30^\circ$ respectiv $\operatorname{tg} \Phi = 0,577$ și pentru unghiuri θ (exprimate în radiani) variînd din 5° în 5° , o spirală logaritmică, care se decupează între două raze limită (în cazul de față este suficient să se ia un unghi total de 40° între razele vectoare limită). Se așază apoi cartorul decupat, astfel ca centrul să fie pe AD și un punct al spiralei să coincidă cu punctul B ; din punctul D care se obține prin intersecția spiralei logaritmice cu dreapta AD se duce dreapta DC care face unghiul $45^\circ - \frac{\Phi}{2}$ cu linia terenului.

Masivul $ABDE$ este acționat de următoarele forțe;

- rezistența pasivă E_p aplicată la treimea paramentului AB și făcînd unghiul δ cu normala la parament;
- împingerea pasivă a prismei ECD , acționînd orizontal la $1/3$ din înălțime și avînd valoarea:

$$P_d = \frac{1}{2} \gamma \overline{ED}^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) = \frac{1}{2} 2,0 \times 3 \times \overline{ED}^2 = 3 \overline{ED}^2;$$

— greutatea G a prisme $ABDE$, acționînd în centrul de greutate a prismului. Aria ABD necesară pentru stabilirea greutății C se obține din relația: aria $ABD = \text{aria } OBD - \text{aria } OAB$, iar aria

$$\begin{aligned} OBD &= \frac{1}{2} \int_0^\theta r^2 d\theta = \frac{1}{2} \int_0^\theta r_0^2 e^{2\theta \operatorname{tg} \Phi} d\theta = \frac{r_0^2}{4 \operatorname{tg} \Phi} [e^{2\theta \operatorname{tg} \Phi} - 1] = \\ &= \frac{8,1^2}{4 \times 0,577} [e^{2 \times 0,577 \times \theta} - 1] = 32,79 [e^{1,154 \times \theta} - 1]; \end{aligned}$$

În această relație θ este unghiul dintre razele OB și OD , exprimat în radiani;

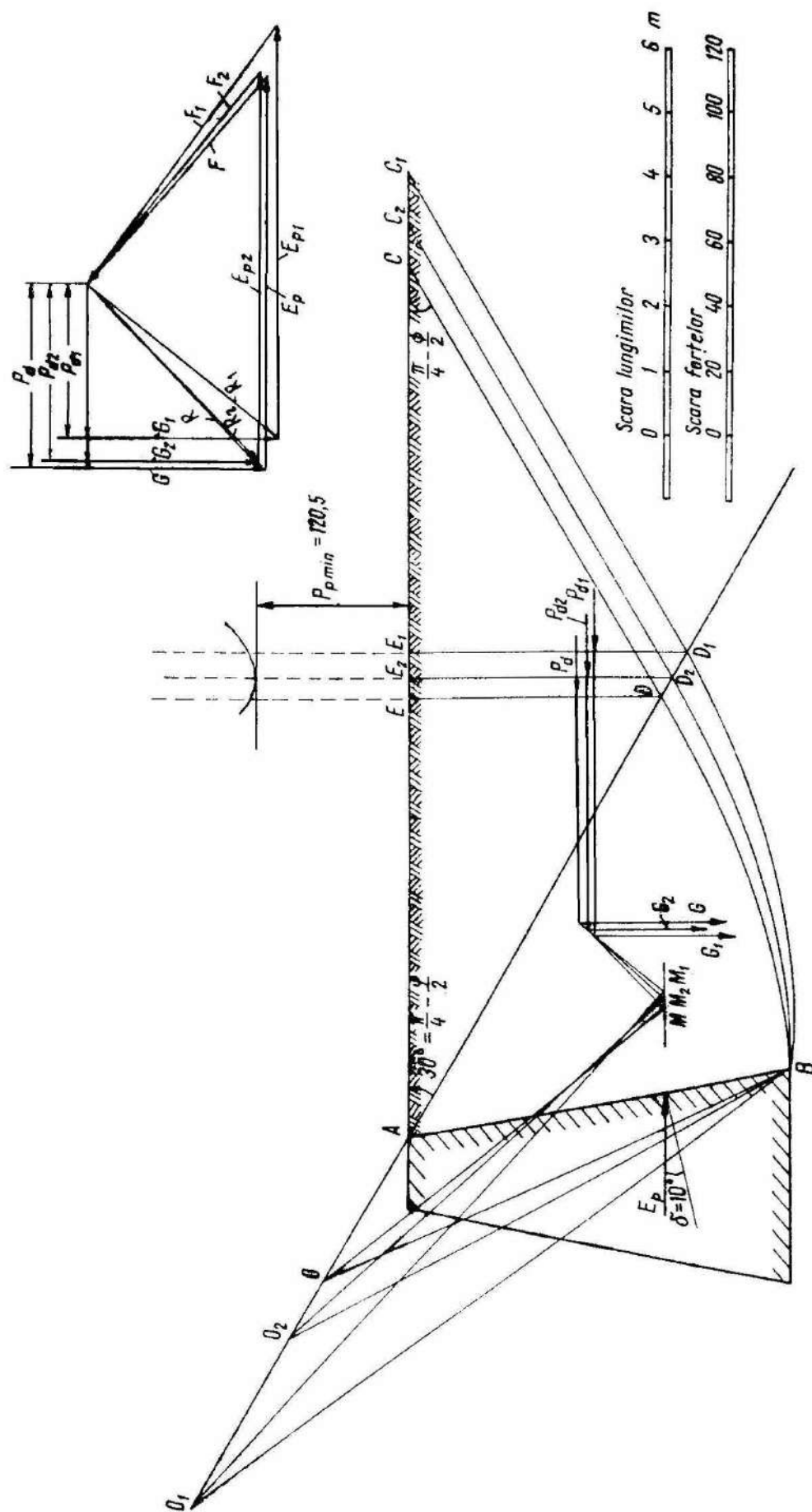


Fig. 8.12

— rezultanta F a reacțiunilor de pe porțiunea BD a suprafeței de alunecare; potrivit proprietăților spiralei logaritmice, reacțiunile în fiecare punct — făcînd unghiul Φ cu normala la curbă — trec prin centrul O al curbei. În consecință, rezultanta F trece și ea prin centrul spiralei.

Pentru a găsi valoarea rezistenței pasive E_p care împreună cu P_d , G și F formează un sistem de forțe în echilibru, se compun P_d și G într-o rezultantă R ; din punctul de intersecție al forțelor P_d și G se duce o paralelă la rezultanta R pînă la intersecția M cu direcția rezistenței pasive E_p . Direcția forței F rezultă cunoscînd că această forță trebuie să treacă prin O și prin M . Trecînd din nou la poligonul de forțe, se descompune rezultanta R după direcțiile cunoscute ale forțelor E_p și F , obținîndu-se astfel valoarea împingerii E_p , prin măsurarea la scara forțelor. Construcția se repetă pentru alte poziții ale spiralei BD_1 , BD_2 , BD_3 , obținîndu-se valorile E_{p1} , E_{p2} , E_{p3} . În tabela 8.9 sînt date pentru diversele suprafețe de alunecare valorile esențiale de calcul și rezistențele pasive E_p corespunzătoare.

T a b e l a 8.9

Suprafața de alunecare	0°	P_d t/m	G t/m	P_p t/m
BDC	35°	56,77	54,34	122,4
BD_2C_2	31°	50,43	57,28	120,9
BD_1C_1	25°	48,20	58,36	128,0

Rezistența pasivă căutată este minimă pentru poziția BD_2C_2 a suprafeței de alunecare și are valoarea 120,9 t, măsurată pe epură la scara forțelor.

c) Metoda este analogă celei precedente, cu deosebirea că suprafața curbă de alunecare are de astă dată forma unui cilindru cu secțiune circulară. Se alege un plan arbitrar de alunecare DC (fig. 8.13) făcînd cu suprafața masivului de pămînt unghiul $\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right) = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$, care se intersectează cu dreapta AD în D . Centrul O al cercului de racordare se găsește la intersecția normalei în D pe dreapta DC cu perpendiculara dusă pe coarda BD prin mijlocul acesteia; sistemul de forțe P_d (împingerea pasivă pe suprafața DE), greutatea G a masivului $ABDE$, reacțiunea F de pe suprafața curbilinie BD și rezistența pasivă E_p trebuie să fie în echilibru. Calculînd forța P_d (cu aceeași relație ca la subpunctul precedent), $P_d = \frac{1}{2} \gamma \overline{ED}^2 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Phi}{2} \right) = 3 \overline{ED}^2$ și greu-

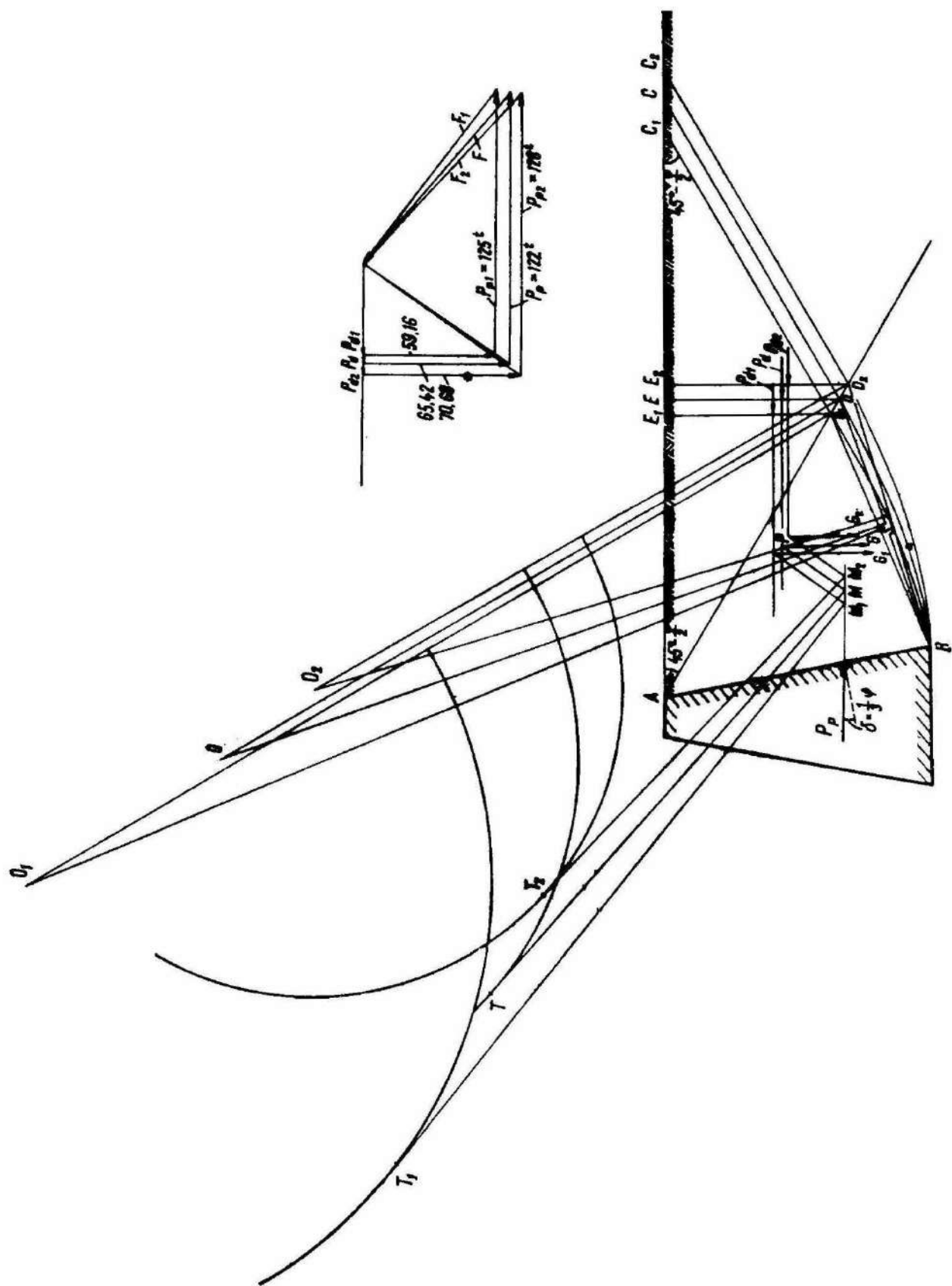


Fig. 8.13

tatea G , poligonul de forțe din fig. 8.13 se poate închide în cazul când se cunoaște direcția reacțiunii F de pe suprafața curbă BD . Se consideră cu suficientă aproximație că rezultanta F este totodată și tangentă la cercul de fricțiune. Se construiește deci cu centrul în O un cerc avînd raza $R \sin \Phi = OD \sin \Phi$; din punctul P de intersecție al direcției P_d cu direcția de acționare a greutateii G se duce o paralelă cu rezultanta R a acestor forțe, pînă la intersecția în M cu direcția E_p . Din M se duce tangenta MT care reprezintă cu suficientă aproximație direcția rezultantei F . Se revine la poligonul forțelor și din extremitatea vectorului G se duce o paralelă la E_p iar din origină o paralelă la direcția găsită astfel a forței F . Din poligonul de forțe astfel închis se obține valoarea rezistenței pasive E_p corespunzătoare suprafețelor de alunecare arbitrar alese; repetîndu-se construcția pentru suprafețele BD_1C_1 și BD_2C_2 se găsește că valoarea minimă a rezistenței pasive corespunde suprafeței de alunecare BDC și are valoarea 122 t/m. După cum se observă valoarea găsită este apropiată de cele determinate cu ajutorul metodei spiralei logaritmice. Din examinarea epurei se poate face observația că metoda este mai anevoioasă în problemele de rezistență pasivă, datorită unghiului mic sub care se determină poziția centrului cercului, ceea ce constituie uneori o sursă de erori grafice; acest inconvenient nu există la determinarea împingerilor active cu aceeași metodă. Ținînd seama și de faptul că determinarea greutateii masivului $ABDE$ este mai greoaie, rezultă că metoda care utilizează spirala logaritmică este mai avantajoasă.

Exemplul 8.14. Să se determine presiunea activă pe paramentul unui zid (fig. 8.14), folosind metoda grafică a lui Poncelet.

$$\gamma = 2 \text{ t/m}^3; \Phi = 30^\circ; \alpha = 80^\circ; \beta = 10^\circ; \delta = 10^\circ; p = 2 \text{ t/m}^2.$$

Rezolvare. Întrucît există o suprasarcină p , linia terenului se deplasează paralel la distanța $H_e = \frac{p}{\gamma} = 1 \text{ m}$ (măsurată pe verticală). Soluția grafică găsită de Poncelet se bazează pe o teoremă a lui Rebhann, că un prism de pămînt dă o presiune E_a maximă dacă triunghiul AB_1C_1 (fig. 8.14) este egal cu triunghiul AC_1D în care D este situat pe latura AF_1 înclinată față de orizontală cu unghiul Φ iar C_1D este paralelă cu B_1K (dreapta de orientare) care face cu linia AB (paramentul zidului) unghiul $\delta + \Phi$. Punctul F este intersecția cu linia terenului a dreptei înclinată față de orizontală cu Φ .

Punctul K este intersecția dreptei de orientare cu AF . După Poncelet teorema lui Rebhann indică următoarele relații geometrice $AD^2 = AK \cdot AF_1$. Se construiește media geometrică proporțională AM între AF_1 și AK . Se rabatează AM pe AF_1 ($AM = AD$). Ducînd prin D o paralelă cu linia de orientare

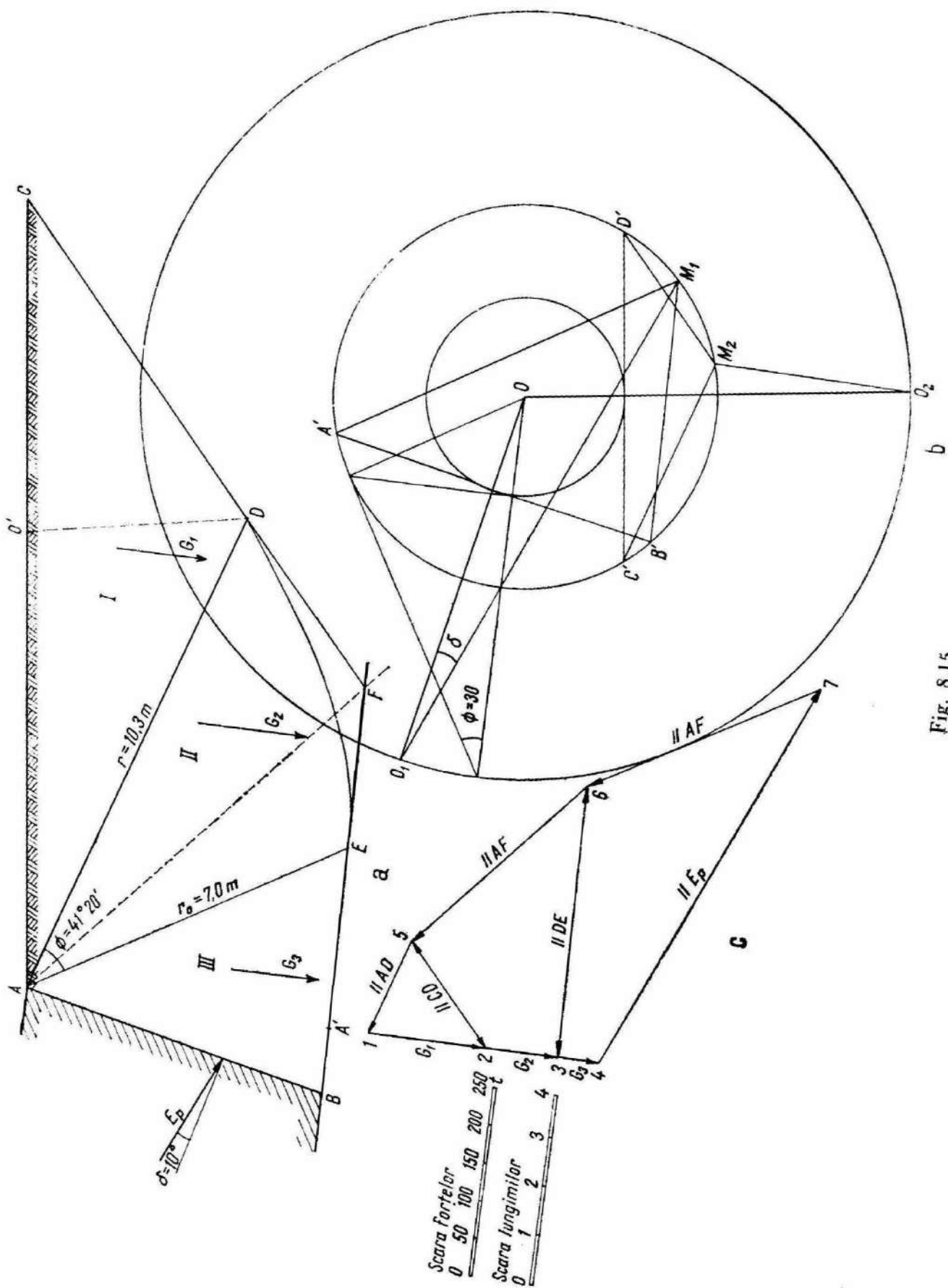


Fig. 8.15

paralelă la direcția rezistenței pasive E_p dată prin unghiul δ și se obține punctul de intersecție cu al doilea cerc M_1 . Dreptele M_1A' și M_1B' dau direcțiile planelor de alunecare în starea activă. Se duc prin A și B paralele AE la M_1A' , respectiv BE la M_1B' .

Analog se obțin planele de alunecare prin A și C . Se duce o tangentă la primul cerc paralelă cu AC și se obțin punctele $C'D'$ pe al doilea cerc. Se duce o perpendiculară la AC prin O și se obține O_2 pe al treilea cerc. Prin O_2 se duce o paralelă la efortul pe AC (în acest caz o dreaptă verticală), obținând punctul M_2 de pe al doilea cerc. M_2C' și M_2D' sînt direcțiile planelor de alunecare prin A și D în stare pasivă. Lungimea AD (dreapta dusă prin A paralelă la M_2C') rezultă din ecuația spiralei logaritmice $r = r_0 e^{\theta \tan \Phi}$; $r_0 = AE$ se măsoară din fig. 8. 15; θ rezultă de asemenea prin măsurare din figură ($\theta = 41^\circ 20' = 0,707 \text{ rad}$); $\tan \Phi = 0,577$ deci $r = 7 \times e^{0,707 \times 0,577} = 10,3 \text{ m}$. Obținînd punctul D se duce o paralelă prin D la M_2D' și se obține punctul C . Se calculează forțele care acționează în fiecare zonă.

$$G_1 = AC \times DD'/2 \times \gamma = \frac{20,6 \times 4,35}{2} 2 = 154 \text{ t/m};$$

$$G_2 = \frac{r^2}{4 \tan \Phi} (e^{2\theta \tan \Phi} - 1) \gamma = \frac{10,3^2}{4 \times 0,578} 2(e^{1,41 \times 0,578} - 1) = 95 \text{ t/m};$$

$$G_3 = \frac{BE \cdot AA'}{2} \gamma = \frac{6,15 \times 5}{2} 2 = 30,6 \text{ t/m}.$$

Se construiește poligonul de forțe din forțele G_1 , G_2 , G_3 știind că planele DC și AD , respectiv EA și EB sînt plane conjugate iar rezultanta reacțiunilor de-a lungul spiralei ED trece prin A .

Zona I (starea pasivă) este în echilibru sub acțiunea forțelor G_1 și a celor de pe planele conjugate AD și DC (în poligonul de forțe din fig. 8.15, c , cele trei forțe sînt notate $\overline{12}$, $\overline{15}$ și $\overline{25}$); în zona II își fac echilibru forțele G_2 , $\overline{25}$, $\overline{56}$ și $\overline{36}$. În zona III (starea activă) își fac echilibru forțele G_3 , $\overline{36}$, $\overline{67}$ și E_p . Valoarea lui E_p măsurată la scara forțelor este 565 t/m.

9

CAPACITATEA PORTANTĂ A TERENULUI DE FUNDATIE

Prin *capacitate portantă* a terenului de fundație se definește acea încărcare care aplicată pe suprafața de contact a unei fundații, avînd o formă geometrică și dimensiuni date, determină trecerea masivului de pămînt de sub fundație

în stare de echilibru limită, adică produce ruperea pământului. Pentru calculul acestei încărcări limită, denumită și încărcare critică, există mai multe metode, fiecare din ele admitând anumite simplificări față de soluția exactă.

1) În metoda limitării formării zonelor plastice adâncimea la care se formează zone plastice sub o încărcare uniform repartizată pe o suprafață de lățime b , situată la o adâncime h_f este dată în funcție de unghiul ψ_0 (fig.9.1.) de expresia:

$$z = \frac{p - \gamma h_f}{\pi \gamma} \left(\frac{\sin \psi_0}{\sin \Phi} - \psi_0 \right) - \frac{c \operatorname{ctg} \Phi}{\gamma} - h_f. \quad (9.1)$$

Cu această ecuație se poate determina extinderea zonelor care se găsesc în starea de echilibru limită.

Adâncimea z pînă la care se produce starea limită sub o încărcare p , devine maximă pentru $\psi_0 = (\pi/2 - \Phi)$ și este egală cu:

$$z_{\max} = \frac{p - \gamma h_f}{\pi \gamma} \left(\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi \right) - \left(\frac{c \operatorname{ctg} \Phi}{\gamma} + h_f \right); \quad (9.1,a)$$

limitînd extinderea lui $z_{\max}$ la 0 , $b \operatorname{tg} \Phi$, $b/3$ sau $b/4$, se obțin diferite expresii pentru presiunea critică p_{cr} care se pot scrie sub forma [4]

$$p_{cr} = (Ab + Bh_f) + Dc \quad (9.2.)$$

în care A , B , D sînt funcții de Φ .

În tabela 9.1 se dau valorile lui A , B , D în ipoteza $z_{\max} = b/4$.

Cu toate că aceste expresii pentru p_{cr} sînt date și în noile norme sovietice SNiP II. B. 1-62, se poate obiecta asupra rigurozității deducerii acestor expresii, dată fiind folosirea combinată a unor ecuații deduse din teoria elasticității și din teoria plasticității.

2) Metoda a doua determină încărcarea critică pe baza unor calcule de echilibru al unui masiv de pământ limitat de suprafețe de alunecare cilindrice [26].

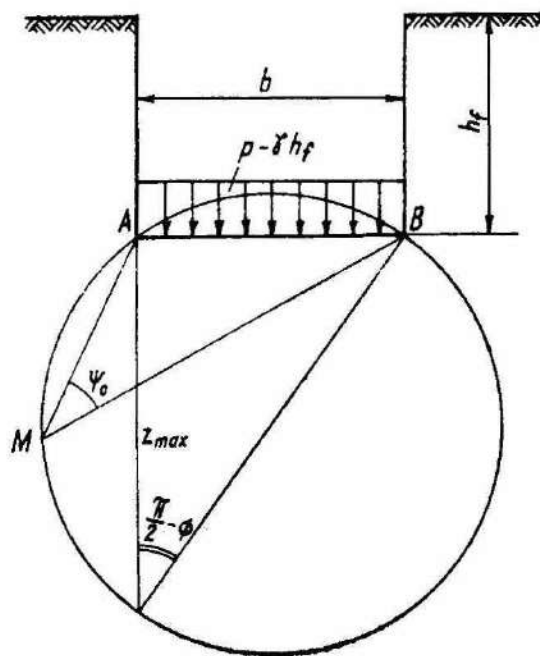


Fig. 9.1

Tabela 9.1

Valorile A , B , D

Φ	Coeficienții			Φ	Coeficienții		
	A	B	D		A	B	D
0	0,00	1,00	3,14	22	0,61	3,44	6,04
2	0,03	1,12	3,32	24	0,72	3,87	6,45
4	0,06	1,25	3,52	26	0,84	4,37	6,90
6	0,10	1,39	3,71	28	0,98	4,93	7,40
8	0,14	1,55	3,93	30	1,15	5,59	7,95
10	0,18	1,73	4,17				
				32	1,34	6,35	8,55
12	0,23	1,94	4,42	34	1,55	7,21	9,21
14	0,29	2,17	4,69	36	1,81	8,25	9,98
16	0,36	2,43	5,00	38	2,11	9,44	10,80
18	0,43	2,72	5,31	40	2,46	10,84	11,73
20	0,51	3,06	5,66				
				42	2,87	12,50	12,77
				44	3,37	14,48	13,96
				45	3,66	15,64	14,64

Formula generală pentru încărcarea critică în această ipoteză de calcul rezultă (formula este dată și în proiectul „Normativului condiționat de calcul la stările limită al terenului de fundație”, publicat în Buletinul C.S.C.A.S. nr. 14/1965):

$$p_{cr} = q \cdot N_q \cdot v_1 + c \cdot N_c \cdot v_2 + \gamma b \cdot N_\gamma v_3 \quad (9.3.)$$

unde: $q = \gamma_m h_f$ (γ_m este greutatea volumetrică medie a straturilor de grosime h_f situate deasupra tălpii de fundație);

γ — greutatea medie a straturilor situate sub talpa fundației, care se găsesc în zona de rupere;

b — latura mică a suprafeței de contact a fundației (pentru cercul de rază r , $b = 2r$);

v_1 , v_2 , v_3 sînt coeficienți de formă, egali cu:

$$v_1 = v_2 = v_3 = 1 \text{ pentru fundații continue; } v_1 = v_2 = \left(1 + 0,3 \frac{b}{a}\right)$$

$v_3 = \left(1 - 0,3 \frac{b}{a}\right)$ pentru un dreptunghi cu raportul laturilor $\frac{b}{a}$ și pentru cerc ($a = b$).

N_c , N_q , N_γ sînt coeficienți în funcție de unghiul de frecare Φ dați în tabela 9.2.

Drept caracteristici de rezistență la tăiere a pămîntului se iau valorile de calcul conform indicațiilor din cap. 4.

Tabela 9.2

Valorile N_γ , N_c , N_q

Φ	N_γ	N_c	N_q	Φ	N_γ	N_c	N_q
0°	0,0	5,1	1,0	30°	9,0	30,1	18,4
5°	0,1	6,5	1,6	$32^\circ 30'$	13,6	37,0	24,6
10°	0,2	8,3	2,5	35°	20,4	46,1	33,3
15°	0,7	11,0	3,9	37°	31,0	58,4	45,8
20°	1,8	14,8	6,4	40°	47,7	75,3	64,2
$22^\circ 30'$	2,7	17,5	8,2	$42^\circ 30'$	75,0	99,3	91,9
25°	4,1	20,7	10,7	45°	120,5	133,9	134,9
$27^\circ 30'$	6,1	24,9	13,9				

3) Noile norme germane TGL-11464 din 1963 [25] determină încărcarea critică după aceleași criterii, dar ajung la formule oarecum modificate, și anume:

a) pentru pământuri pur coezive $\Phi = 0$, $c \neq 0$, α fiind înclinarea tălpii față de orizontală (fig. 9.2), presiunea critică normală pe talpă este:

$$P_{cr} = \frac{1}{\cos \alpha} (\nu_1 c N'_c + \gamma_m h_f) \quad (9.4)$$

în care: ν_1 este factor de formă egal cu $\left(1 + 0,2 \frac{b}{a}\right)$ pentru dreptunghiul cu laturi b și a (pentru fundații continue $a = \infty$), și 1,2 pentru cerc;

N'_c rezultă din diagrama fig. 9.3 în funcție de h_f/b ;

Φ și c sînt determinați printr-o încercare de forfecare rapidă.

b) pentru cazul $c \neq 0$; $\Phi \neq 0$

$$P_{cr} = \zeta \psi \frac{1}{\cos \alpha} (\nu_1 c N''_c + \nu_2 \gamma_m \cdot h_f N''_q + \nu_3 \gamma \cdot b N''_\gamma) \quad (9.5)$$

în care: $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = 1$ pentru fundație continuă;

$\nu_1 = \nu_2 = \left(1 + 0,3 \frac{b}{a}\right)$ pentru dreptunghi și cerc ($a = b = 2r$);

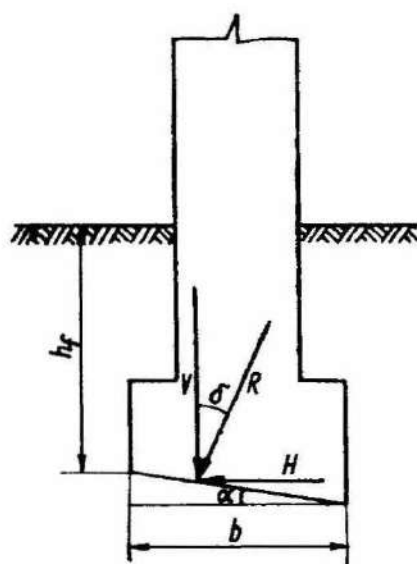


Fig. 9.2

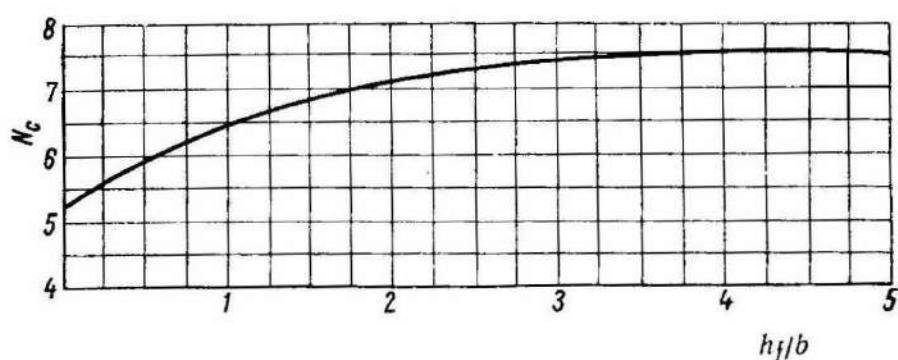


Fig. 9.3

ζ este factorul de adîncime în funcție de $\frac{h_f}{b}$ conform tablei 9.3.

Tabela 9.3

Valorile ζ

h_f/b	Pămînturi coezive		Pămînturi necoezive			
	plastice	tare	aîfnate	cu îndesare medie	îndesate	
0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	
0,5		1,1		1,1	1,1	
1,0						
1,5	0,9	1,0	0,9	1,0	1,0	
2,0	0,8	0,95	0,8	0,95		
2,5	—	0,90	—	0,90	0,95	
3,0		0,80		0,80	0,90	
3,5		—		—	—	0,85
4,0						0,80

ψ — factorul de reducere pentru tălpi înclinate cu α față de orizontală a cărei valoare este dată în tabela 9.4.

N_c'' , N_q'' , N_γ'' sînt date în diagramele din fig. 9.4; 9.5; 9.6 în funcție de Φ și δ (unghiul de înclinare față de verticală a rezultantei solicitărilor $\delta = \arctg \frac{H}{V}$;

Φ și c — determinați printr-o încercare de forfecare lentă.

Tabela 9.4

Factorul de reducere ψ

$\alpha \backslash \Phi$	10°	15°	20°	25°	30°	35°
0°	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
5°	0,97	0,95	0,93	0,90	0,85	0,80
10°	0,93	0,90	0,85	0,80	0,75	0,70
15°	0,90	0,85	0,80	0,75	0,65	0,60
20°	0,87	0,80	0,75	0,70	0,60	0,55
25°	0,85	0,75	0,70	0,65	0,55	0,50

Tabela 9.5

Valorile α , β , Q_T

$\alpha \backslash \Phi$		5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
0°	α	1,57	2,47	3,94	6,40	10,70	18,40	33,30
	β	6,49	8,34	11,00	14,90	20,70	30,20	46,20
	Q_T	0,17	0,56	1,40	3,60	6,92	15,32	35,19
5°	α	1,24	2,16	3,44	5,56	9,17	15,60	27,90
	β	2,72	6,56	9,12	12,50	17,50	25,40	38,40
	Q_T	0,09	0,38	0,99	2,31	5,02	11,10	24,38
10°	α		1,50	2,84	4,65	7,65	12,90	22,80
	β		2,84	6,88	10,00	14,30	20,60	31,10
	Q_T		0,17	0,62	1,51	3,42	7,64	17,40
15°	α			1,79	3,64	6,13	10,40	18,10
	β			2,94	7,27	11,20	16,20	24,50
	Q_T			0,25	0,89	2,15	4,93	11,34
20°	α				2,09	4,58	7,97	13,90
	β				3,00	7,68	12,10	18,50
	Q_T				0,32	1,19	2,92	6,91
25°	α					2,41	5,67	10,20
	β					3,03	8,09	13,20
	Q_T					0,38	1,50	3,84

Dacă factorul ζ devine egal cu 0,8, se consideră că adâncimea limită h_{lim} este atinsă. În acest caz expresia (9.5) se scrie:

$$p_{cr} = \frac{0,8\psi}{\cos \alpha} (\nu_1 c N_c'' + \nu_2 h_{lim} \gamma_m N_q'' + \nu_3 b N_\gamma'') + \gamma_m (h_f - h_{lim}) \quad (9.5, a)$$

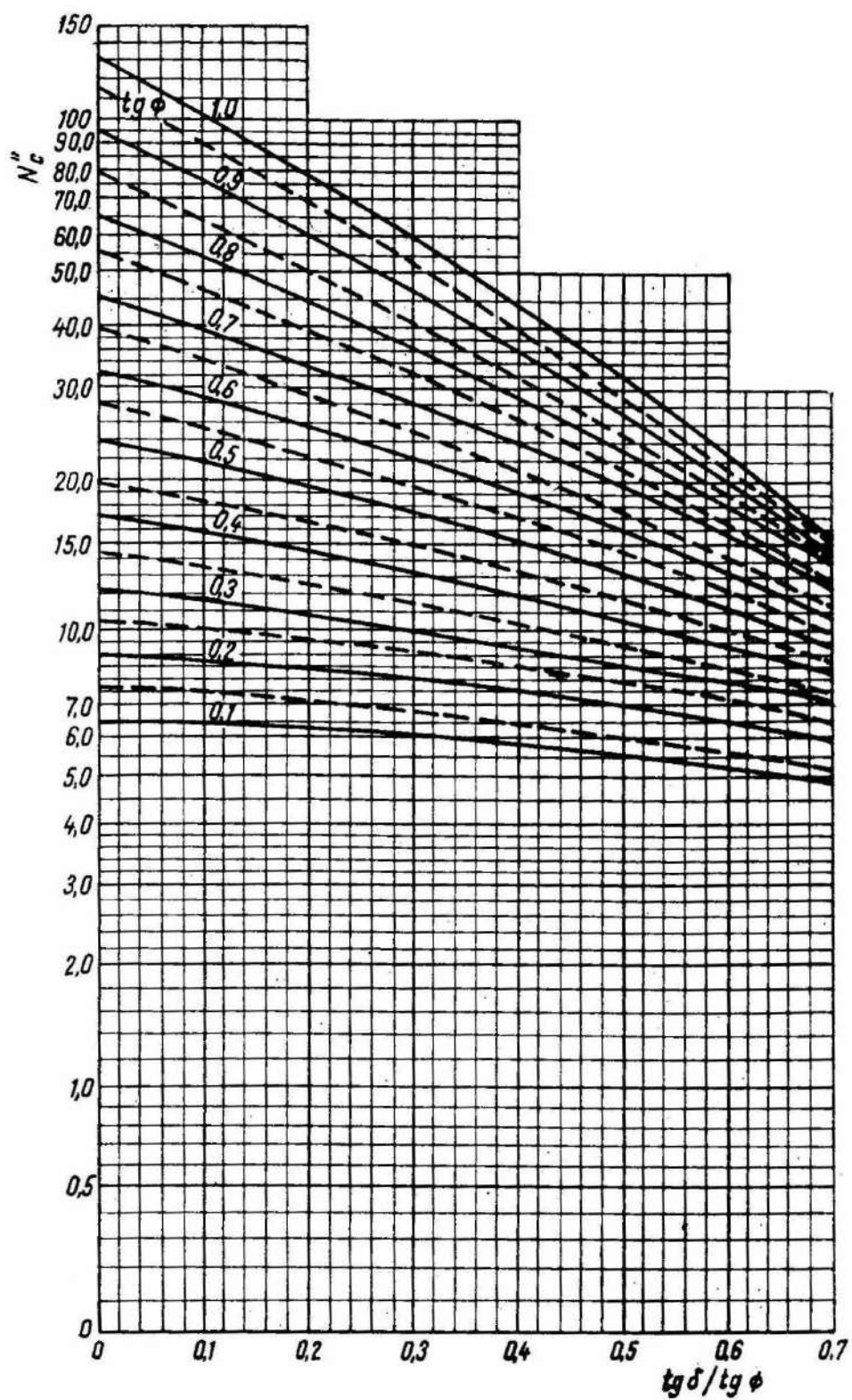


Fig. 9.4

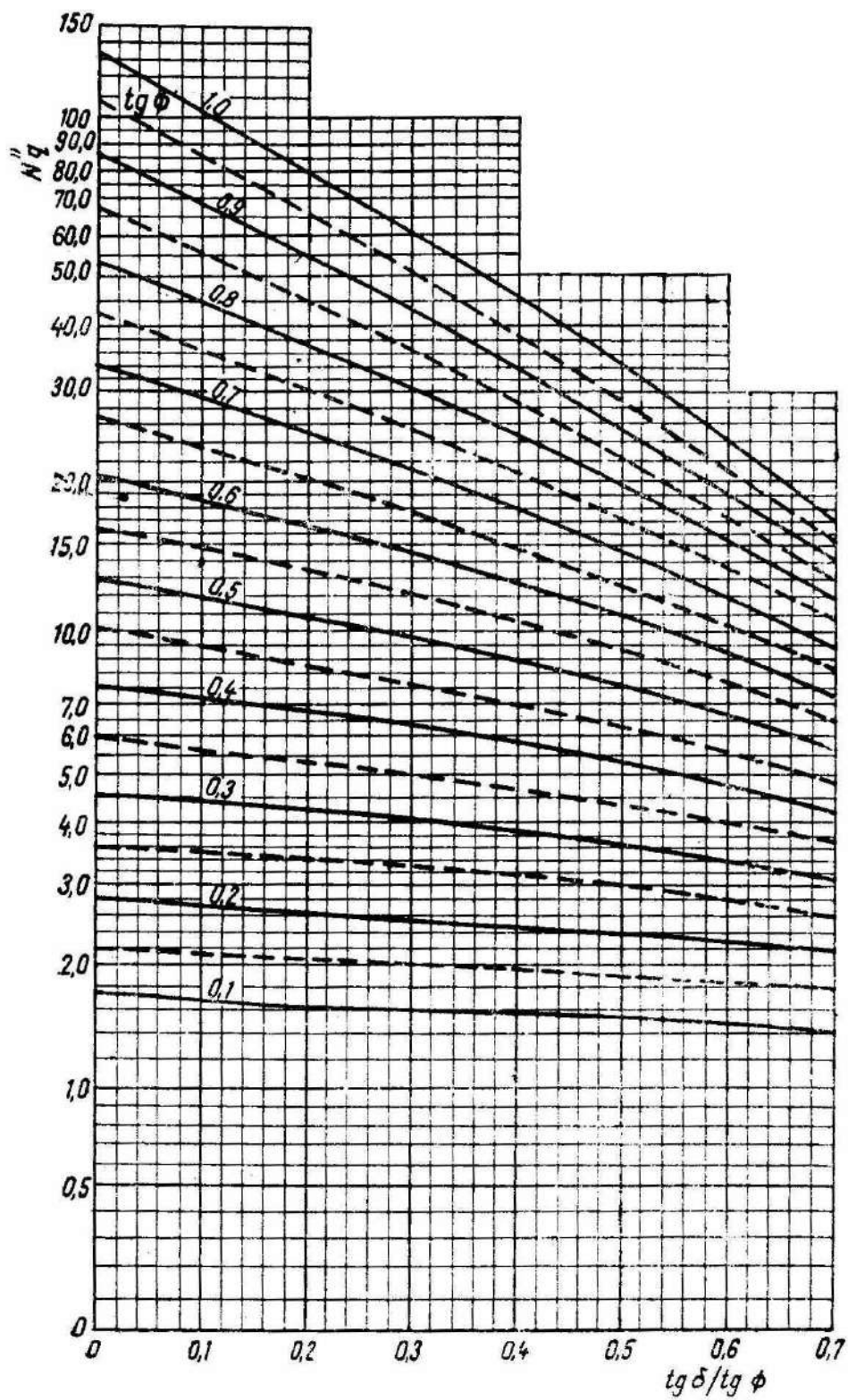


Fig. 9.5

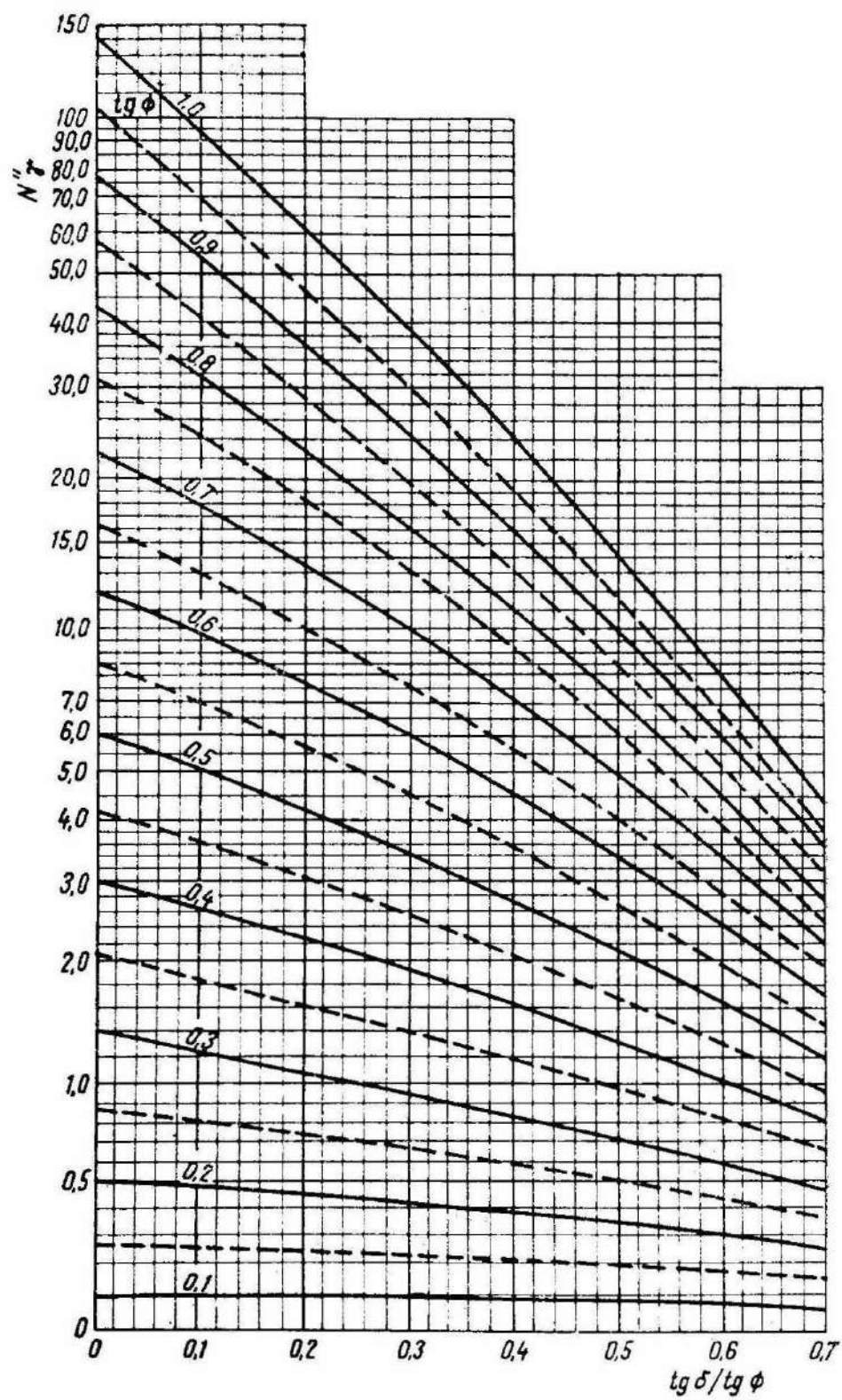


Fig. 9.6

Dacă rezultanta solicitărilor are o componentă tangențială la suprafața de contact, expresia pentru p_{cr} după formula (9.4) devine:

$$p_{cr} = \frac{1}{\cos \alpha} [i v_1 c N'_c + \gamma_m h] \quad (9.6)$$

în care:

$$i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{\Sigma T}{Ac}}.$$

ΣT este valoarea forțelor tangențiale la suprafața de contact ($T = H \cos \alpha - V \sin \alpha$);

A — suprafața tăpii de fundație;

c — coeziunea între fundație și terenul de fundație.

c) La solicitări excentrice se calculează cu lățimea, respectiv suprafața redusă

$$b' = b - 2e \quad (9.7)$$

sau

$$a'b' = (b - 2e_1)(a - 2e_2). \quad (9.7,a)$$

Suprafața unui cerc se transformă într-un dreptunghi de suprafață egală. Dacă excentricitatea este dirijată în sens contrar înclinării solicitărilor rezultante, se ia în calcul lățimea totală.

d) Dacă terenul de fundație este compus din straturi cu caracteristici de rezistență diferite trebuie calculată adâncimea pînă la care se face resimțită influența solicitării de la talpa fundației.

Adâncimea relativă z/b se calculează în funcție de δ și Φ conform diagramei din fig. 9.7.

Dacă grosimea unui strat consistent avînd caracteristici Φ și c este mai mică decît $2z$, obținut din fig. 9.7, iar sub el se găsește un strat mai slab, trebuie ținut seama de influența acestui strat mai slab.

4) Calculul încărcării critice prin rezolvarea ecuațiilor diferențiale ale echilibrului limită, ținînd seama de condițiile date pe contur, este dat de mai multe metode:

a) După V. V. Sokolovski, pentru încărcări verticale și înclinate cu δ față de normală, diagrama încărcărilor critice se distribuie sub forma unui trapez, ordonatele căruia se obțin cu [16]:

$$p_{cr} = \alpha \cdot q + \beta c + Q_T \cdot \gamma \cdot x \quad (9.8.)$$

valorile α , β , Q_T sînt date în tabela 9.5. în funcție de δ și Φ .

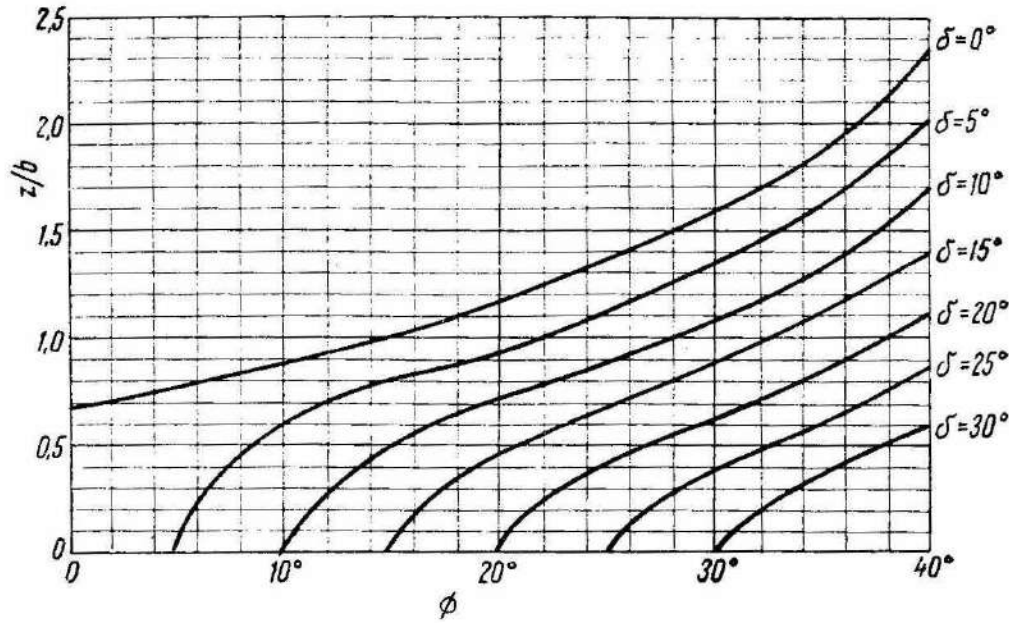


Fig. 9.7

b) Prin rezolvarea problemei de echilibru limită în cazul unei încărcări axial simetrice (cerc, pătrat) aplicate centric, se obțin următoarele expresii pentru încărcarea critică, în funcție de adâncimea de fundare:

— în cazul fundațiilor de mică adâncime ($\frac{h_f}{b} < 0,5$):

$$p_{cr} = \frac{1}{2} \gamma b N_{1\gamma} + q N_{1q} + c N_{1c} \tag{9.9}$$

$N_{1\gamma}, N_{1c}, N_{1q}$ sînt date în tabela 9.6 în funcție de Φ . În această tabelă este dată și lungimea relativă a prismului de alunecare;

Tabela 9.6

Valorile $N_{1\gamma}, N_{1c}, N_{1q}, \frac{l}{b}$										
$\Phi =$	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
$N_{1\gamma}$	4,1	5,7	7,3	9,9	18,9	25,3	34,6	48,8	69,2	97,2
N_{1c}	4,5	6,5	8,5	10,8	18,6	24,8	32,8	45,5	64,00	87,6
N_{1q}	12,8	16,8	20,9	24,6	36,4	45,0	55,4	71,5	93,6	120,0
$\frac{l}{b}$	1,44	1,50	1,58	1,65	1,82	1,91	1,99	2,11	2,22	2,34

— în cazul fundațiilor de adâncime medie ($0,5 < \frac{h_f}{b} < 2$):

$$p_{cr} = N_2 \gamma \frac{b^3}{2} \quad (9.10)$$

în care b este latura pătratului sau diametrul cercului;

Valorile N_2 sînt date în funcție de h/b și Φ în fig. 9.8.

5) În unele cazuri speciale integrarea ecuațiilor diferențiale se poate face în forma finită, obținîndu-se următoarele expresii pentru încărcarea critică:

a) pentru $\Phi = 0$

$$p_{cr} = 5,14 c + q, \quad (9.11)$$

fără frecare la talpa fundației
sau

$$p_{cr} = 5,73 c + q, \quad (9.12)$$

cu frecare la talpa fundației;

b) pentru $\Phi \neq 0$, $c \neq 0$, $\gamma = 0$

$$p_{cr} = q \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg} \Phi} + c \operatorname{ctg} \Phi \left[\operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg} \Phi} - 1 \right]. \quad (9.13)$$

6) La construcții hidrotehnice, componenta orizontală a solicitărilor are o valoare relativ mare. Pentru determinarea coeficientului de siguranță la alunecare în adâncime (care în unele cazuri poate constitui una din formele de producere a ruperii pămîntului sub talpa fundației rigide a unor construcții masive), se folosește, în conformitate cu normele existente, următoarea construcție grafo-analitică bazată parțial pe metodele suprafețelor cilindrice de alunecare, parțial pe teoria echilibrului limită al maselor de pămînt [21, 30].

Prismul de alunecare (fig. 9.9) este alcătuit din trei zone care sînt limitate de suprafețe plane și curbe stabilite în modul următor. Zona I este un triunghi ABC a cărui bază este dată de lățimea tălpii; unghiul β din punctul A al bazei se determină în funcție de raportul δ/Φ , conform diagramei din fig. 9.10, c ; unghiul $\widehat{ACB} = \left(\frac{\pi}{2} - \Phi \right)$ (AC și BC fiind plane de alunecare), iar unghiul $\widehat{ABC}$ este egal cu $\left(\frac{\pi}{2} + \Phi - \beta \right)$.

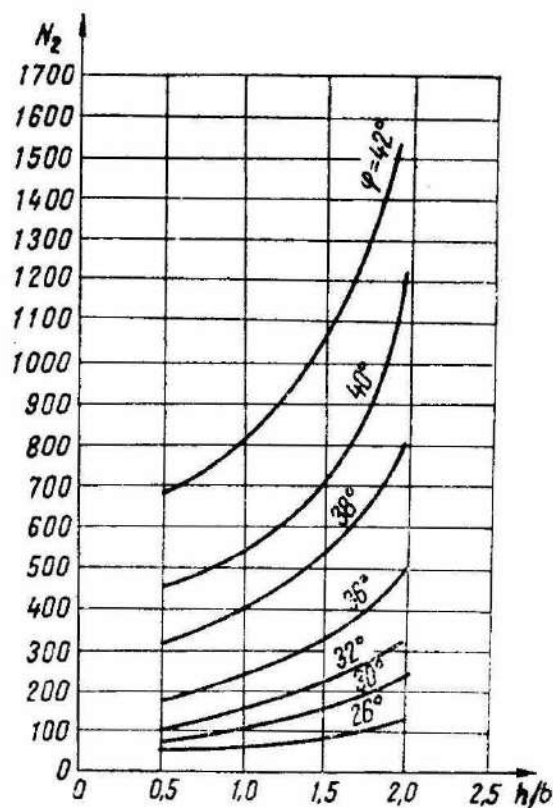


Fig. 9.8

Ținând seama că suprafețele de alunecare AC și BC , respectiv BD și ED sînt suprafețe conjugate, se determină pe cale grafico-analitică poligonul de forțe în echilibru pentru fiecare zonă începînd cu zona III , obținînd astfel pentru solicitarea rezultantă, care se aplică pe baza AB cu o înclinare δ dată mărimea ei limită (v. exemplul 9.8.).

În multe tratate se găsesc formule semiempirice pentru calculul capacității portante a fundațiilor, care sînt acceptate de multe organizații importante de construcții.

De aceea în exemplele care urmează, unele cazuri vor fi calculate cu aceste formule.

a) Formulele lui Brinch Hansen [17, 27]

— pentru $\Phi = 0$,

$$p_{cr} = 5c \left(1 + 0,2 \frac{b}{a}\right) \left(1 + 0,2 \frac{h_f}{b}\right) (1 - 1,3 \operatorname{tg} \delta) + q \quad (9.14)$$

— pentru $c = 0$; $\Phi \neq 0$,

$$p_{cr} = \gamma b N_\gamma \left(1 - 0,3 \frac{b}{a}\right) (1 - 1,5 \operatorname{tg} \delta) + q N_q \left(1 + 0,2 \frac{b}{a}\right) \left(1 + 0,1 \frac{h_f}{b}\right) (1 - 1,5 \operatorname{tg} \delta) \quad (9.15)$$

N_γ și N_q avînd aceleași valori din expresia (9.3), date în tabela 9.2.

b) În ceea ce privește coeficientul de siguranță la ruperea pămîntului, acesta se exprimă prin raportul rezultantei tuturor solicitărilor care acționează la nivelul tălpii de fundații, față de solicitarea critică (verticală, orizontală) calculată cu metodele indicate înainte.

În normele pentru calculul terenului de fundație la stările limită, (după care a fost elaborat și proiectul „Normativului condiționat de calcul la stările limită a terenului de fundație” [8]) se renunță la folosirea unui coeficient de siguranță unic, introducînd coeficienți diferențiați. Astfel se calculează solicitările pentru încărcările de calcul, înmulțindu-se încărcările normate (date în Normativul P. 7-62) cu un coeficient de supraîncărcare care este indicat în acest normativ pentru fiecare încărcare în parte. Caracteristicile de calcul ale rezistenței terenului, care stau la baza calculului capacității portante, se obțin, atunci cînd nu există un material de cercetare suficient pentru a efectua o prelucrare statistică, din înmulțirea caracteristicilor normate (exemplu 4.8) cu un coeficient de neomogenitate 0.8. În formulele de calcul date în acest capitol se introduce și un coeficient al condițiilor de lucru m , care variază între 0,7 și 1, la aprecierea proiectantului asupra corectitudinii formulei de calcul.

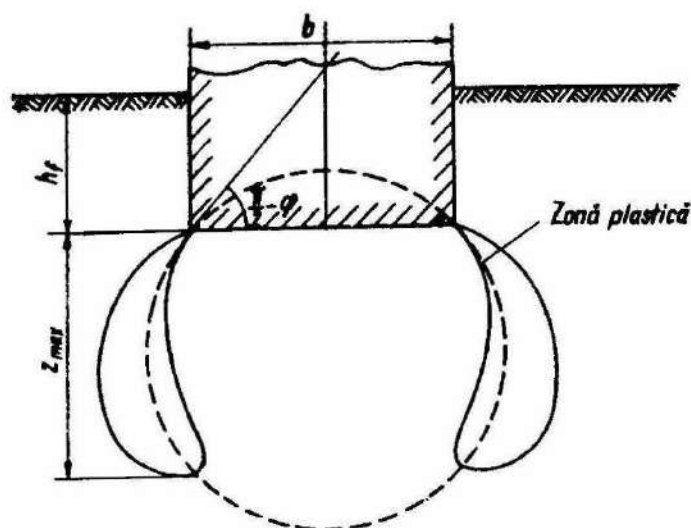


Fig. 9.11

Spre deosebire de această metodă care are la bază principiile generale de calcul la stări limită, normele TGL 11464 din 1963 [25] stabilesc un coeficient de siguranță care se aplică valorilor calculate ale capacității portante conform expresiilor (9.4), (9.5), (9.5, a), (9.6) diferențiat după natura pământului, și anume:

— pentru pământuri argiloase în stare de consistență plastică sau tare) $n_s = 2,20 \dots 2,00$;

— pentru pământuri nisipoase (nisipuri afânate, de în-

desare mijlocie și îndesate): $n_s = 2,2 \dots 2,0 \dots 1,8$.

Pentru verificarea la alunecare și răsturnare, pentru combinațiile cele mai defavorabile de solicitări, se adoptă un coeficient de siguranță $n_1 = 1,3$.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplu 9.1. a) Să se calculeze încărcarea critică pentru terenul de sub o fundație continuă avînd lățimile de $b = 2$ m și $b = 4$ m (fig. 9.11) situată la o adâncime de $h_f = 2,50$ m și $h_f = 4$ m, admițîndu-se pentru z_{max} următoarele valori (limitînd extinderea zonelor plastice):

$$z_{max} = 0 \text{ (ipoteza lui Fröhlich);}$$

$$z_{max} = b \operatorname{tg} \Phi \text{ (ipoteza lui Maslov);}$$

$$z_{max} = \frac{b}{4} \text{ (ipoteza SNiP II. B.1-62).}$$

Caracteristicile pământului sînt: $\Phi = 30^\circ$, $c = 2 \text{ t/m}^2$ și $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$.

b) Ce valori capătă încărcarea critică pentru $\Phi = 20^\circ$ și $\Phi = 35^\circ$?

Rezolvare. Se folosește relația (9.1, a).

În ipoteza lui Fröhlich, punînd $z_{max} = 0$,

$$p_{cr} = \frac{\pi(\gamma \cdot h_f + c \cdot \operatorname{ctg} \Phi)}{\operatorname{ctg} \Phi + \Phi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h_f.$$

Pentru $z_{max} = b \cdot \operatorname{tg} \Phi$

$$p_{cr} = \frac{\pi(\gamma h_f + c \cdot \operatorname{ctg} \Phi + \gamma b \cdot \operatorname{tg} \Phi)}{\operatorname{ctg} \Phi + \Phi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h_f.$$

iar pentru $z_{max} = \frac{b}{4}$

$$p_{cr} = \frac{\pi\left(\gamma \cdot h_f + c \cdot \operatorname{ctg} \Phi + \frac{\gamma \cdot b}{4}\right)}{\operatorname{ctg} \Phi + \Phi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h_f.$$

Valorile presiunii critice sînt calculate în tabela 9.7.

Tabela 9.7

b m	Φ°	$p_{cr}, \text{t/m}^2$ în ipotezele			b m	Φ°	$p_{cr}, \text{t/m}^2$ în ipotezele		
		$z_{max} = 0$	$z_{max} = b \operatorname{tg} \Phi$	$z_{max} = b/4$			$z_{max} = 0$	$z_{max} = b \operatorname{tg} \Phi$	$z_{max} = b/4$
$h_f = 2,5 \text{ m}$					$h_f = 4 \text{ m}$				
2	20	25,1	27,8	26,9	2	20	33,4	36,1	35,2
	30	41,0	50,5	45,1		30	56,0	65,6	60,2
	35	53,9	70,9	62,7		35	74,7	91,8	80,7
4	20	25,1	30,5	28,8	4	20	33,4	38,7	37,1
	30	41	60,0	49,2		30	56,0	75,1	64,3
	35	53	88,0	65,9		35	74,7	108,8	86,8

Exemplul 9.2. Să se calculeze capacitatea portantă a unui teren de fundație alcătuit din pământ pur coeziv ($\Phi = 0$), după diferitele metode arătate mai înainte, fiind date următoarele dimensiuni ale fundației și caracteristici ale terenului: fundație continuă cu $b = 2 \text{ m}$; fundație pătrată $3 \times 3 \text{ m}$; fundație dreptunghiulară 3×4 ; adîncimea de fundare $h_f = 2 \text{ m}$, $\Phi = 0$, $c = 4 \text{ t/m}^2$, $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$.

Rezolvare. a) După expresiile (9.11) și (9.12)

— pentru o suprafață de contact absolut netedă, pătrată:

$$P_{cr} = 3,0 \times 3,0 (5,14 c + \gamma \cdot h) = 3,0 \times 3,0 (5,14 \times 4,0 + 1,8 \times 2,0) = 217,44 \text{ t};$$

— pentru o suprafață de contact absolut rugoasă, pătrată:

$$P_{cr} = 3,0 \times 3,0 (5,73 c + q) = 3,0 \times 3,0 (5,73 \times 4,00 + 3,6) = \\ = 26,52 \times 9 = 238,70 \text{ t};$$

— pentru un metru de fundație continuă:

$$P_{cr} = 2 \times 26,52 = 53,04 \text{ t/m}.$$

b) După expresia (9.3), tabela 9.2:

— pentru fundația pătrată $3 \times 3 \text{ m}$:

$$P_{cr} = 3 \times 3 [4 \times 5,10 \times 1,3 + 3,60] = 271,08 \text{ t};$$

— pentru fundația dreptunghiulară $3 \times 4 \text{ m}$:

$$P_{cr} = 3 \times 4 \left[4 \times 5,1 \times \frac{3}{4} + 3,60 \right] = 343,20 \text{ t}.$$

c) După expresia (9.4), fig. 9.3:

— pentru fundația pătrată $3 \times 3 \text{ m}$:

$$P_{cr} = 3 \times 3 [(1 + 0,2) \times 4 \times 6,50 + 3,60] = 313 \text{ t};$$

— pentru fundația dreptunghiulară $3 \times 4 \text{ m}$:

$$P_{cr} = 3 \times 4 \left[\left(1 + 0,2 \times \frac{3}{4} \right) 4 \times 6,50 + 3,60 \right] = 403 \text{ t};$$

— pentru fundația continuă (pe un metru de fundație):

$$P_{cr} = b(cN'_c + \gamma_m \cdot h_f) = 2 (4 \times 6,5 + 3,60) = 59,20 \text{ t/m};$$

(din fig. 9.3 pentru $\frac{h_f}{b} = \frac{2}{2} = 1$ rezultă $N'_c = 6,5$).

d) După Brinch-Hansen cu formula (9.14) pentru aceleași forme de fundații:

$$P_{cr} = 3 \times 3 [5 \times 4 \times 1,2 \times 1,133 + 3,60] = 277,20 \text{ t};$$

$$P_{cr} = 3 \times 4 [5 \times 4 \times 1,15 \times 1,133 + 3,60] = 357,60 \text{ t};$$

$$P_{cr} = 2 \left[5 \times 4 \left(1 + 0,2 \frac{2}{2} \right) + 3,60 \right] = 55,20 \text{ t/m}.$$

Exemplul 9.3. Să se calculeze capacitatea portantă a unei fundații pătrate de 3×3 m, după diferitele metode, în condițiile unui teren cu următoarele caracteristici: $\Phi = 25^\circ$, $c = 2$ t/m², $h_f = 2,50$, $\gamma = 1,80$ t/m³ și să se arate influența variației unghiului Φ .

Rezolvare. a) După formula (9.3):

$$P_{cr} = 1,80 \times 2,50 \times N_q \times 1,3 + 2 \times N_c \times 1,3 + 1,8 \times 3 \cdot N_\gamma \cdot 0,7;$$

— pentru $\Phi = 25^\circ$

$$N_q = 10,70; N_c = 20,7; N_\gamma = 4,1;$$

$$p_{cr} = 5,85 \times 10,70 + 2,60 \times 20,7 + 3,78 \times 4,1 = 132,4 \text{ t/m}^2;$$

— pentru $\Phi = 20^\circ$

$$N_q = 6,4; N_c = 14,8; N_\gamma = 1,8$$

$$p_{cr} = 5,85 \times 6,40 + 2,60 \times 14,8 + 3,78 \times 1,8 = 82,8 \text{ t/m}^2.$$

După cum se vede, o variație a unghiului Φ de la 20° la 25° duce la o mărire a capacității portante cu 60%.

b) După normele TGL 11464, formula (9.5):

ζ (tabela 9.3) depinde de raportul $\frac{h_f}{b} = \frac{2,5}{3,00} = 0,83$; pentru o argilă nispă plastică $\zeta \approx 1,00$;

Ψ (tabela 9.4) depinde de înclinarea α a tălpii: pentru $\alpha = 0$, $\psi = 1$.

— pentru $\Phi = 25^\circ$; $\text{tg } \Phi = 0,466$; $\delta = 0$: (fig. 9.4, 9.5 și 9.6):

$$N_c'' = 22; N_q'' = 11; N_\gamma'' = 4,8.$$

$$p_{cr} = 1,3 \times 2 \times 22 + 1,30 \times 4,50 \times 11 + 0,70 \times 5,40 \times 4,8 = \\ = 139,60 \text{ t/m}^2;$$

— pentru $\Phi = 20^\circ$; $\text{tg } 20^\circ = 0,365$:

$$N_c'' = 16,50; N_q'' = 6,50; N_\gamma'' = 2,5$$

$$p_{cr} = 1,30 \times 2 \times 16,50 + 1,30 \times 4,50 \times 6,50 + 0,70 \times 5,40 \times 2,50 = \\ = 90,50 \text{ t/m}^2.$$

c) După Brinch Hansen însumând formulele (9.14) cu (9.15) folosind valorile N_q și N_γ , pentru $\Phi = 25^\circ$ din tabela 9.2

$$p_{cr} = \gamma b N_\gamma 0,7 + q \times 1,20 N_q \times 1,083 + 5 \times 2 \times 1,2 \times 1,166;$$

$$p_{cr} = 1,80 \times 3 \times 4,1 + 4,50 \times 1,20 \times 10,70 + 12 \times 1,66 = 91,55 \text{ t/m}^2.$$

Exemplul 9.4. Să se arate comparînd cu rezultatele din exemplul precedent, menținînd caracteristicile terenului și aria fundației, în ce măsură forma fundației influențează presiunea critică ($\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$; $h_f = 2,5 \text{ m}$; $\Phi = 25^\circ$; $c = 2 \text{ t/m}^2$).

Rezolvare. a) După formula (9.3):

— pentru o fundație dreptunghiulară de $2,00 \times 4,50 \text{ m}$

$$p_{cr} = 1,80 \times 2,5 \times 10,7 \left(1 + \frac{2}{4,50} \times 0,30\right) + 2 \times 20,7 \left(1 + \frac{2}{4,50} \times 0,30\right) + 1,8 \times 2 \times 4,1 \left(1 - \frac{2}{4,50} \times 0,30\right) = 114 \text{ t/m}^2.$$

Fundația pătrată din exemplul precedent are $p_{cr} = 132,4 \text{ t/m}^2$;

— pentru o fundație continuă:

$$p_{cr} = 4,5 \times 10,70 + 41,4 + 1,8 \times 2 \times 4,1 = 98,2 \text{ t/m}^2.$$

b) După normele TGL 11 464 $\left(1 + \frac{b}{a} 0,30\right) = 1,135$; $\left(1 - \frac{b}{a} 0,30\right) = 0,865$

— fundație dreptunghiulară:

$$p_{cr} = 2 \times 22 \times 1,135 + 4,50 \times 11 \times 1,135 + 0,865 \times 3,6 \times 4,80 = 120,9 \text{ t/m}^2;$$

— fundație continuă:

$$p_{cr} = 44 + 49,50 + 17,3 = 110,70 \text{ t/m}^2.$$

În exemplul precedent fundația pătrată are $p_{cr} = 139,60 \text{ t/m}^2$.

Exemplul 9.5. Să se arate influența unghiului de înclinare δ al rezultanței solicitărilor la nivelul tălpilor fundației asupra capacității portante a unei fundații continue.

Solicitățile pe talpa fundației de lățime $b = 10$ m, fundată la $h_f = 5$ m, sînt date ca rezultat al calculelor statice.:

$$V = 500 \text{ t}; H = 100 \text{ t}; M = 300 \text{ tm}.$$

Caracteristicile terenului sînt date prin $\Phi = 30^\circ$; $c = 2 \text{ t/m}^2$; $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$.

Rezolvare. După indicațiile din TGL 11464, încărcarea critică este influențată de unghiul δ , definit prin $\text{tg } \delta = \frac{H}{V}$; aceasta se exprimă prin variația coeficienților N_c'' , N_q'' și N_γ'' așa după cum reiese din fig. 9.4, 9.5 și 9.6.

$$p_{cr} = (cN_c'' v_1 + qN_q'' v_2 + \gamma b N_\gamma'' v_3) \cdot \zeta.$$

Pentru $\frac{h_f}{b} = \frac{5}{10} = 0,5$ se poate admite $\zeta \approx 1,0$.

Fundația fiind continuă $v_1 = v_2 = v_3 = 1$

$$\text{tg } \delta = \frac{100}{500} = 0,2; \text{tg } \delta / \text{tg } \Phi = \frac{0,20}{0,577} = 0,346; \delta = 11^\circ 20';$$

$$\cos 11^\circ 20' = 0,98;$$

pentru $\Phi = 30^\circ$; $\text{tg } 30^\circ = 0,577$

$$N_\gamma'' = 4,50; N_q'' = 14; N_c'' = 19;$$

$$b' = b - 2e = 10 - 2 \frac{300}{500} = 8,80 \text{ m}$$

$$p_{cr} = 2 \times 19 + 5 \times 1,80 \times 14 + 1,80 \times 8,80 \times 4,50 = 235 \text{ t/m}^2.$$

Repartizarea presiunilor este trapezoidală, latura mică este dată de primii doi termeni: $p_0 = 164 \text{ t/m}^2$ iar cealaltă latură de $p = 235 \text{ t/m}^2$.

Total sarcină critică verticală $V_{cr} = \frac{164 + 235}{2} \times 8,80 \cos \delta = 1\,725 \text{ t/m}$.

Total sarcină critică orizontală $H_{cr} = 1\,725 \times 0,2 = 346 \text{ t/m}$.

Presupunînd că V rămîne constant iar H crește cu 50%

$$\text{tg } \delta = \frac{150}{500} = 0,3; \frac{\text{tg } \delta}{\text{tg } \Phi} = \frac{0,30}{0,577} = 0,52; \delta = 16^\circ 40'; \cos \delta = 0,96;$$

pentru $\Phi = 30^\circ$

$$N_\gamma'' = 2,8; N_q'' = 9,20; N_c'' = 14,50;$$

$$p_{cr} = 2 \times 14,50 + 9 \times 9,20 + 1,80 \times 8,80 \times 2,80 = 156,3 \text{ t/m}^2.$$

Sarcina totală critică verticală:

$$V_{cr} = \frac{29 + 82,8 + 156,3}{2} \times 8,80 \times \cos \delta = 1\,132 \text{ t.}$$

După cum se vede, faptul că rezultanta solicitărilor exterioare este mai înclinată față de normală, se exprimă printr-o scădere apreciabilă a capacității portante a terenului de fundație.

Astfel în exemplul de față cu toate că valoarea componentei verticale V a rămas neschimbată, creșterea valorii componentei orizontale H a produs o scădere a sarcinii critice verticale de la 1 725 t la 1 132 t.

În primul exemplu există un coeficient de siguranță $n_s = \frac{1\,725}{500} = 3,45$;

în al doilea exemplu acest coeficient este de numai $n_s = \frac{1\,132}{500} = 2,27$.

Acest lucru ilustrează că metoda de calcul a capacității portante și determinarea coeficientului de siguranță prin comparație între valoarea limită și cea a solicitărilor care acționează este din punct de vedere fizic mai justă decât metoda de a calcula eforturile după formula compresiunii excentrice

$$\sigma_{1,2} = \frac{V}{b} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right)$$

și a le compara cu eforturile admisibile. În cazul acestui exemplu întrucât V rămâne același, cele două valori de calcul $\sigma_{1,2}$ ar conduce la același coeficient de siguranță, pe cînd în calculul după teoria echilibrului limită rezultă o diferență apreciabilă.

Exemplul 9.6. Să se determine capacitatea portantă a unei fundații dreptunghiulare așezată pe un strat de pămînt consistent avînd o grosime $d_s = 2$ m sub care se găsește un strat de pămînt de consistență moale. Primul strat are următoarele caracteristici:

$$c_t = 2 \text{ t/m}^2; \Phi_t = 30^\circ; \gamma_t = 1,8 \text{ t/m}^3,$$

iar al doilea

$$c_m = 1 \text{ t/m}^2; \Phi_m = 10^\circ; \gamma_m = 1,6 \text{ t/m}^3.$$

Fundația are forma dreptunghiulară de 3×4 m. Se va lua $n_s = 2$ și $\delta = 0$. Adîncimea de fundare $h_f = 2,0$ m.

Se va analiza variația capacității portante cînd $\Phi = 25^\circ$ și $\delta = 18^\circ$.

Influența stratului mai moale asupra capacității portante se manifestă atunci cînd acesta este situat la o adîncime mai mică decât de două ori adîncimea z la care se resimte încărcarea. Valoarea z depinde de lățimea fundației și de unghiul de frecare și este dată în diagrama din fig. 9.7. care dă z/b în funcție de Φ . Atunci cînd stratul consistent are sub talpa fundației o grosime mai mică decât $2z$ se procedează astfel:

Se folosește expresia pentru capacitate portantă introducând coeficienți corespunzători caracteristicilor stratului moale. Se ia pentru suprasarcină q greutatea întregului strat care se găsește deasupra stratului moale ($h_f + d_s$), scăzând numai, după efectuarea calculelor, greutatea stratului tare care se găsește sub fundație. În schimb se adaugă la capacitatea portantă efectul frecării care se opune refulării de-a lungul conturului fundației în stratul tare precum și a coeziunii. Frecarea este considerată proporțională cu împingerea laterală care variază cu pătratul adâncimii ($h_f + d_s$), înmulțit cu perimetrul, iar coeziunea acționează de-a lungul suprafeței laterale $2(a + b)d_s$. Coeficientul de frecare Ω reiese din diagrama din fig. 9.12.

Rezolvare. Se utilizează formula:

$$P = ab \left[\frac{\zeta}{n_s} (N_c'' v_1 c_m + v_2 \gamma_i h N_q'' + \gamma_3 b \gamma_m N_\gamma'') - \gamma_i d_s \right] + \\ + (a + b) [\gamma_i (h_f + d_s)^2 \Omega + 2c_s d_s].$$

În prealabil trebuie verificat dacă adâncimea la care se găsește stratul moale este mai mică decât dublul adâncimii z . Valoarea z se obține din diagrama din fig. 9.7.

Pentru $\Phi_i = 30^\circ$ și $\delta = 0$, se obține din diagramă $\frac{z}{b} = 1,58$

$$2z = 2 \times 1,58 \times 3 = 9,48.$$

Rezultă deci că trebuie ținut seama de efectul stratului moale.
Pentru

$$\frac{h_f}{b} = \frac{2}{3} = 0,66; \quad \zeta = 1,0$$

$$v_1 = v_2 = 1 + 0,3 \frac{b}{a} = 1 + 0,3 \frac{3}{4} = 1,225$$

$$v_3 = 1 - 0,225 = 0,775.$$

Coeficienții N_c'' , N_q'' și N_γ'' se obțin din fig. 9.4, 9.5 și 9.6 pentru parametrii:

$$\frac{\lg \delta}{\lg \Phi} = 0 \text{ și } \lg \Phi_m = \lg 10^\circ = 0,176; \quad q = \gamma(h_f + d_s)$$

$N_c'' = 8,25$; $N_q'' = 2,5$; $N_\gamma'' = 0,36$, iar coeficientul de frecare $\Omega = 0,19$ pentru $\Phi_i = 30^\circ$ se obține din diagrama din fig. 9.12.

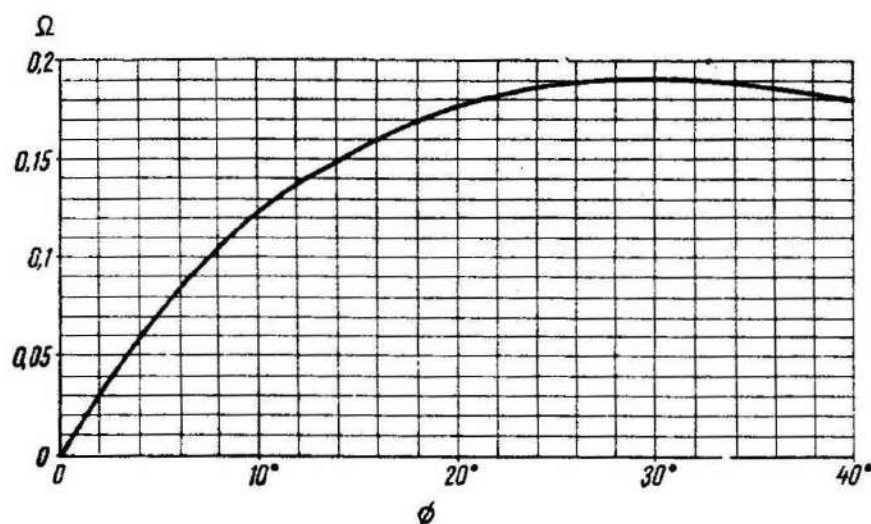


Fig. 9.12

$$\begin{aligned}
 P = 3 \times 4 \left[\frac{1}{2} (8,25 \times 1,225 \times 1,00 + 1,8 \times 4 \times 2,5 \times 1,225 + \right. \\
 \left. + 0,775 \times 3 \times 1,6 \times 0,36) - 1,8 \times 2 \right] + (3 + 4)[1,8(2 + 2,0)^2 \times 0,19 + \\
 + 2 \times 2 \times 2] = 228,35 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

Pentru a avea o imagine a efectului stratului slab, se va reface calculul, pentru cazul cînd pămîntul nu este stratificat și are caracteristicile primului strat, cu relația:

$$P = ab \frac{\xi \psi}{n_s} (\nu_1 c_t N_c'' + \nu_2 \gamma_t h_f N_q'' + \nu_3 b \gamma_t N_\gamma'')$$

$\xi = 1,0$; $\psi = 1,0$ pentru $\text{tg } \Phi = 0,577$; $N_c'' = 30$; $N_q'' = 18$; $N_\gamma'' = 10$.

$$\begin{aligned}
 P = \frac{3 \times 4}{2} (1,225 \times 2 \times 30 + 1,225 \times 1,8 \times 2 \times 18 + \\
 + 0,775 \times 3 \times 1,8 \times 10) = 1\,170 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

Această diferență se explică prin grosimea relativ redusă a stratului tare și prin diferența foarte pronunțată între caracteristicile mecanice ale celor două strate.

De aici reiese în mod evident necesitatea cercetărilor geotehnice amănunțite. De asemenea, reiese încă o dată lipsa de siguranță în cazul aplicării unor metode bazate numai pe presiuni admisibile.

Exemplul 9.7. Să se arate în ce măsură înclinarea unei fundații pătrate 3×3 m față de orizontală îmbunătățește condițiile de stabilitate, atunci când se pleacă de la principiul stării limită. Solicitățile sînt $V = 100$ t și $H = 20$ t. Pămîntul este pur coeziv și are următoarele caracteristici:

$$c = 3 \text{ t/m}^2; \Phi = 0; \gamma = 1,8 \text{ t/m}^3; h_f = 2 \text{ m.}$$

Înclinarea tălpii se ia: $\alpha = 0^\circ; \alpha = 5^\circ; \alpha = 10^\circ$.

Rezolvare. Pentru $\alpha = 0^\circ$; $P_{cr} = 3 \times 3[(1 + 0,2) \times i \times c \times N'_c + 2 \times 1,80]$ formula (9.6).

Pentru $h_f/b = 0,67$; $N'_c = 6,20$; i este un factor care ia în considerație înclinarea, astfel:

$$i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{T}{(3 \times 3)c}}; \quad T = H \cos \alpha - V \sin \alpha$$

$$N = V \cos \alpha + H \sin \alpha.$$

$$i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{20}{27}} = 0,76;$$

$$P_{cr} = 3 \times 3[1,2 \times 0,76 \times 3 \times 6,20 + 3,60] = 187 \text{ t.}$$

— Pentru $\alpha = 5^\circ$;

$$T = 20 \cos 5^\circ - 100 \sin 5^\circ = 19,92 - 8,72 = 11,20 \text{ t};$$

$$N = 99,62 + 1,74 = 101,36 \text{ t};$$

$$i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{T}{9 \times 3}} = 0,5 + 0,5 \sqrt{1 - \frac{11,20}{27}} = 0,88$$

$$P_{cr} = \frac{3 \times 3}{\cos 5^\circ} [1,20 \times 0,88 \times 3 \times 6,20 + 3,60] = 211 \text{ t.}$$

— Pentru $\alpha = 10^\circ$;

$$T = 20 \times 0,985 - 100 \times 0,174 = 2,4 \text{ t};$$

$$N = 98,50 + 3,48 = 101,98 \text{ t};$$

$$i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{2,40}{27}} = 0,98$$

$$P_{cr} = \frac{9}{0,985} [1,20 \times 0,98 \times 3 \times 6,20 + 3,60] = 232 \text{ t.}$$

În cazul în care fundația este așezată pe un pământ cu frecare internă și coeziune avînd următoarele caracteristici:

$$\operatorname{tg} \delta = 0,20; \delta = 11^{\circ}40'; \Phi = 30^{\circ} \text{ și } c = 0,5 \text{ t/m}^2$$

rezultatele sînt: Pentru $\alpha = 0$, luînd $\zeta = 1$; $\psi = 1$, înclinarea se exprimă în coeficienții N'' pentru $\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \Phi} = \frac{0,2}{0,577} = 0,346$; din diagramele 9.4, 9.5 și 9.6 rezultă

$$N''_y = 4,5; N''_c = 19; N''_q = 14.$$

$$P_{cr} = 3 \times 3[0,5 \times 1,3 \times 19 + 3,6 \times 1,3 \times 14 + \\ + 1,8 \times 3 \times 4,5 \times 0,70] = 859 \text{ t.}$$

Pentru $\alpha = 5^{\circ}$, factorul ψ care exprimă influența înclinării devine egal cu 0,85, astfel încît rezultă

$$P_{cr} = 859 \times 0,85 / \cos 5^{\circ} = 735 \text{ t.}$$

$$\text{— Pentru } \alpha = 10^{\circ}; \psi = 0,75; P_{cr} = \frac{859 \times 0,75}{\cos 10^{\circ}} = 652 \text{ t.}$$

După cum se vede, înclinarea tălpii fundației duce la o micșorare a capacității portante, ceea ce se explică prin reducerea volumului prismului de alunecare în cazul limită. În schimb înclinarea tălpii de fundație îmbunătățește stabilitatea la alunecare, deoarece reduce valoarea componentei tangențiale, mărind astfel raportul $\frac{N}{T}$ (a se vedea exemplele din cap. 15).

Exemplul 9.8. O fundație continuă rigidă, avînd lățimea $b = 20 \text{ m}$, transmite pe teren o sarcină centrică de $3\,000 \text{ t/m}$, înclinată față de verticală cu 15° . Caracteristicile terenului de fundație sînt următoarele: $\gamma = 1,76 \text{ t/m}^3$, unghiul de frecare internă $\Phi = 30^{\circ}$.

Să se determine prin metoda grafo-analitică: a) gradul de siguranță față de sarcina de rupere; b) cum se modifică acest coeficient de siguranță, dacă sarcina are o excentricitate $e = 2 \text{ m}$; c) la ce înclinare maximă încărcarea de la punctul a devine încărcare critică.

Rezolvare. a) Pentru determinarea capacității portante la o înclinare dată, se construiește prismul de alunecare care are (fig. 9.13, a) trei zone: zona I are forma unui triunghi ABC , cu baza $AB = b$ și unghiurile de bază β și α . Valoarea unghiului β rezultă din diagrama fig. 9.10 în funcție de raportul δ/Φ (δ fiind înclinarea sarcinii rezultante față de verticală) iar unghiul $\alpha = \frac{\pi}{2} + \Phi - \beta$ (laturile BC și AC fiind plane de alunecare fac între ele unghiul $\frac{\pi}{2} - \Phi$).

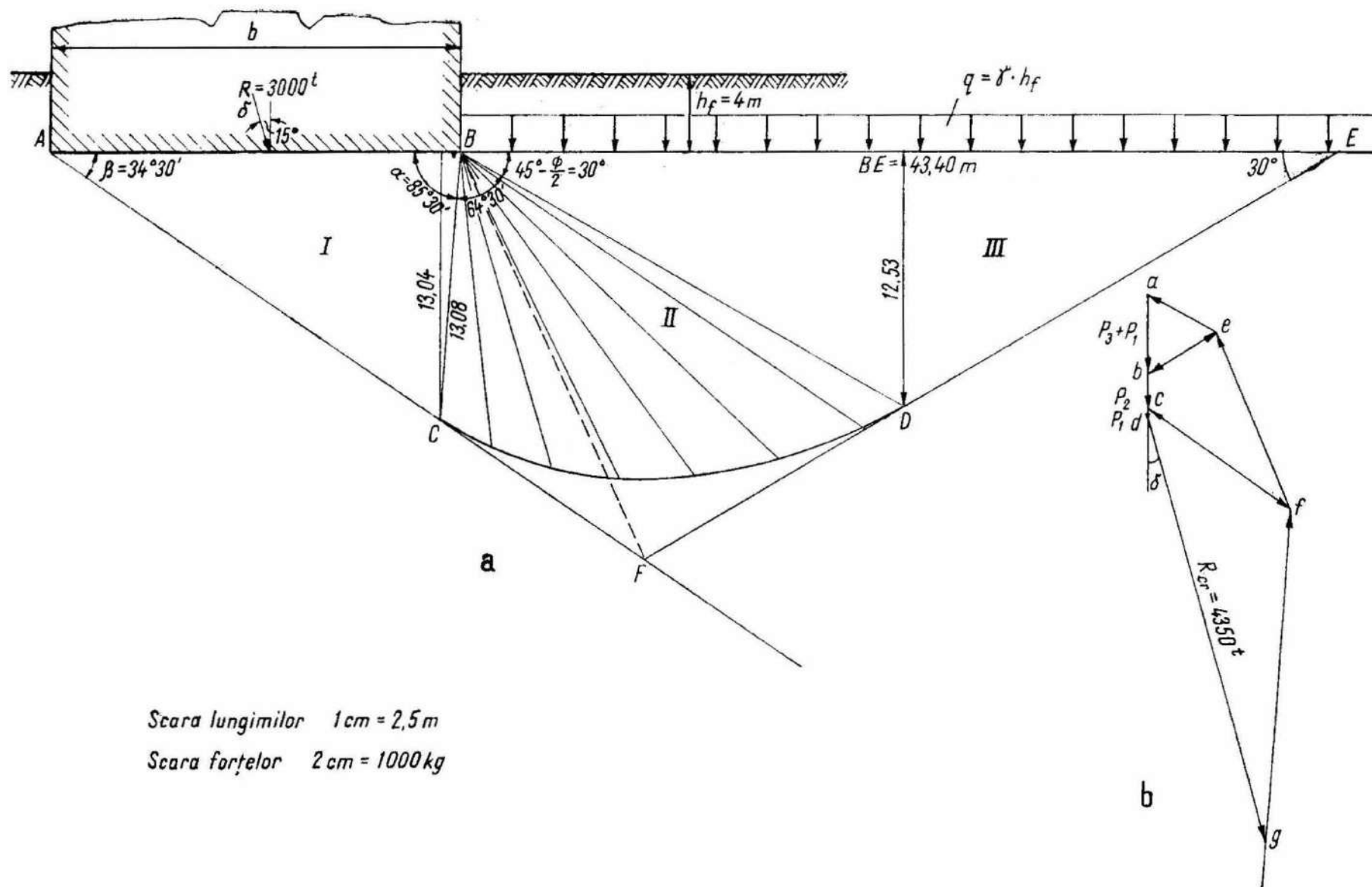


Fig. 9.13

$$\frac{\delta}{\Phi} = \frac{15^\circ}{30^\circ} = 0,5; \quad \frac{\beta}{\Phi} = 1,15; \quad \beta = 34^\circ 30';$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\pi}{2} + 30^\circ - 34^\circ 30' = 85^\circ 30'; \quad \theta = 45^\circ + \beta - \frac{\Phi}{2} = \\ &= 45^\circ + 34^\circ 30' - 15^\circ = 64^\circ 30'. \end{aligned}$$

Zona II este limitată de o spirală logaritmică avînd ecuația $r = r_0 e^{\theta \operatorname{tg} \Phi}$ cu centrul în B și cu raza inițială $r_0 = BC$. Mărima laturii BD care delimitează zona II față de zona III rezultă pentru un r corespunzător unghiul $\theta = 64^\circ 30'$, latura BD formînd cu orizontala unghiului $\frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2}$ (înclinarea suprafețelor de alunecare după starea pasivă a lui Rankine).

Zona III este limitată de latura DE formînd de asemenea cu orizontala unghiul de $\frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2}$.

Pe zonele I, II și III acționează ca forță verticală greutatea proprie a prismului respectiv, calculată pentru o lățime de 1 m, la care se adaugă pentru zona III suprasarcina de-a lungul laturii BE , egală cu greutatea masivului de pămînt situat deasupra acestei linii ($h_f = 4$ m). Rezultă: $P_1 = 229,5$ t/m; $P_2 = 317,4$ t/m; $P_3 = 478,6$ t/m; $P_q = 43,40 \times 1,76 \times 4 = 305,6$ t/m; $P_3 + P_q = 784,2$ t/m.

Condițiile de echilibru limită reies din poligonul de forțe, ținînd seama că suprafețele de alunecare care limitează fiecare prism sînt suprafețe conjugate (eforturile pe unul din plane fiind paralele cu planul conjugat).

Rezultanta reacțiunii pămîntului de-a lungul suprafeței spirale logaritmice CD , are direcția BF ținînd seama de proprietățile spiralei logaritmice. Construcția poligonului de forțe este arătată în fig. 9.13, b , linia de închidere dg a poligonului, înclinată cu unghiul δ față de verticală, reprezintă încărcarea limită R_{cr} . Coeficientul de siguranță este dat de raportul:

$$n_s = \frac{R_{cr}}{R} = \frac{4.350 \text{ t}}{3.000 \text{ t}} = 1,45.$$

b) Pentru a ține seama de excentricitatea încărcării, se admite următorul procedeu simplificat: se reduce lățimea fundației la o lățime egală cu $b' = b - 2e$; calculele și construcția grafică ar urma să fie refăcute pentru o fundație cu această lățime redusă, acționată de o încărcare centrică. În mod aproximativ, se pot folosi rezultatele obținute în cazul precedent, reducînd scara forțelor cu raportul b'^2/b^2 .

Tabela 9.8

δ	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
$R_{cr}, \text{t/m}$	8 980	6 724	4 837	4 350	2 140	1 250	465
$\sigma_{cr}, \text{t/m}^2$	516	335	238,2	210,1	100,5	56,5	20,2
$\tau_{cr}, \text{t/m}^2$	0	29,3	41,2	57,3	36,4	26,4	11,5

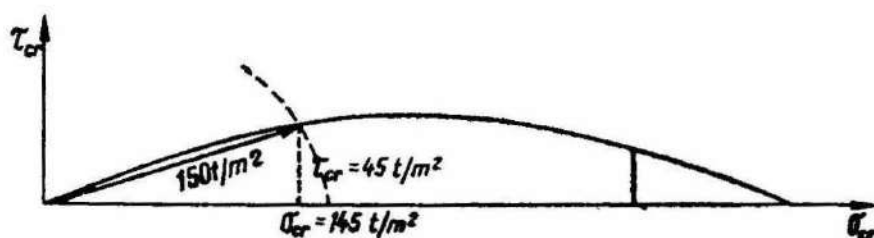


Fig. 9.14

În cazul exemplului de față, $b' = 20 - 2 \times 2 \text{ m} = 16 \text{ m}$; noul coeficient de siguranță va fi:

$$n_s = \frac{R_{cr}}{R} \cdot \frac{b'^2}{b^2} = 1,45 \times \frac{16^2}{20^2} = 0,918.$$

c) Determinînd cu metoda grafo-analitică arătată în exemplu o sarcină critică R_{cr} pentru înclinarea dată δ , rezultă perechea de valori

$$\sigma_{cr} = \frac{R_{cr} \cdot \cos \delta}{b} \text{ și } \tau_{cr} = \frac{R_{cr} \cdot \sin \delta}{b}.$$

Repetînd construcția grafică din fig. 9.13 pentru diferite înclinări, se obțin perechi de valori σ_{cr} și τ_{cr} (tabela 9.8) care raportate într-un sistem de coordonate σ și τ reprezintă relația $\tau_{cr} = f(\sigma_{cr})$ arătată în fig. 9.14.

Înclinarea la care forța de 3 000 t devine critică, se obține prin intersectarea curbei $\tau_{cr} = f(\sigma_{cr})$ cu cercul avînd centrul în origină, de rază $\frac{R}{b} = \frac{3\,000}{20} = 150 \text{ t/m}^2$. Punctului de intersecție îi corespund coordonatele $\sigma_{cr} = 145 \text{ t/m}^2$ și $\tau_{cr} = 45 \text{ t/m}^2$.

Înclinarea critică a sarcinii de 3 000 t se obține din relația:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau_{cr}}{\sigma_{cr}} = \frac{45}{145} = 0,310.$$

Deci înclinarea critică este: $\delta = 17^\circ 13'$.

10

STABILITATEA TALUZURILOR

Problema stabilității unui masiv de pământ limitat de plane înclinate față de orizontală, avînd o înălțime finită h sau extinzîndu-se pe o înălțime infinită, se încadrează în problema generală a echilibrului limită a maselor de pământ, ca și problemele tratate în cap. 5, 8 și 9.

Prin calculele de stabilitate ale unui masiv de pământ delimitat de o suprafață înclinată plană sau frîntă, solicitat de niște încărcări date, se determină coeficientul de siguranță la rupere pe care-l prezintă taluzul proiectat. Definiția acestui coeficient de siguranță variază în funcție de metoda aplicată pentru determinarea sa. În principiu, acesta se exprimă ca un raport al factorilor care acționează pentru producerea ruperii față de cei care asigură stabilitatea. Rezistența pământului este caracterizată prin valorile c și Φ , parametrii dreptei intrinseci. Față de importanța pe care aceste valori o au în determinarea corectă a coeficientului de siguranță, este necesar ca ele să fie alese după criterii care să reprezinte just condițiile reale din diferitele puncte ale masivului în momentul ruperii (v. cap. 4). În general se folosesc următoarele metode de calcul:

a) *Determinarea stării de eforturi limită* în cazul de echilibru limită după Rankine pentru un masiv semiinfinit limitat de o suprafață înclinată. Aceste probleme se rezolvă cu ajutorul cercului lui Mohr și sînt tratate în exemplele din cap. 5.

b) *Rezolvarea ecuațiilor diferențiale ale echilibrului limită* (v. cap. 5) prin diferențe finite [28]. Pe această bază au fost calculate coordonatele adimensionale $\bar{x} = \frac{x\gamma}{c}$ și $\bar{y} = \frac{y\gamma}{c}$ ale curbei care limitează taluzul în cazul echilibrului limită. În tabela 10.1, sînt date valorile $\bar{x}$ pentru un $\bar{y}$ dat, iar în tabela 10.2 valorile $\bar{y}$ pentru un $\bar{x}$ dat, în funcție de Φ (din 5 în 5 grade). Pentru un material la care se poate lua $\Phi = 0$, ecuația curbei limită se scrie, în forma parametrică (θ — unghiul normalei la taluz cu axa y):

$$x = \frac{2c}{\gamma} \ln \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0} \text{ în care } \theta = \frac{\pi}{2} + 1 - \frac{p_0}{2c}$$

de unde

$$x = \frac{2c}{\gamma} \ln \frac{\cos \left(\frac{p_0}{2c} - 1 \right)}{\cos \left(\frac{p_0}{2c} - 1 - \frac{\gamma}{2c} y \right)} \quad (10.1)$$

$$y = \frac{p_0}{\gamma} - \frac{c}{\gamma} (\pi + 2 - 2\theta).$$

T a b e l a 10.1

Valorile $\bar{x}$

$\Phi \backslash \bar{y}$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,2	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,4	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01
0,6	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02
0,8	0,13	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03
1,0	0,22	0,16	0,13	0,12	0,09	0,07	0,06	0,05
1,2	0,29	0,24	0,19	0,16	0,13	0,11	0,09	0,07
1,4	0,40	0,32	0,26	0,22	0,18	0,14	0,12	0,10
1,6	0,54	0,43	0,34	0,28	0,23	0,19	0,15	0,12
1,8	0,69	0,54	0,44	0,36	0,29	0,24	0,19	0,16
2,0	0,86	0,67	0,54	0,44	0,36	0,29	0,24	0,19
2,2	1,07	0,82	0,65	0,53	0,43	0,35	0,28	0,23
2,4	1,29	0,97	0,77	0,62	0,51	0,41	0,34	0,27
2,6	1,55	1,15	0,90	0,73	0,59	0,48	0,39	0,31
2,8	1,84	1,34	1,05	0,84	0,68	0,55	0,45	0,36
3,0	2,16	1,56	1,20	0,96	0,77	0,63	0,51	0,41
3,2	2,52	1,78	1,36	1,08	0,87	0,71	0,58	0,46
3,4	3,03	2,01	1,54	1,22	0,98	0,79	0,64	0,52
3,6	3,38	2,27	1,72	1,36	1,09	0,88	0,72	0,57
3,8	3,89	2,55	1,91	1,51	1,21	0,98	0,79	0,63
4,0	4,45	2,84	2,12	1,66	1,33	1,07	0,86	0,70

T a b e l a 10.2

Valorile $\bar{y}$

$\Phi \backslash \bar{x}$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	2,90	3,39	3,89	4,41	5,00	5,66	6,40	7,2
4	3,84	4,69	5,54	6,41	7,35	8,39	9,55	10,9
6	4,46	5,65	6,81	7,99	9,25	10,6	12,2	14,0
8	4,95	6,46	7,90	9,37	10,9	12,6	14,6	16,7
10	5,39	7,19	8,90	10,7	12,5	14,5	16,8	19,4
12	5,80	7,88	9,83	11,8	14,0	16,3	18,9	21,9
14	6,17	8,51	10,8	13,0	15,4	18,0	20,9	24,2
16	6,71	9,13	11,6	14,1	16,8	19,6	22,9	26,5
18		9,72	12,4	15,2	18,1	21,2	24,8	28,8
20		10,3	13,2	16,2	19,4	22,8	26,6	31,0
22		10,8	14,0	17,2	20,6	24,3	28,4	33,1
24			14,8	18,2	21,9	25,8	30,3	35,3
26			15,5	19,2	23,1	27,3	32,1	37,4
28			16,3	20,1	24,3	28,8	33,8	39,5
30			17,0	21,1	25,5	30,2	35,5	41,5

d) *Analiza echilibrului unui masiv limitat de o suprafață circular-cilindrică cu ajutorul cercului de fricțiune.* Cercul de fricțiune are centrul în O (fig. 10.2) și raza $r = R_0 \sin \Phi$. Fiecare reacțiune elementară pe suprafața de alunecare este tangentă la acest cerc. Rezultanta acestor reacțiuni este tangenta la un cerc concentric cu raza $r' = R_0 \sin \Phi (1 + a)$; a depinde de modul de repartizare al încărcărilor pe suprafața de alunecare. Pentru o repartizare uniformă, parabolică sau triunghiulară, a este dat de expresiile:

$$a = \frac{\alpha_0^2}{4} + \frac{7\alpha^4}{5\,760} \quad (\text{repartizare uniformă});$$

$$a = \frac{\alpha_0^2}{40} + \frac{9\alpha^4}{22\,400} \quad (\text{repartizare parabolică});$$

$$a = \frac{\alpha_0^2}{36} - \frac{\alpha^4}{2\,160} \quad (\text{repartizare triunghiulară}). \quad (10.3)$$

Forțele care solicită masivul care alunecă sînt:

G — rezultanta tuturor încărcărilor (greutatea proprie, încărcări transmise prin fundațiile construcțiilor, forțe seismice, forțe hidrodinamice etc.) a cărei mărime, direcție și poziție este determinată prin calcul;

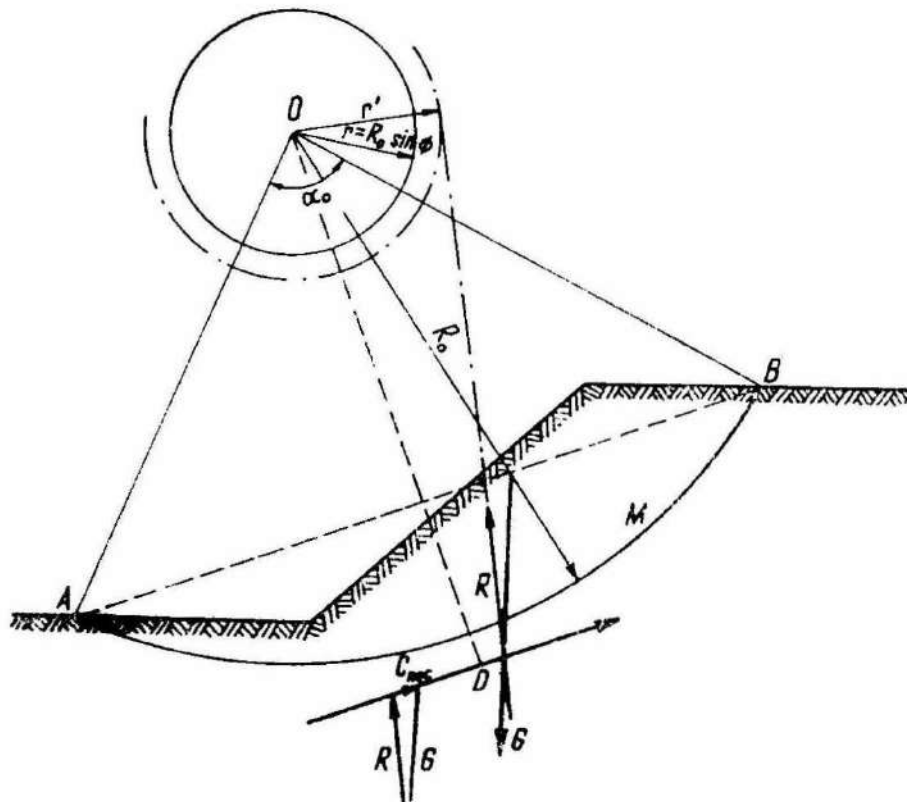


Fig. 10.2

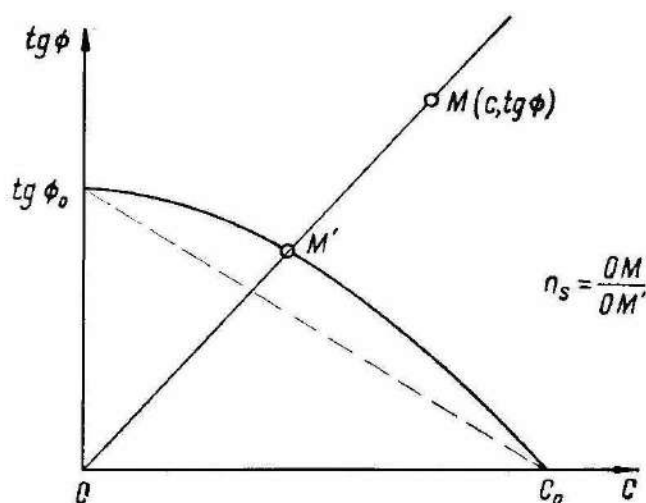


Fig. 10.3

C — rezultanta tuturor forțelor elementare de coeziune de-a lungul arcului AMB ; această rezultantă este paralelă cu coarda AB și are mărimea $C = c 2R \sin \frac{\alpha_0}{2}$ și se aplică la o distanță OD de la centru,

$$OD = R \frac{\alpha_0}{2 \sin \frac{\alpha_0}{2}};$$

R — rezultanta tuturor forțelor de frecare pe suprafața de contact de-a lungul arcului AMB ; ea trece prin punctul de intersecție

al forțelor G și C și este tangentă la cercul de fricțiune cu raza $R(1 + a)\sin \Phi$. Prin construirea paralelogramului de forțe se obțin perechile de valori c_{nec} și Φ_{nec} care determină echilibrul limită. Notînd c_{0nec} coeziunea necesară pentru echilibru limită atunci cînd $\Phi = 0$ și cu Φ_{0nec} unghiul de frecare internă necesar pentru echilibru limită atunci cînd $c = 0$, coeficientul de siguranță se scrie:

$$n_s = \frac{c_{real}}{c_{0nec}} + \frac{\text{tg } \Phi_{real}}{\text{tg } \Phi_{0nec}},$$

unde c_{real} și Φ_{real} sînt caracteristicile reale ale rezistenței la tăiere a pămîntului (determinate în laborator sau în situ).

Raportînd toate perechile de valori c_{nec} și $\text{tg } \Phi_{nec}$ într-un sistem de coordonate, $\text{tg } \Phi$ și c se obține locul geometric al acestor valori sub forma unei curbe (fig. 10.3). Coeficientul de siguranță este dat prin raportul OM/OM' , în care M reprezintă un pămînt cu caracteristici c și Φ date. Pe aceeași diagramă se poate aprecia și variația coeficientului de siguranță în funcție de răspîndirea valorilor c și Φ obținute experimental.

e) *Folosirea de abace*. Figura 10.4 dă două abace pentru cazul $\Phi \geq 0$, în funcție de unghiul β [13,15].

În fig. 10.5 și 10.6 se prezintă abace obținute pe baza experienței de pe canalul Volga — Don [28], care determină $N_1 = \frac{c}{\gamma h}$ în funcție de unghiul β și Φ . În diagrama din fig. 10.6 centrele O_1 , O_2 , O_3 ale suprafețelor posibile de alunecare se iau pe dreapta de referință O_1C la distanțe de $0,3 h$ între ele și față de O_1 (fig. 10.1).

Este recomandat să se determine coeficientul de stabilitate după mai multe metode, apreciind pe baza acestor rezultate care coeficient corespunde mai bine situației reale.

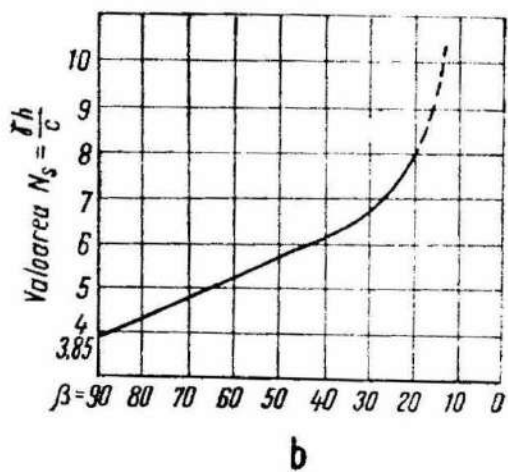
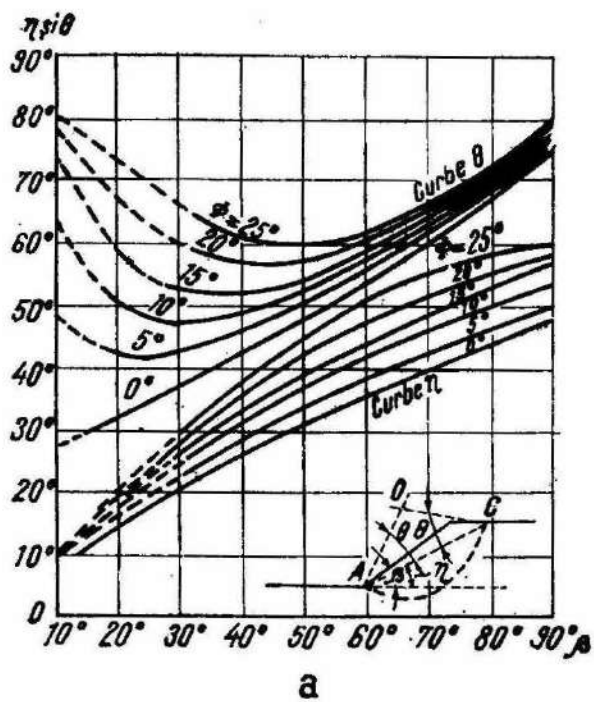


Fig. 10.4

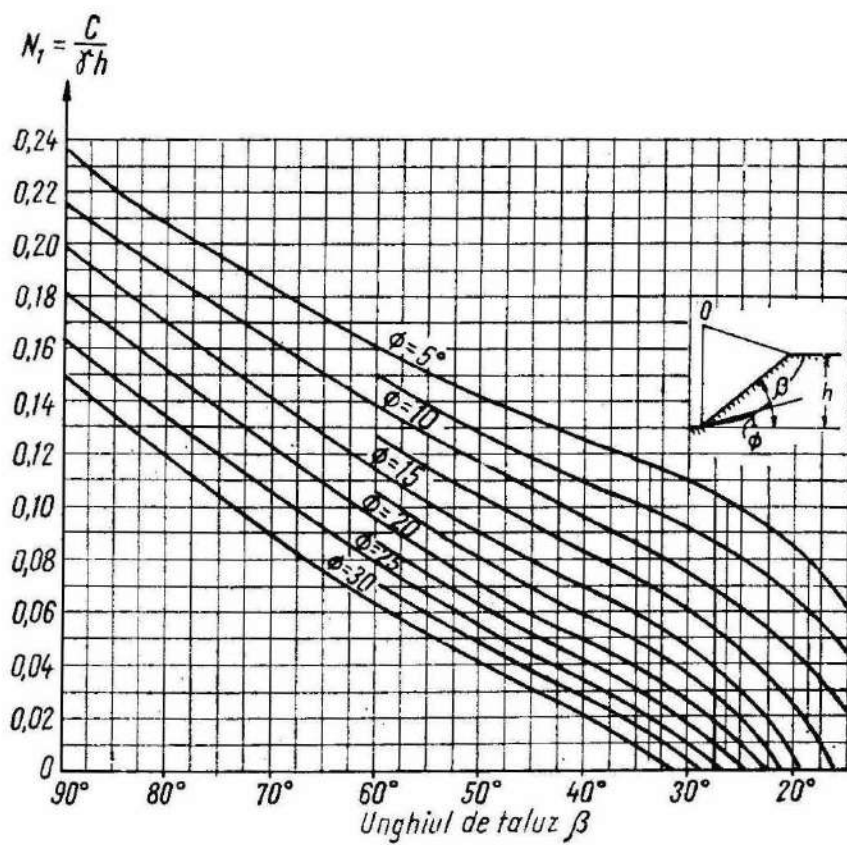


Fig. 10.5

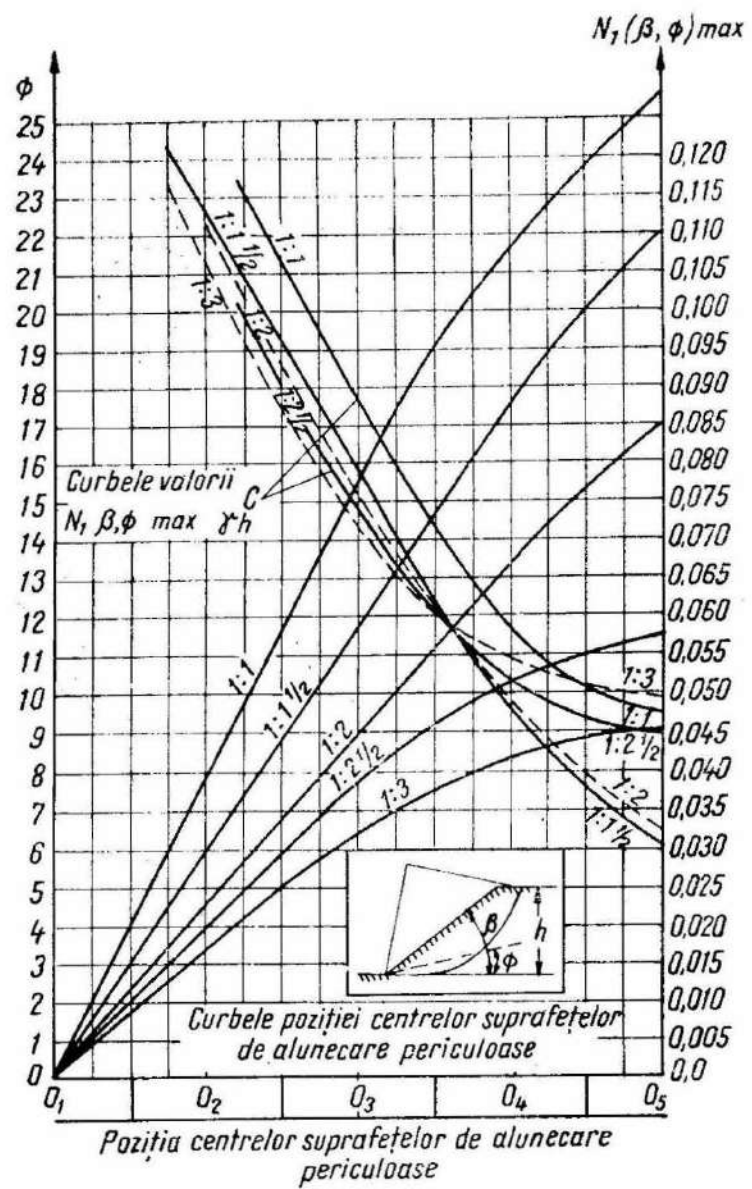


Fig. 10.6

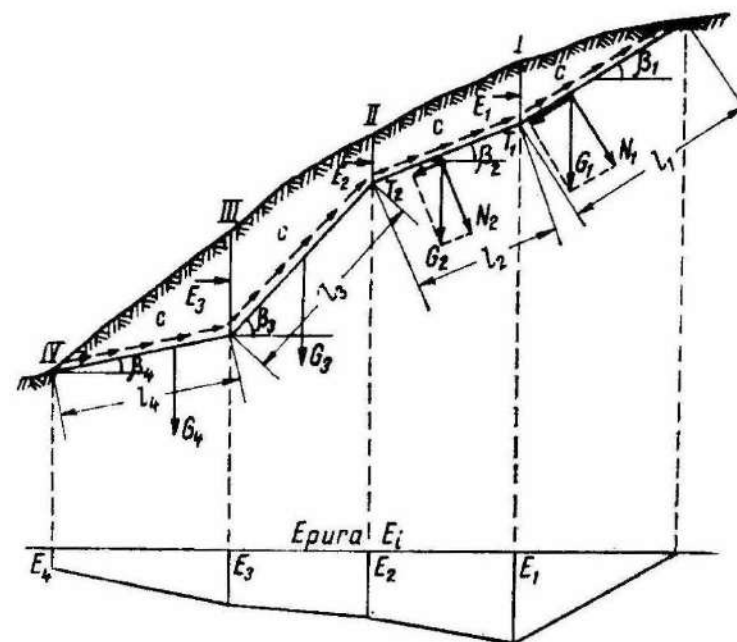


Fig. 10.7

f) Dacă natura versantului și stratificația indică posibilitatea dezvoltării unor alunecări pe plane predeterminate așa cum se arată în fig. 10.7, calculele de stabilitate se pot face în mod aproximativ, fie analitic fie grafic după următoarele scheme.

Conturul suprafeței de alunecare presupuse se asimilează cu o linie frântă iar în punctele de schimbare a pantei se duc pînă la suprafața terenului plane verticale, care împart masivul în fîșii. Asupra acestor fîșii acționează în direcția suprafeței de alunecare înclinată cu unghiul β_i față de orizontală, următoarele forțe: T_i , T'_i , C_i și proiecțiile împingerilor reciproce între fîșii E_i și E_{i-1} pe direcția β_i .

După cum E_i la piciorul taluzului are o valoare mai mică sau mai mare decît zero, versantul se consideră stabil sau nu. În acest ultim caz ($E_i > 0$), forța E_i trebuie preluată de un element de sprijinire.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 10.1. La o alunecare produsă în taluzul din fig. 10.8 s-a stabilit, prin sondaje, conturul suprafeței circulare de alunecare.

Să se verifice prin calcule de stabilitate valoarea reală a coeziunii pămîntului, în ipoteza $\Phi = 0$ și $\gamma = 1,9 \text{ t/m}^3$.

Rezolvare. Elementele geometrice care rezultă din trasarea curbei de alunecare, pe baza rezultatelor sondajelor sînt:

$$R_0 = 16 \text{ m};$$

$$2\alpha_1 = 57^\circ 40' \text{ determinat prin măsurătoare};$$

$$2\alpha_2 = 25^\circ 20' \text{ determinat prin măsurătoare};$$

$$\alpha_1 = 28^\circ 50'; \sin \alpha_1 = 0,482; \text{arc } \alpha_1 = 0,503;$$

$$\alpha_2 = 12^\circ 40'; \sin \alpha_2 = 0,219; \text{arc } \alpha_2 = 0,221.$$

Se calculează forțele care acționează, și anume:

— Greutatea G_1 a masivului de pămînt care se află în partea dreaptă a verticalei dusă prin centrul O al cercului de alunecare, pentru fîșia de 1 m lățime.

Suprafața sectorului de cerc ODC

$$F_1 = R_0^2 \text{arc } \alpha_1 = 16^2 \times 0,503 = 129 \text{ m}^2;$$

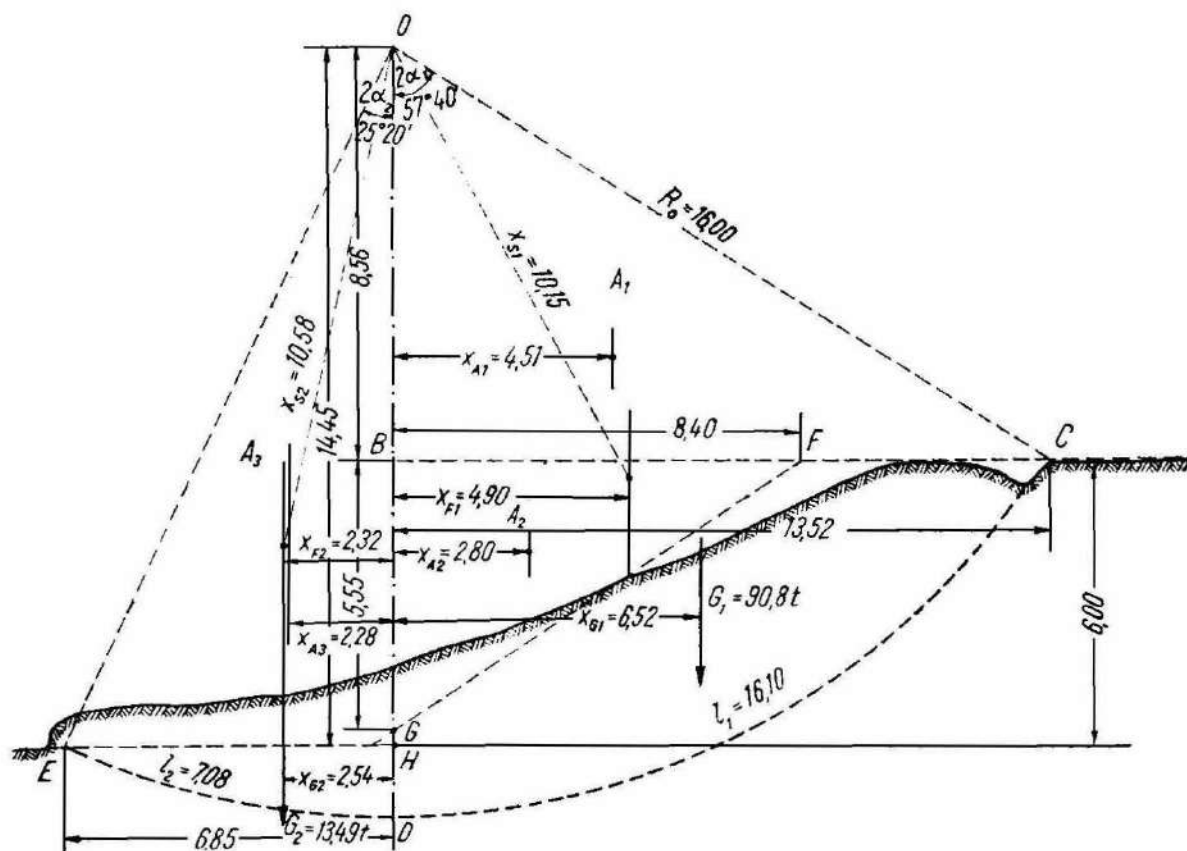


Fig. 10.8

Se scade suprafața triunghiurilor OBC (A_1) și BFG (A_2):

$$A_1 = \frac{1}{2} OB \cdot BC = \frac{1}{2} 8,56 \times 13,52 = 57,9 \text{ m}^2; \quad A_2 = \frac{1}{2} BG \cdot BF = \\ = \frac{1}{2} 5,55 \times 8,40 = 23,3 \text{ m}^2;$$

$$A_1 + A_2 = 81,2 \text{ m}^2; \quad F_1 - A_1 - A_2 = 129 - 81,2 = 47,8 \text{ m}^2;$$

$$G_1 = 47,8 \times 1,9 = 90,8 \text{ t.}$$

— Greutatea G_2 a masivului de pământ, care se află în partea stîngă a verticalei duse prin centrul O .

Suprafața sectorului de cerc ODE

$$F_2 = R_0^2 \alpha_2 = 16^2 \times 0,221 = 56,6 \text{ m}^2;$$

— Se scade suprafața triunghiului OEH (A_3)

$$A_3 = \frac{1}{2} OH \cdot EH = \frac{1}{2} 14,45 \times 6,85 = 49,5 \text{ m}^2;$$

$$F_2 - A_3 = 56,6 - 49,5 = 7,1 \text{ m}, \quad G_2 = 7,1 \times 1,9 = 13,49 \text{ t.}$$

Calculul brațelor de pîrghie x față de centrul O al cercului de alunecare

$$x_{F1} = x_{s1} \sin \alpha_1;$$

$$x_{F2} = x_{s2} \sin \alpha_2.$$

Se calculează distanța centrelor de greutate ale celor două sectoare de arc ($2\alpha_1$ și $2\alpha_2$) de la centrul cercului de alunecare

$$x_{s1} = \frac{2}{3} \frac{R_0 \cdot \sin \alpha_1}{\text{arc } \alpha_1} = \frac{2}{3} \frac{16 \times 0,482}{0,503} = 10,15 \text{ m},$$

$$x_{s2} = \frac{2}{3} \frac{R_0 \sin \alpha_2}{\text{arc } \alpha_2} = \frac{2}{3} \frac{16 \times 0,219}{0,221} = 10,58 \text{ m}.$$

Rezultă :

$$x_{F1} = 10,15 \times 0,482 = 4,90 \text{ m};$$

$$x_{F2} = 10,58 \times 0,219 = 2,32 \text{ m};$$

$$x_{G1} = \frac{F_1 x_{F1} - A_1 x_{A1} - A_2 x_{A2}}{F_1 - (A_1 + A_2)} = \frac{129 \times 4,90 - 57,9 \times 4,51 - 23,3 \times 2,80}{47,8} = 6,52 \text{ m};$$

$$x_{G2} = \frac{F_2 x_{F2} - A_3 x_{A3}}{F_2 - A_3} = \frac{56,6 \times 2,32 - 49,5 \times 2,28}{7,1} = 2,54 \text{ m}.$$

Lungimea arcelor de cerc

$$l_1 = 2R_0 \text{ arc } \alpha_1 = 2 \times 16 \times 0,503 = 16,10 \text{ m},$$

$$l_2 = 2R_0 \text{ arc } \alpha_2 = 2 \times 16 \times 0,221 = 7,08 \text{ m}.$$

$$l_1 + l_2 = 23,18 \text{ m}.$$

Prin egalarea momentelor în jurul centrului O se obține

$$G_1 x_{G1} = G_2 \cdot x_{G2} + c(l_1 + l_2)R_0,$$

de unde rezultă valoarea lui c

$$c = \frac{G_1 x_{G1} - G_2 x_{G2}}{(l_1 + l_2) R_0} = \frac{90,8 \times 6,52 - 13,49 \times 2,54}{23,18 \times 16};$$

$$c = 1,51 \text{ t/m}^2.$$

La reproiectarea taluzului, stabilitatea va fi verificată cu mai multe cercuri de alunecare. Cel mai nefavorabil va fi acel cerc, care necesită pentru menținerea stabilității o coeziune necesară maximă c_{nec} . Această coeziune trebuie să îndeplinească condiția:

$$c_{nec} < n_s \times 1,51 \text{ t/m}^2$$

în care n_s se alege conform normelor.

Exemplul 10.2. Să se verifice coeficientul de stabilitate al taluzului din fig. 10.9 avînd înălțimea $h = 6 \text{ m}$ și panta $1:1,5$, știind că taluzul este tăiat într-o argilă cu greutatea volumetrică $\gamma = 1,9 \text{ t/m}^2$ și cu coeziunea $c = 2 \text{ t/m}^2$, $\Phi = 0$.

Rezolvare. Elementele geometrice ale cercului de alunecare cel mai periculos se determină folosind diagrama din fig. 10.4,a.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{1,5}; \quad \beta = 33^\circ 40'$$

Din diagramă rezultă pentru $\beta = 33^\circ 40'$

$$\eta = 22^\circ; \quad \operatorname{tg} 22^\circ = 0,404; \quad \sin 22^\circ = 0,374.$$

$$\theta = 38^\circ; \quad \operatorname{tg} 38^\circ = 0,781; \quad \cos 38^\circ = 0,788.$$

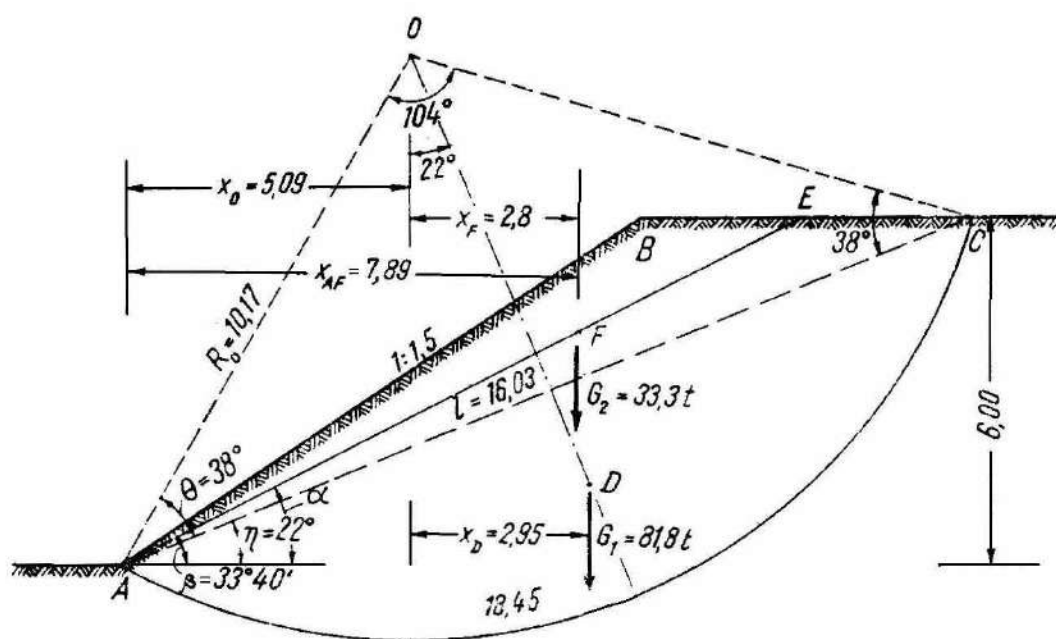


Fig. 10.9

Calculul elementelor geometrice

$$\text{— lungimea coardei } AC = \frac{h}{\sin 22^\circ} = \frac{6}{0,374} = 16,03 \text{ m.}$$

Rezultă raza

$$R_0 = \frac{AC}{2 \cos 38^\circ} = \frac{16,03}{1,576} = 10,17 \text{ m;}$$

— lungimea arcului de cerc ($\text{arc } 104^\circ = 1,815$):

$$\widehat{AC} = 1,815 \times 10,17 = 18,45 \text{ m;}$$

— suprafața segmentului de cerc:

$$S = \frac{R_0}{2} (\widehat{AC} - \overline{AC} \sin 38^\circ) = 4,22 \times 10,17 = 43 \text{ m}^2.$$

Greutatea masivului de pământ care alunecă de-a lungul suprafeței cilindrice de alunecare a cărei urmă este arcul $\widehat{AC}$, (pentru o fișie de 1 m lățime), rezultă din însumarea greutateților G_1 și G_2 .

— G_1 este greutatea sectorului cilindric, $G_1 = 43 \times 1,9 = 81,8 \text{ t}$.

— G_2 este greutatea prisme triunghiulare cu baza ABC . Pentru calculul greutateii G_2 este necesar să se calculeze lungimea BC .

$$BC = \overline{AC} \cos 22^\circ - AB \cos 33^\circ 40';$$

$$AB = \frac{h}{\sin 33^\circ 40'} = \frac{6}{0,550} = 10,90 \text{ m;}$$

$$BC = 16,03 \times 0,927 - 10,9 \times 0,832 = 5,85 \text{ m;}$$

$$G_2 = \frac{1}{2} 5,85 \times 6 \times 1,90 = 33,3 \text{ t.}$$

Se calculează distanțele centrelor de greutate:

$$x_0 = 10,17 \cos (22^\circ + 38^\circ) = 5,09 \text{ m;}$$

$$OD = \frac{AC^3}{12 \times 43} = \frac{16,03^3}{516} = 7,97 \text{ m;}$$

$$x_D = OD \sin 22^\circ = 7,97 \times 0,374 = 2,95 \text{ m};$$

$$AE^2 = \sqrt{\left(9 + \frac{5,85}{2}\right)^2 + 6^2} = 13,35 \text{ m};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{9 + \frac{5,85}{2}} = 0,501; \alpha = 26^\circ 30'; \cos \alpha = 0,885;$$

$$X_{AF} = \frac{2}{3} 13,35 \cos \alpha = 7,98 \text{ m}; \quad x_F = 8,79 - 5,09 = 2,80.$$

Coeficientul de stabilitate se determină prin raportul dintre momentul de stabilitate și momentul de răsturnare.

Momentul de stabilitate este dat de forțele de coeziune care se dezvoltă de-a lungul suprafeței cilindrice de alunecare, și are expresia

$$M_s = \widehat{AC} \cdot c \cdot R_0 = 18,45 \times 2 \times 10,17 = 376 \text{ t/m}.$$

Momentul de răsturnare este dat de forțele G_1 și G_2 și are expresia

$$M_r = x_D G_1 + x_F G_2 = (81,8 \times 2,95 + 33,3 \times 2,80) = 334,5 \text{ t/m}.$$

Rezultă coeficientul de stabilitate:

$$n_s = \frac{M_s}{M_r} = \frac{376}{334,5} = 1,12.$$

Exemplul 10.3. Să se determine înălțimea admisibilă a taluzului din exemplul 10.2 pentru un coeficient de stabilitate prescris $n_s = 1,3$.

Rezolvare. Se folosește diagrama din fig. 10.4, b. Pentru $\beta = 33^\circ 40'$; rezultă din diagramă: $N_s = 6,4$;

Pentru valorile: $c = 2 \text{ t/m}^2$; $n_s = 1,3$

$$h = N_s \frac{c}{\gamma n_s} = 6,4 \frac{2}{1,9 \times 1,3} = 5,2 \text{ m}.$$

Cu ajutorul diagramei citate mai înainte, se pot rezolva și diferite alte aspecte ale problemei. Astfel:

a) pentru taluzul de înălțime 6 m din fig. 10.9, să se determine care este panta maximă admisă — la un coeficient de stabilitate de 1,3?

$$6 = N_s \frac{2}{1,9 \times 1,3}; \quad \text{de unde } N_s = 7,4$$

rezultă din diagramă $\beta = 23^\circ$:

b) pentru taluzul din fig. 10.9 să se arate care este coeziunea c , ce trebuie realizată prin metode de îmbunătățire a pământului, pentru a se ajunge la un coeficient de stabilitate de 1,3?

$$6 = 6,4 \frac{c}{1,9 \times 1,3}; \quad c = 2,3 \text{ t/m}^2.$$

Exemplul 10.4. Să se verifice stabilitatea și să se determine cercul de alunecare cel mai defavorabil pentru taluzul din fig. 10.10, avînd următoarele caracteristici: înălțimea taluzului $h = 6 \text{ m}$; panta taluzului $1:1,5$; $\gamma = 1,9 \text{ t/m}^3$; coeziunea $c = 2 \text{ t/m}^2$; $\Phi_1 = 5^\circ$ și $\Phi_2 = 10^\circ$.

Rezolvare. Se folosesc diagramele din fig. 10.5 și 10.6.

În diagrama 10.6 pentru unghiul $\Phi_1 = 5^\circ$, se duce o linie orizontală pînă la intersecția cu curba de pantă $1:1,5$. Ridicînd o verticală din punctul de intersecție pînă la cealaltă curbă corespunzătoare pantei $1:1,5$, rezultă pe scara $N_1 (\beta, \Phi)$ valoarea

$$N_1 = 0,118; \quad c_1 = N_1 \cdot \gamma \cdot h = 0,118 \times 1,9 \times 6 = 1,35 \text{ t/m}^2; \quad n_s = \frac{2}{1,35} = 1,48.$$

Repetînd operația pentru $\Phi_2 = 10^\circ$, rezultă:

$$N_2 = 0,087; \quad c_2 = N_2 \cdot \gamma \cdot h = 0,087 \times 1,9 \times 6 = 0,99 \text{ t/m}^2; \quad n_s = \frac{2}{0,99} = 2.$$

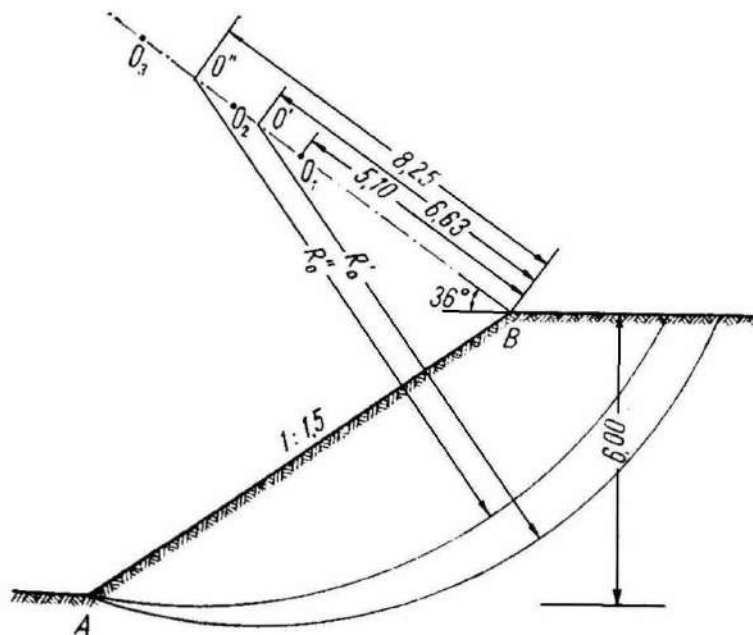


Fig. 10.10

Înălțimile admisibile sînt următoarele:
pentru $\Phi_1 = 5^\circ$;

$$h_1 = \frac{c}{N_1 \gamma} = \frac{2}{0,118 \times 1,9} = 8,9 \text{ m};$$

pentru $\Phi_2 = 10^\circ$;

$$h_2 = \frac{c}{N_2 \gamma} = \frac{2}{0,087 \times 1,9} = 12 \text{ m}.$$

Comparînd cu înălțimea reală, se poate trage o concluzie asupra gradului de stabilitate obținut.

Prin folosirea diagramei 10.6 se pot rezolva mai expeditiv următoarele probleme:

a) determinarea înălțimii admisibile pentru un grad de siguranță ales, și pentru o pantă prescrisă;

b) determinarea pantei admisibile, pentru același grad de siguranță, la o înălțime dată.

a) Pentru $\Phi = 10^\circ$

$$\operatorname{tg} \Phi' = \frac{\operatorname{tg} \Phi}{1,3} = \frac{0,176}{1,3} = 0,1345; \quad \Phi' = 8^\circ;$$

$$c' = \frac{c}{1,3} = \frac{2}{1,3} = 1,54 \text{ kg/cm}^2.$$

Intrînd în graficul din fig. 10.5, pentru unghiul de taluz 1 : 1,5, la curba $\Phi = 8^\circ$ corespunde

$$N_1 = 0,092; \quad h = \frac{c'}{\gamma N_1} = \frac{1,54}{1,9 \times 0,092} = 8,85 \text{ m}.$$

b) Se calculează $N_1 = \frac{c'}{\gamma h} = \frac{1,54}{1,9 \times 6} = 0,135$; intrînd în grafic pe scara lui N_1 cu această valoare și mergînd pe orizontală pînă la intersecția cu curba corespunzînd lui $\Phi' = 8^\circ$, rezultă unghiul $\beta = 52^\circ$, corespunzător unui taluz de 1,3 : 1.

Exemplul 10.5. Să se verifice stabilitatea taluzului din fig. 10.11 pentru cercul de alunecare presupus cu centrul O și raza $R = 24$ m după metoda fîșiiilor.

Rezolvare. Coeficientul de siguranță la stabilitate se determină conform formulei (10.2).

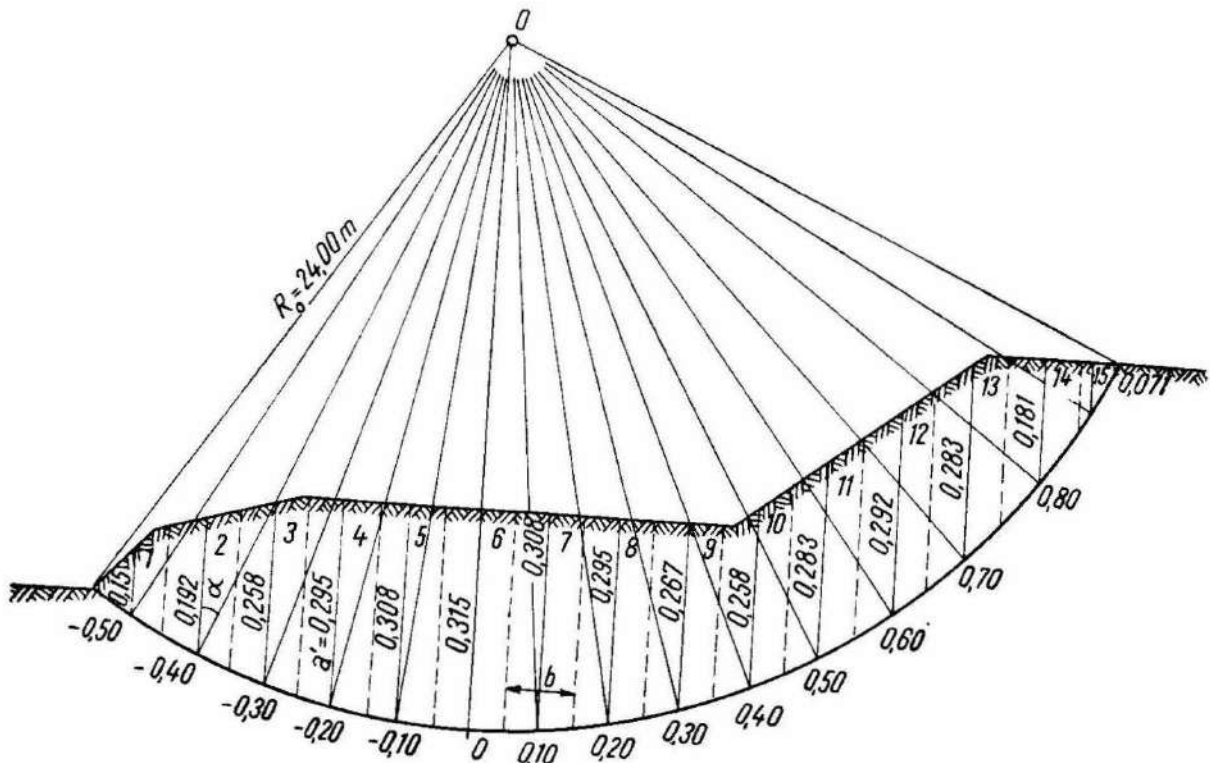


Fig. 10.11

Calculul este făcut pentru următoarele caracteristici ale terenului :

$$\gamma = 1,67 \text{ t/m}^3; \quad \Phi = 10^\circ; \quad c = 2 \text{ t/m}^2.$$

Cercul este împărțit în 15 fîșii de lățime $b = 0,10 \times R_0$. Atît lățimea fîșiei cît și înălțimile respective sînt exprimate în valori adimensionale, adică valoarea reală împărțită prin rază (lățimea $b' = \frac{b}{R} = \frac{0,1 \times R}{R} = 0,1$; înălțimea medie $a' = \frac{a}{R}$); înălțimea medie a' a fiecărei fîșii este trecută în fig. 10.11, în dreptul fiecărei secțiuni.

Greutatea fiecărei fîșii G_i rezultă deci

$$G_i = b'_i a'_i \gamma \cdot R_0^2.$$

Rezultatele calculelor sînt date în tabela 10.3.

Valoarea coeficientului de siguranță la stabilitate este:

$$n_s = \frac{55,60 + 26,80 + 82,80}{92,3} = 1,79$$

T a b e l a 10.3

Nr. fișiei	b' (redus)	a' (redus)	γ t/m ²	G_i t	α_i	$\sin \alpha_i$	$\cos \alpha_i$	$T_i =$ $= G_i \cdot \sin \alpha_i$	$N_i =$ $= G_i \cdot \cos \alpha_i$
1	0,1	0,150	1,67	7,2	-34°	-0,557	0,830	—	—
2	0,1	0,192	1,67	18,4	-30°	-0,500	0,866	— 3,60	6,25
3	0,1	0,258	1,67	24,8	-23°30'	-0,398	0,917	— 7,33	16,90
4	0,1	0,295	1,67	28,3	-17°30'	-0,295	0,955	— 7,30	23,80
5	0,1	0,308	1,67	29,6	-11°30'	-0,198	0,980	— 5,60	27,60
6	0,1	0,315	1,67	30,3	-5°40'	-0,100	0,994	— 2,96	29,40
7	0,1	0,308	1,67	29,6	0	0	1,000	0	30,30
8	0,1	0,295	1,67	28,3	5°40'	0,100	0,994	2,96	29,40
9	0,1	0,267	1,67	25,6	11°30'	0,198	0,980	5,60	27,60
10	0,1	0,258	1,67	24,8	17°30'	0,295	0,955	7,55	24,50
11	0,1	0,283	1,67	27,2	23°30'	0,398	0,917	9,88	22,80
12	0,1	0,292	1,67	28,0	30°	0,500	0,866	13,60	23,60
13	0,1	0,283	1,67	27,2	36°50'	0,600	0,800	16,80	22,40
14	0,1	0,181	1,67	17,4	44°30'	0,700	0,715	19,00	19,50
15	0,1	0,071	1,67	3,4	53°10'	0,800	0,597	13,90	10,40
		—	—	—	62°	0,881	0,471	3,00	1,60
					64°30'	0,900	0,435	—	—

$$\Sigma T_i = + 92,30 \text{ t/m}$$

$$\Sigma T_i = - 26,80 \text{ t/m}$$

$$\Sigma N_i = 316,10 \text{ t/m}$$

în care:

$$\Sigma c l_i = c R_0 \alpha = 2 \times 41,4 = 82,8 \text{ t/m}$$

$$\Sigma G_i \cos \alpha_i \operatorname{tg} \Phi = 316,10 \times 0,176 = 55,60 \text{ t/m}.$$

Exemplul 10.6. Să se calculeze împingerea care acționează asupra unui zid de sprijin așezat la piciorul taluzului din fig. 10.12.

Stratificația arată prezența unui strat deluvionar situat deasupra unei roci stîncose, avînd configurația liniei frînte BD .

Caracteristicile fizice și mecanice ale pămîntului în care este tăiat taluzul sînt: $\gamma = 1,9 \text{ t/m}^3$; $c = 1,8 \text{ t/m}^2$; $\Phi = 10^\circ$.

Rezolvare. Întregul masiv care alunecă se împarte prin plane verticale care trec prin punctele de schimbare de pantă ale suprafeței de alunecare.

Asupra fiecărei fișii acționează:

G — greutatea proprie a fișiei;

E — împingerea pămîntului din masivele amonte și aval, care acționează pe planele verticale de separație;

R — forțele de reacțiune de-a lungul suprafețelor de alunecare, înclinate cu unghiul Φ față de normală (în sensul acelor de ceasornic);

C — forțele de coeziune, care acționează paralel cu planul de alunecare ($C_i = c \cdot l_i$).

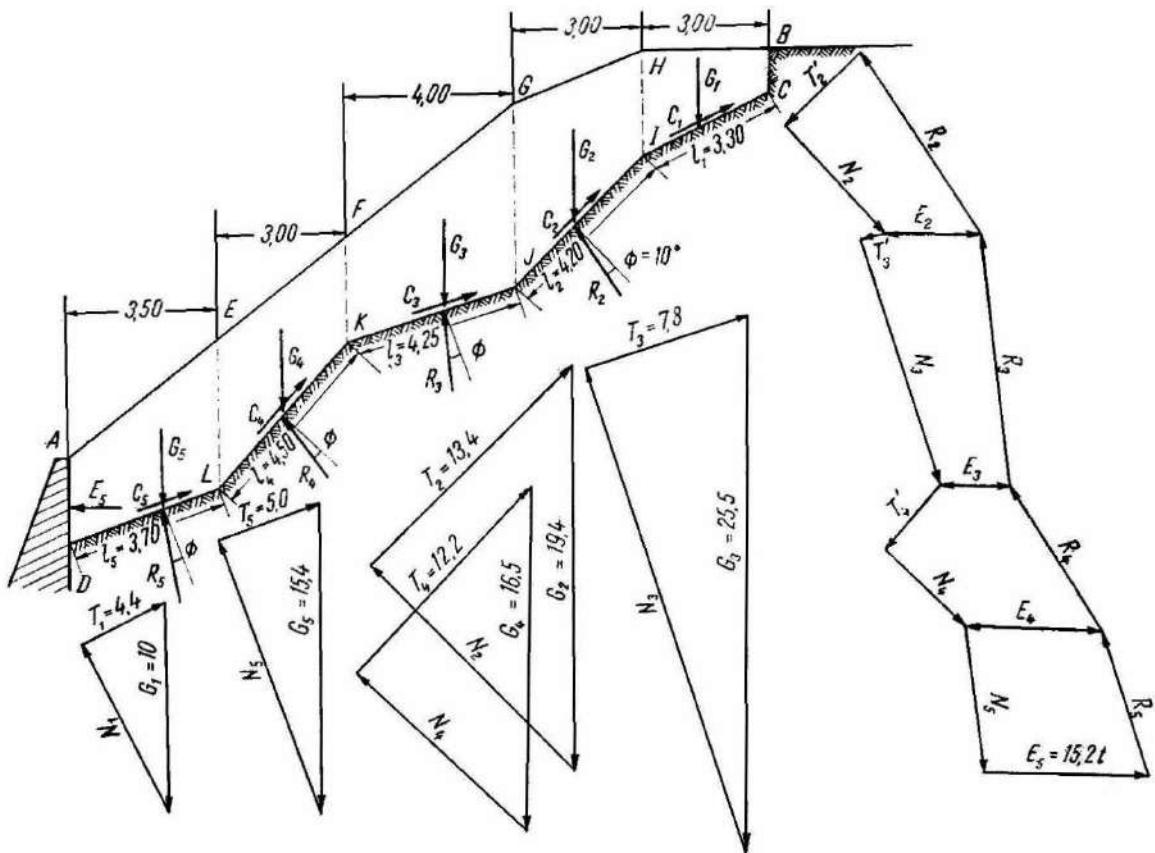


Fig. 10.12

Toate forțele se consideră pentru 1 m lățime din masiv.
Se calculează greutatea G a fiecărei fișii:

$$G_1 = \frac{1 + 2,5}{2} \cdot 3 \times 1,9 = 10 \text{ t}; \quad G_2 = \frac{2,5 + 4,3}{2} 3 \times 1,9 = 19,4 \text{ t};$$

$$G_3 = \frac{4,3 + 2,4}{2} 4 \times 1,9 = 25,5 \text{ t}; \quad G_4 = \frac{2,4 + 3,4}{2} 3 \times 1,9 = 16,5 \text{ t};$$

$$G_5 = \frac{3,4 + 2}{2} 3 \times 1,9 = 15,4 \text{ t}.$$

Se descompune grafic greutatea proprie a fiecărui masiv într-o componentă normală și una paralelă la planul de alunecare. Componenta tangențială se înmulțește cu un coeficient de siguranță $n_s = 1,3$.

Valorile acestei componente, cât și cele ale forțelor de coeziune, sînt date în tabela 10.4.

Se determină grafic împingerea E pe planele verticale de separație între masive, din condiția de echilibru pentru fiecare masiv. În exemplul de față, direcția forțelor de împingere E s-a luat orizontală.

Primul masiv nu dă împingere pe planul vertical HI , stabilitatea fiind asigurată prin aceea că forța de coeziune în planul de alunecare echilibrează

T a b e l a 10.5

Fîşia	înălţimi a_i	$G_i = A_i \cdot \gamma$ t/m	x_i m	$x_i G_i$ tm/m
1	$a_1^{dr} = 0$ $a_1^{st} = 1,15$	$G_1 = \frac{2}{1} 1,9 \times 1,15 \times 0,75 + 0,82$	11,37	9,3
2	$a_2^{dr} = 1,15$ $a_2^{st} = 2,35$	$G_2 = \frac{1}{2} 1,9 (1,15 + 2,35) \times 1 = 3,32$	10,5	34,8
3	$a_3^{dr} = 2,35$ $a_3^{st} = 3,35$	$G_3 = \frac{1}{2} 1,9 (2,35 + 3,35) \times 1 = 5,41$	9,5	51,5
4	$a_4^{dr} = 3,35$ $a_4^{st} = 3,45$	$G_4 = \frac{1}{2} 1,9 (3,35 + 3,45) \times 1 = 6,45$	8,5	55,0
5	$a_5^{dr} = 3,45$ $a_5^{st} = 3,40$	$G_5 = \frac{1}{5} 1,9 (3,45 + 3,40) \times 1 = 6,50$	7,5	48,7
6	$a_6^{dr} = 3,4$ $a_6^{st} = 3,2$	$G_6 = \frac{1}{2} 1,9 (3,40 + 3,20) \times 1 = 6,26$	6,5	40,7
7	$a_7^{dr} = 3,2$ $a_7^{st} = 2,9$	$G_7 = \frac{1}{2} 1,9 (3,20 + 2,90) \times 1 = 5,80$	5,5	32,0
8	$a_8^{dr} = 2,9$ $a_8^{st} = 2,6$	$G_8 = \frac{1}{2} 1,9 (2,90 + 2,60) \times 1 = 5,22$	4,5	23,5
9	$a_9^{dr} = 2,6$ $a_9^{st} = 2,0$	$G_9 = \frac{1}{2} 1,9 (2,60 + 2,00) \times 1 = 4,37$	3,5	15,3
10	$a_{10}^{dr} = 2,0$ $a_{10}^{st} = 1,45$	$G_{10} = \frac{1}{2} 1,9 (2,00 + 1,45) \times 1 = 3,28$	2,5	8,2
11	$a_{11}^{dr} = 1,45$ $a_{11}^{st} = 0,8$	$G_{11} = \frac{1}{2} 1,9 (1,45 + 0,80) \times 1 = 2,14$	1,5	3,2
12	$a_{12}^{dr} = 0,8$ $a_{12}^{st} = 0$	$G_{12} = \frac{1}{2} 1,9 \times 0,80 \times 1,0 = 0,76$	0,5	0,4
		$x = \frac{322,6}{50,33} = 6,40 \text{ m}$		

siderării echilibrului masivului în întregime, cu relația (10.4). Elementele geometrice ale masivului sînt date prin: $h = 6$ m; panta $= 1 : 1,5$; $R_0 = 11,60$ m; $\alpha = 68^\circ 40'$; $\text{arc } 68^\circ 40' = 1,194$.

Caracteristicile pămîntului sînt: $\gamma = 1,9$ t/m³; $c = 2$ t/m²; $\Phi = 10^\circ$.

Rezolvare. Asupra masivului acționează:

- greutatea proprie G ;
- rezistența forțelor de coeziune C ;
- rezultanta forțelor de reacțiune, normale la suprafața de alunecare.

Greutatea proprie se calculează prin metoda însumării fîșiiilor. Se împarte masivul în 12 fîșii de 1 m lățime. Înălțimile acestor fîșii a_i^{dr} , a_i^{st} sînt date în tabela 10.5. Se calculează distanțele x_i ale forțelor față de punctul A . Calculul este dat de asemenea în tabela 10.5.

Rezultanta forțelor de coeziune $C = cl = c R_0 \text{ arc } \alpha = 2 \times 11,60 \times 1,194 = 2 \times 13,85 = 27,70$ t/m.

Direcția forței este paralelă cu coarda AD . Forța acționează la o distanță de centrul O egală cu

$$R'_0 = R_0 \frac{\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = 11,60 \frac{1,194}{1,128} = 12,35 \text{ m.}$$

Pentru determinarea lui $c_{0 \text{ nec}}$, se presupune $\Phi = 0$.

Cele două forțe (G și C) se intersectează în punctul M . Rezultanta forțelor de reacțiune trebuie să treacă prin M și centrul O . În consecință, direcția ei este dată de dreapta OM . Se descompune forța G după direcțiile celor două forțe (triunghiul de forțe abd).

Segmentul bd este egal la scara forțelor cu forța de coeziune totală necesară pentru oprirea alunecării, în cazul $\Phi = 0$.

$$bd = C_{0 \text{ nec}} = 20 \text{ t/m}$$

ceea ce echivalează cu o coeziune unitară necesară de

$$c_{0 \text{ nec}} = \frac{20}{13,85} = 1,45 \text{ t/m}^2.$$

Pentru determinarea lui $\Phi_{0 \text{ nec}}$ se presupune $c = 0$.

Rezultanta forțelor exterioare G trebuie echilibrată de rezultanta forțelor de reacțiune pe suprafața de alunecare. Cercul de fricțiune la această rezultantă are ca rază (conform figurii) $r' = 4,95$ m calculat cu formula:

$$r' = (1 + a) R_0 \sin \Phi_{0 \text{ nec}}$$

în care $\Phi_{0\text{ nec}}$ este unghiul de frecare necesar pentru echilibrarea alunecării, în cazul $c = 0$.

Pentru o repartiție parabolică, conform formulelor (10.3) (neglijând al doilea termen):

$$a = \frac{\alpha^2}{40} = \frac{1,194^2}{40} = 0,036;$$

$$\sin \Phi_{0\text{ nec}} = \frac{r'}{(1+a)R_0} = \frac{4,95}{1,036 \times 11,60} = 0,411;$$

$$\Phi_{0\text{ nec}} = 24^\circ 16'; \quad \operatorname{tg} \Phi_{0\text{ nec}} = 0,451.$$

Coeficientul de siguranță se definește prin

$$n_s = \frac{c}{c_{0\text{ nec}}} + \frac{\operatorname{tg} \Phi}{\operatorname{tg} \Phi_{0\text{ nec}}} = \frac{2}{1,45} + \frac{0,176}{0,451} = 1,77.$$

Exemplul 10.8. Un masiv de pământ, limitat de un taluz și de cercul de alunecare, are dimensiunile și caracteristicile fizico-mecanice următoare (fig. 10.14, a): $R_0 = 10,85$ m; $\Phi = 20^\circ$; $c = 2$ t/m²; $\gamma_s = 2,70$ t/m³; $n = 40\%$.

Să se verifice stabilitatea sa prin determinarea solicitărilor limită la care acest taluz poate fi supus.

Rezolvare. Se determină cercurile de fricțiune:

$$r = R_0 \sin \Phi = 3,72 \text{ m.}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{7,70}{10,85} = 0,705; \quad \frac{\alpha}{2} = 44^\circ 50'; \quad \alpha = 89^\circ 40'; \quad \operatorname{arc} 89^\circ 40' = 1,56.$$

$$a \approx \frac{1,56^2}{40} = 0,061; \quad r' = 3,72(1+a) = 3,96.$$

Se compun toate forțele elementare G_i (fig. 10.14, b) și se determină construind poligonul funicular, centrul de greutate al întregului masiv, prin care trece rezultanta ΣG_i (fig. 10.14, a).

Calculul greutății fișiiilor este dat în tabela 10.6, unde greutatea volumetrică a pământului saturat are valoarea:

$$\gamma = (1-n) \gamma_s + n \gamma_w = \left(1 - \frac{40}{100}\right) 2,70 + \frac{40}{100} \times 1 = 2,02 \text{ t/m}^3.$$

T a b e l a 10.6

Inălțimi a_i	$G_i = A_i \cdot \gamma$	Inălțimi a_i	$G_i = A_i \cdot \gamma$
$a_1^{dr} = 0$ $a_1^{st} = 2,0$	$G_1 = 1 \frac{2}{2} 2,02 = 2,02 \text{ t}$	$a_8^{dr} = 3,4$ $a_8^{st} = 2,9$	$G_8 = 1 \frac{3,4 + 2,9}{2} 2,02 = 6,35 \text{ t}$
$a_2^{dr} = 2,0$ $a_2^{st} = 3,3$	$G_2 = 1 \frac{2,0 + 3,3}{2} 2,02 = 5,32 \text{ t}$	$a_9^{dr} = 2,9$ $a_9^{st} = 2,3$	$G_9 = 1 \frac{2,9 + 2,3}{2} 2,02 = 5,23 \text{ t}$
$a_3^{dr} = 3,3$ $a_3^{st} = 4,3$	$G_3 = 1 \frac{3,3 + 4,3}{2} 2,02 = 7,65 \text{ t}$	$a_{10}^{dr} = 2,3$ $a_{10}^{st} = 1,5$	$G_{10} = 1 \frac{2,3 + 1,5}{2} 2,02 = 3,82 \text{ t}$
$a_4^{dr} = 4,3$ $a_4^{st} = 4,3$	$G_4 = 1 \frac{4,3 + 4,3}{2} 2,02 = 8,65 \text{ t}$	$a_{11}^{dr} = 1,5$ $a_{11}^{st} = 0,8$	$G_{11} = 1 \frac{1,5 + 0,8}{2} 2,02 = 2,30 \text{ t}$
$a_5^{dr} = 4,3$ $a_5^{st} = 4,2$	$G_5 = 1 \frac{4,3 + 4,2}{2} 2,02 = 8,55 \text{ t}$	$a_{12}^{dr} = 0,8$ $a_{12}^{st} = 0,6$	$G_{12} = 1 \frac{0,8 + 0,6}{2} 2,02 = 1,40 \text{ t}$
$a_6^{dr} = 4,2$ $a_6^{st} = 3,9$	$G_6 = 1 \frac{4,2 + 3,9}{2} 2,02 = 8,15 \text{ t}$	$a_{13}^{dr} = 0,6$ $a_{13}^{st} = 0,4$	$G_{13} = 1 \frac{0,6 + 0,4}{2} 2,02 = 1,00 \text{ t}$
$a_7^{dr} = 3,9$ $a_7^{st} = 3,4$	$G_7 = 1 \frac{3,9 + 3,4}{2} 2,02 = 7,35 \text{ t}$	$a_{14}^{dr} = 0,4$ $a_{14}^{st} = 0$	$G_{14} = 1 \frac{0,4}{2} 2,02 = 0,40 \text{ t}$
		$G = \Sigma G_i = 68,20 \text{ t}$	

Forțele hidrodinamice P_i care trec prin centrul O sînt calculate în tabela 10.7 (considerînd că curba de depresie coincide cu taluzul).

T a b e l a 10.7

Flșia	$h_i^*)$	l_i	$P_i = \gamma_w h_i l_i$
I	1,0	2,4	$P_I = 1 \times 1 \times 2,4 = 2,4 \text{ t}$
II	1,9	2,4	$P_{II} = 1 \times 1,9 \times 2,4 = 4,55 \text{ t}$
III	2,6	2,3	$P_{III} = 1 \times 2,6 \times 2,3 = 6,00 \text{ t}$
IV	2,7	1,9	$P_{IV} = 1 \times 2,7 \times 1,9 = 5,15 \text{ t}$
V	2,3	1,9	$P_V = 1 \times 2,3 \times 1,9 = 4,40 \text{ t}$
VI	1,8	1,9	$P_{VI} = 1 \times 1,8 \times 1,9 = 3,50 \text{ t}$
VII	0,8	1,8	$P_{VII} = 1 \times 0,8 \times 1,8 = 1,45 \text{ t}$
VIII	0,6	2,9	$P_{VIII} = 1 \times 0,6 \times 2,9 = 1,75 \text{ t}$

*) h_i este înălțimea coloanei de apă între curba de depresie și suprafața de alunecare

Prin compunerea grafică în poligonul de forțe din fig. 10.14, c se obține valoarea rezultantei.

$$P = \Sigma P_i = 27,5 \text{ t/m.}$$

Prin compunerea grafică a forțelor G și P (fig. 10.14,d) se obține mărimea $R = 46,5$ t/m care trece prin punctul M de intersecție al celor două forțe, R fiind dat ca direcție, poziție și mărime.

Coeficientul de siguranță al taluzului se poate determina grafic în modul următor: rezultanta tuturor forțelor de coeziune $C = c \cdot AB = 2 \times 15,40 = 30,80$ t/m este paralelă cu coarda AB , și trece la o distanță x de la centru egală cu

$$x = \frac{0,78}{0,705} R_0 = 10,85 \times 1,11 = 12 \text{ m.}$$

Ducând prin punctul N de intersecție al forțelor C și R o tangentă la cercul de fricțiune corectat, se obține direcția rezultantei F a reacțiunilor de-a lungul arcului AB .

Construind un poligon de forțe în care este cunoscută forța C și direcția celorlalte două forțe R' (paralelă cu R) și F se obține valoarea lui R . (fig. 10.14,e). Raportul R'/R poate fi considerat ca o expresie a coeficientului de siguranță, considerând R' valoarea limită pe care o poate atinge R , pentru a nu periclita stabilitatea taluzului.

În cazul de față, din poligonul de forțe în care $C = 30,8$ t/m, $R' \parallel R$ și F paralel cu tangenta la cercul de fricțiune, reiese că $R' = 115$ t/m; Deoarece $R = 46,5$ t/m coeficientul de siguranță este:

$$n_s = \frac{R'}{R} = \frac{115}{46,5} = 2,47.$$

O altă expresie pentru coeficientul de siguranță poate fi dedusă în modul următor:

Se construiește un poligon de forțe (fig. 10.14, f) în care sînt date forțele R și C determinate înainte. Linia de închidere a poligonului dă direcția rezultantei reacțiunilor F' . Ducînd paralel la F' o tangentă la cercul de fricțiune corectat, intersecția între această linie și C dă punctul S prin care ar trebui să treacă R în cazul echilibrului limită. Fiind e distanța de la centru la forța R ce trece prin acest punct S de intersecție și d_1 , distanța de la centru a rezultantei R în poziția ei reală, raportul e/d_1 poate fi considerat ca o expresie a coeficientului de siguranță reprezentînd momentul suplimentar la care masivul poate fi expus fără să piardă stabilitatea.

Valoarea coeficientului de siguranță la stabilitate este:

$$n_s = \frac{e}{d_1} = \frac{10,95}{6,65} = 1,65.$$

Exemplul 10.9. Caracteristicile fizico-mecanice ale pămînturilor în care este executat taluzul din exemplul 10.8 (fig. 10.14) sînt determinate cu o abatere maximă admisă de $\pm 25\%$. Să se determine prin metode grafo-analitice limitele în care variază gradul de stabilitate al taluzului pentru cazurile:

a) c_0 ; $\text{tg } \Phi = 0$; b) $c = 0$; $\text{tg } \Phi_0$; c) $c_1 = c_0/3$; $\text{tg } \Phi_1$; d) $c_2 = 2c_0/3$; $\text{tg } \Phi_2$.

Se determină grafic după metoda descrisă în exemplul 10.7 perechile de valori de c și $\operatorname{tg} \Phi$ pentru care este asigurată stabilitatea în stare limită.

Rezultanta forțelor ce acționează asupra taluzului este $R = 46,5 \text{ t/m}$ (v. exemplul 10.8).

Rezolvare. a) Grafic rezultă (fig. 10.15, b) $C_0 = 26,5 \text{ t/m}$

$$c_0 = \frac{C_0}{AB} = \frac{26,5}{15,40} = 1,72 \text{ t/m}^2.$$

b) Reacțiunea F'_0 va fi egală și de semn contrar forței R (fig. 10.15, c). Totodată F'_0 va fi tangentă la cercul de fricțiune avînd raza $r = d_1 = 6,65 \text{ m}$. Cunosînd că $r' = R_0 \sin \Phi_0 (1 + a)$, rezultă $r' = 10,85 \sin \Phi_0 (1 + 0,063) = 6,65 \text{ m}$;

$$\sin \Phi_0 = 0,575; \quad \Phi_0 = 35^\circ.$$

c) $c_1 = \frac{1}{3} c_0 = 0,575 \text{ t/m}^2$. Rezultanta forțelor de coeziune $C_1 = c_1 \cdot AB = 0,57 \times 15,40 = 8,85 \text{ t/m}$.

Din poligonul forțelor (fig. 10.15, d) rezultă direcția F_1 , stabilindu-se apoi valoarea razei cercului de fricțiune $r_1 = 4,90 \text{ m}$.

$$\sin \Phi_1 = \frac{r_1}{R_0 (1 + a)} = \frac{4,90}{10,85 (1 + 0,063)} = 0,423; \quad \Phi_1 = 25^\circ$$

d) $c_2 = \frac{2}{3} c_0 = 1,15 \text{ t/m}^2$. Rezultanta forțelor de coeziune $C_2 = c_2 \cdot AB = 1,15 \times 15,40 = 17,70 \text{ t}$.

Determinînd în poligonul forțelor (fig. 10.15, e), direcția F_2 , rezultă mărirea razei $r_2 = 2,30 \text{ m}$

$$\sin \Phi_2 = \frac{r_2}{R_0 (1 + a)} = \frac{2,30}{10,85 (1 + 0,063)} = 0,200; \quad \Phi_2 = 11^\circ 30'.$$

Deci perechile de valori ale caracteristicilor de tăiere, în cazul stării de echilibru limită a versantului, sînt următoarele:

- | | | | |
|--|------------------------------|--|----------------------------|
| a) $\operatorname{tg} \Phi = 0$; | $c_0 = 1,72 \text{ t/m}^2$; | c) $\operatorname{tg} \Phi_1 = 0,47$; | $c = 0,57 \text{ t/m}^2$; |
| b) $\operatorname{tg} \Phi_0 = 0,70$; | $c = 0$; | d) $\operatorname{tg} \Phi_2 = 0,20$; | $c = 1,15 \text{ t/m}^2$. |

Cu aceste valori se trasează curba K (fig. 10.16) pentru cazul stării de echilibru limită.

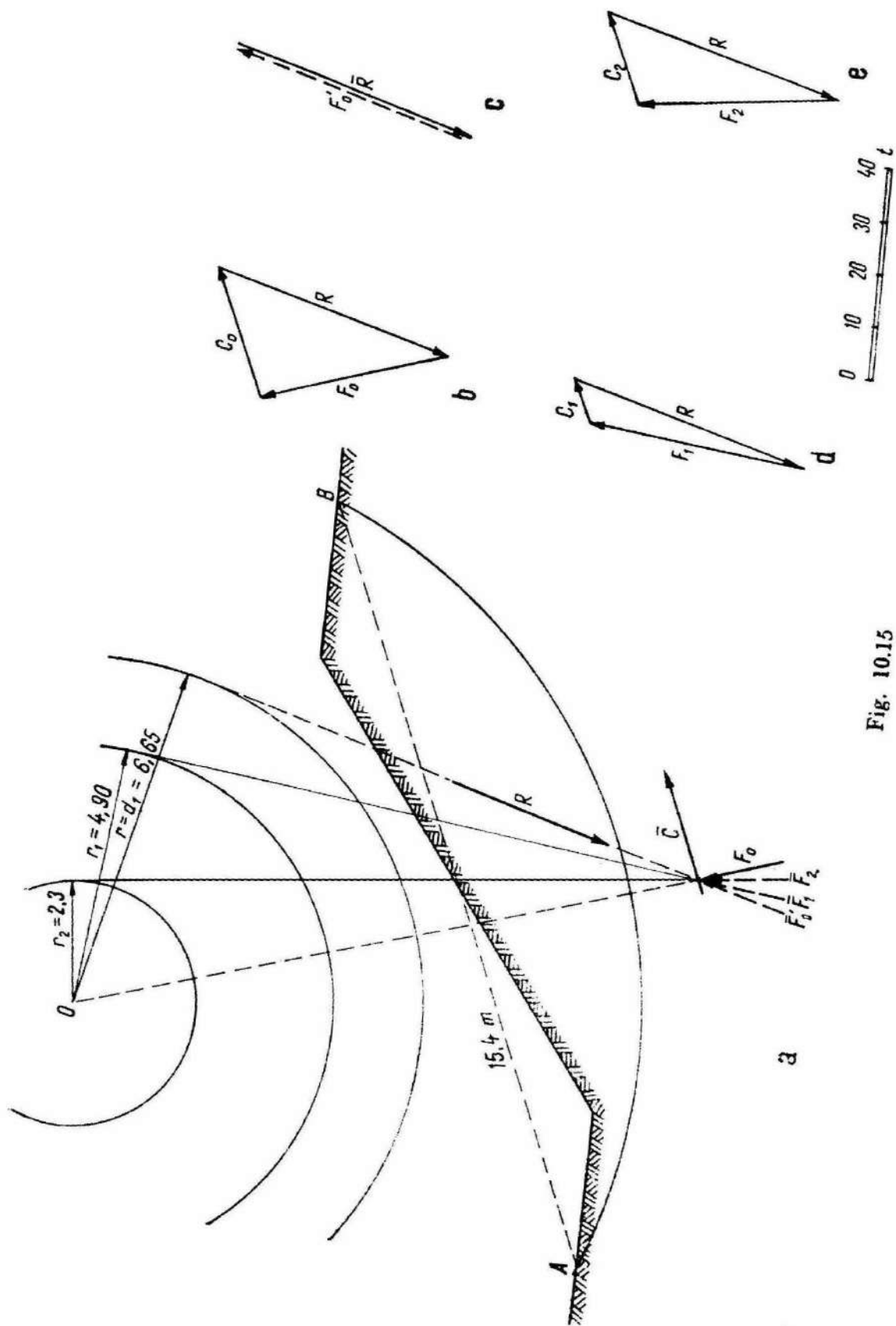


Fig. 10.15

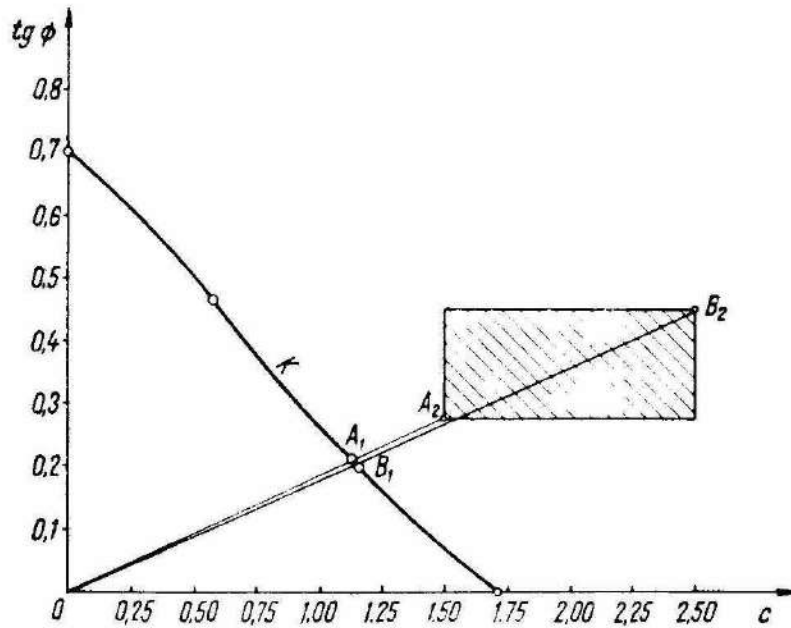


Fig. 10.16

Cunoscând mărimile reale $\operatorname{tg} \Phi = 0,365$; $c = 2 \text{ t/m}^2$, valorile de răspîndire maxime — respectiv minime — vor fi:

$$\operatorname{tg} \Phi_{\max} = (1 + 0,25) 0,365 = 0,455; \quad c_{\max} = (1 + 0,25) 2 = 2,5 \text{ t/m}^2$$

$$\operatorname{tg} \Phi_{\min} = (1 - 0,25) 0,365 = 0,275; \quad c_{\min} = (1 - 0,25) 2 = 1,5 \text{ t/m}^2.$$

Ele delimitează domeniul de variație al caracteristicilor reale de tăiere ale pămîntului (aria hașurată din fig. 10.16).

Valorile extreme ale gradului de stabilitate vor fi:

$$n_s^{\min} = \frac{OA_2}{OA_1} = 1,32; \quad n_s^{\max} = \frac{OB_2}{OB_1} = 2,17.$$

Exemplul 10.10. a) Să se determine prin rezolvarea cu diferențe finite a ecuațiilor de echilibru limită, conturul limită al unui taluz tăiat într-un pămînt cu următoarele caracteristici:

$$c = 3 \text{ t/m}^2; \quad \Phi = 10^\circ; \quad \gamma = 1,8 \text{ t/m}^3;$$

b) Care este înălțimea maximă care se poate da acestui taluz?

Rezolvare. a) Din tabelele 10.1 — 10.2 calculate după metoda Sokolovski rezultă următoarele coordonate pentru conturul care limitează taluzul:

$$\bar{x} = x \frac{\gamma}{c}; \quad \bar{y} = y \frac{\gamma}{c}; \quad x = \bar{x} \frac{c}{\gamma}; \quad y = \bar{y} \frac{c}{\gamma};$$

$$\frac{c}{\gamma} = \frac{3}{1,80} = 1,660; \quad \frac{\gamma}{c} = \frac{1,80}{3,00} = 0,6$$

punctul 1	$y = 1;$	$\bar{y} = 0,6 ;$	$\bar{x} = 0,06;$	$x = 0,10;$
punctul 2	$y = 2;$	$\bar{y} = 1,20;$	$\bar{x} = 0,24;$	$x = 0,40;$
punctul 3	$y = 3;$	$\bar{y} = 1,80;$	$\bar{x} = 0,54;$	$x = 0,90;$
punctul 4	$y = 4;$	$\bar{y} = 2,40;$	$\bar{x} = 0,97;$	$x = 1,62;$
punctul 5	$y = 5;$	$\bar{y} = 3,00;$	$\bar{x} = 1,56;$	$x = 2,60;$
punctul 6	$y = 6;$	$\bar{y} = 3,60;$	$\bar{x} = 2,27;$	$x = 3,78;$
punctul 7	$y = 6,72;$	$\bar{y} = 4,04;$	$\bar{x} = 3,00;$	$x = 5;$
punctul 8	$y = 8,48;$	$\bar{y} = 5,09;$	$\bar{x} = 4,80;$	$x = 8;$
punctul 9	$y = 9,45.$	$\bar{y} = 5,65;$	$\bar{x} = 6,00;$	$x = 10;$

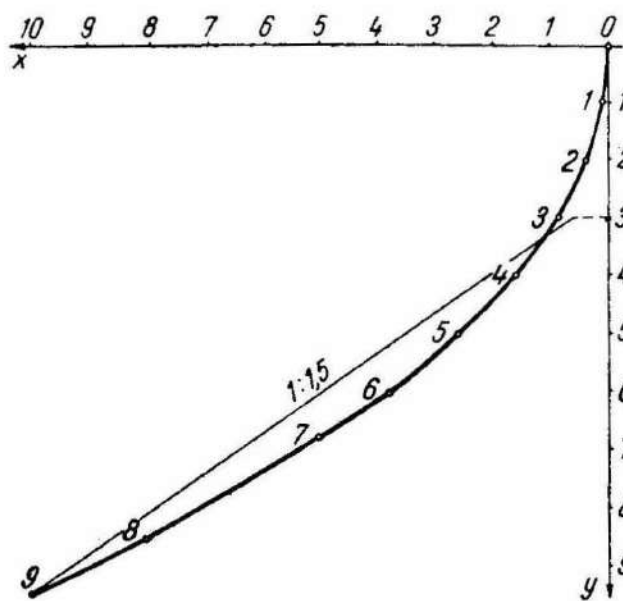


Fig. 10.17

Fixînd aceste coordonate într-un sistem de axe xOy , avînd originea O în creasta taluzului, se obține conturul taluzului stabil la limită (fig. 10.17). După cum se vede din fig. 10.17, un taluz de circa 6 m înălțime, cu o pantă de $1 : 1,5$, încărcat cu sarcină distribuită $3 \times 1,8 = 5,4 \text{ t/m}^2$ poate fi considerat stabil.

b) Din fig. 10.17 reiese de asemenea că limita conturului se apropie asimptotic de o linie orizontală la o adîncime de aproximativ 10 m, astfel că pentru un pămînt avînd caracteristicile fizico-mecanice din acest exemplu înălțimea liberă maximă a unui taluz (fără alte măsuri constructive) se poate limita la circa 10 m.

11

ACȚIUNEA HIDRODINAMICĂ A APEI DE INFILTRAȚIE

La toate construcțiile hidrotehnice prin care se creează o diferență de nivel între două biefuri (amonte și aval) ca și la toate lucrările la care se produc într-o anumită zonă o coborîre a nivelului apei subterane prin pompare sau drenare, apare un curent de apă subterană dinspre zona cu înălțime de presiune ridicată spre cea cu înălțimea mai joasă. Calculele de infiltrație prin care se stabilesc forțele care acționează asupra scheletului solid datorită curgerii subterane, trebuie să răspundă la următoarele probleme :

— determinarea debitului de infiltrație pe sub construcții hidrotehnice masive și prin diguri de pământ;

— presiunea pe care apa de infiltrație o exercită de-a lungul întregului contur al construcțiilor de retenție;

— stabilitatea masivului de pământ prin care se produce curentul de infiltrație ținând seama atât de eforturile unitare care există în interiorul masivului datorită încărcărilor date, cât și de acțiunea hidrodinamică.

În calculele de infiltrație apar următoarele noțiuni și notații :

Înălțimea de presiune H , într-un punct M al masivului prin care se produce curentul de infiltrație, este definită ca înălțimea de la un plan de referință orizontal ales arbitrar, pînă la nivelul la care se ridică apă într-un tub piezometric vertical așezat în acest punct. În orice punct M , înălțimea H are o valoare bine definită și formează un câmp scalar, fiind o funcție continuă a coordonatelor la care este referit domeniul respectiv (de pildă sistemul coordonatelor ortogonale x, y, z).

În exemplele care urmează se vor trata numai probleme ale curgerii plane.

Cîmpului scalar îi este asociat un câmp vectorial $\vec{i} = \overline{\text{grad } H}$. Viteza de curgere este

$$\vec{v} = -k\vec{i}. \quad (11.1)$$

k fiind o caracteristică a mediului poros. În coordonate carteziene

$$v_x = -k \frac{\partial H}{\partial x}; \quad v_y = -k \frac{\partial H}{\partial y}. \quad (11.1,a)$$

De notat că prin viteza de infiltrație se înțelege vectorul a cărui mărime este egală cu debitul ce trece prin unitatea de suprafață, orientată perpendicular pe direcția curentului.

Presiunea apei pe orice plan, ce trece prin punctul M , avînd ordonata y calculată față de planul de referință, este :

$$p = \gamma_w(H - y). \quad (11.2)$$

Pentru rezolvarea problemelor de infiltrații se folosesc două metode principale diferite, și anume :

— metoda hidraulică (simplificată) consideră că toate liniile de curent sînt paralele, iar gradientul hidraulic rămîne constant ca valoare de-a lungul întregului parcurs, fiind egal cu raportul

$$i = \frac{\Delta H}{\Delta s}. \quad (11.3)$$

în care : ΔH este diferența de înălțime de presiune dintre două puncte ale curentului;

Δs — distanța între cele două puncte;

— a doua metodă folosește spectrul hidrodinamic, prin care se înțelege rețeaua celor două curbe $\varphi = \text{constant}$; $\psi = \text{constant}$ care se întretaie orto-

gonal în fiecare punct. Funcțiile $\varphi(x, y)$ sînt definite ca liniile de potențial egal $\varphi = -kH$, iar $\psi(x, y)$ reprezintă liniile de curent.

Există relațiile :

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = + \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = - \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (11.4)$$

Funcțiile φ și ψ se găsesc rezolvînd problema reprezentării conforme a domeniului $z = x + iy$ în domeniul $w = \varphi + i\psi$, observînd condițiile impuse pe contur. Condițiile de contur cele mai des întîlnite în rezolvarea problemelor de fundații la construcții hidrotehnice sînt următoarele :

Conturul exterior al mediului poros prin care se produce infiltrația constituie o linie $\varphi = \text{constant}$, înălțimea de presiune fiind determinată de nivelul apei în bieful amonte, respectiv aval (la curgeri permanente aceste înălțimi rămîn invariabile).

Atît conturul subteran al unei construcții masive cît și cel care delimitează stratul permeabil de cel impermeabil constituie linii de curent ψ . Diferența între cele două linii de curent reprezintă tocmai debitul de infiltrație care se scurge sub o construcție hidrotehnică de retenție. De-a lungul acestui contur este valabilă relația $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$, unde n reprezintă normala pe contur.

Suprafața liberă trebuie să îndeplinească condiția $p = 0$. De aceea există relația :

$$\varphi + ky = 0. \quad (11.5)$$

Rețeaua curbelor φ și ψ ca funcții continue a coordonatelor este dată în forma finită pentru cîteva cazuri speciale. În general, spectrul se obține prin încercări succesive plecînd de la condițiile pe contur date și ținînd seama că rețelele formează pătrate curbilinii ortogonale. În medii omogene dar anizotrope, avînd coeficienții de permeabilitate diferiți pe direcția orizontală și verticală mediul real se transformă într-un mediu convențional deformat împărțind toate lungimile pe direcția orizontală cu $\sqrt{\frac{k_y}{k_x}}$, k_y respectiv k_x fiind coeficienții de infiltrație în direcția respectivă. Pentru un contur subteran mai complicat al unei construcții hidrotehnice, constînd dintr-un anteoradier, talpa barajului, talpa distrugătorului de energie, separate între ele prin pereți verticali impermeabili (ecran de palplanșe, sau de beton etc.), determinarea elementelor de infiltrație se poate face printr-o metodă aproximativă, denumită metoda fragmentelor care va fi expusă în exemplele ce urmează.

Dacă un element al pămîntului este supus unui curent de infiltrație cu viteza v , rezultanta tuturor forțelor care acționează pe unitatea de volum este un vector care se compune dintr-un vector cu direcția verticală în jos egal cu mărimea $\gamma' = (1 - n)(\gamma_s - \gamma_w)$ și un vector egal cu $-\gamma_w i$ (fig. 11.1).

$$\vec{S} = j(1 - n)(\gamma_s - \gamma_w) - \bar{n} \gamma_w i. \quad (11.6)$$

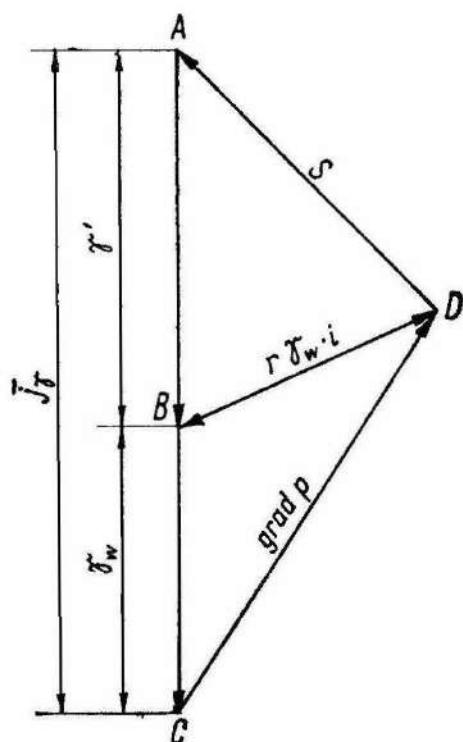


Fig. 11.1

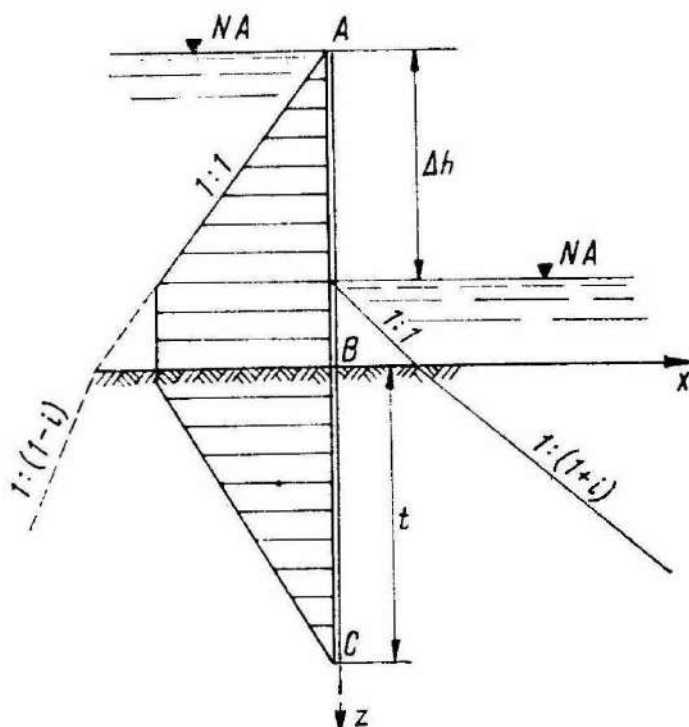


Fig. 11.2

După cum S este mai mare sau mai mic decît zero, volumul respectiv de pămînt este stabil sau nu la acțiunea hidrodinamică.

În exemplele de calcul se vor trata următoarele cazuri :

1) **Palplanșa verticală într-un mediu permeabil** (fig. 11.2). a) După metoda hidraulică gradientul

$$i = \frac{\Delta h}{2t}. \quad (11.7)$$

Diagrama presiunilor arată o creștere liniară a presiunii cu adîncimea și anume :

$$p_{z1} = \gamma_w(1 - i)z \quad \text{în partea stîngă a palplanșei}; \quad (11.8)$$

$$p_{z2} = \gamma_w(1 + i)z \quad \text{în partea dreaptă a palplanșei}.$$

Pe partea stîngă a palplanșei valoarea vectorului total al acțiunii hidrodinamice este egală cu : $S = (1 - n)(\gamma_s - \gamma_w) + \gamma_w i > 0$ dirijat vertical în jos : acțiunea hidrodinamică produce o mărire a presiunii egală cu $\gamma_w i$.

Pe partea dreaptă a palplanșei $S = (\gamma_s - \gamma_w)(1 - n) - \gamma_w i$; pentru $\gamma_w i \geq (\gamma_s - \gamma_w)(1 - n)$ se produce afuierea.

b) După metoda hidrodinamică liniile echipotențiale sînt hiperbole confocale

$$\frac{x^2}{\cos^2(\pi\varphi)} - \frac{y^2}{\sin^2(\pi\varphi)} = -t^2. \quad (11.9,a)$$

Liniile de curent sînt elipse confocale cu focarul în punctul $y = t$

$$\frac{x^2}{\operatorname{sh}^2(\pi\psi)} + \frac{y^2}{\operatorname{ch}^2(\pi\psi)} = t^2. \quad (11.9, b)$$

Luînd nivelul din bieful aval ca plan de referință expresiile înălțimilor de presiune de-a lungul palplanșei sînt

$$H = \Delta h \left[\frac{1}{2} \pm \frac{1}{\pi} \operatorname{arc} \cos y/t \right] \quad (11.10)$$

semnul plus referindu-se la partea stîngă a palplanșei, iar cel minus la partea dreaptă a ei. De-a lungul axei x liniile de curent au valorile

$$\psi = \frac{1}{\pi} \operatorname{Arg} \operatorname{sh} \frac{x}{t} \quad (11.11, a)$$

iar de-a lungul axei y

$$\psi = \frac{1}{\pi} \operatorname{Arg} \operatorname{ch} \frac{y}{t}. \quad (11.11, b)$$

Prin diferențiere se obține viteza de-a lungul palplanșei

$$v_y = \pm \frac{k\Delta h}{\pi t \sqrt{1 - \left(\frac{y}{t}\right)^2}}; \quad v_x = 0. \quad (11.12, a)$$

Vitezele de-a lungul verticalei Oy

$$v_x = \frac{k\Delta h}{\pi t \sqrt{1 + \left(\frac{x}{t}\right)^2}}; \quad v_y = 0; \quad (11.12, b)$$

de-a lungul axei Ox

$$v_x = 0; \quad v_y = - \frac{k\Delta h}{\pi t \sqrt{1 + \left(\frac{x}{t}\right)^2}}. \quad (11.12, c)$$

Aceste formule sînt valabile atît timp cît $t \leq \frac{T}{4}$, T fiind grosimea stratului permeabil. Pentru $\frac{T}{4} < t < T$, sînt valabile următoarele expresii:

— debitul total de infiltrație pe unitatea de lățime

$$Q = k\Delta h \frac{K'}{2K} \quad (11.13)$$

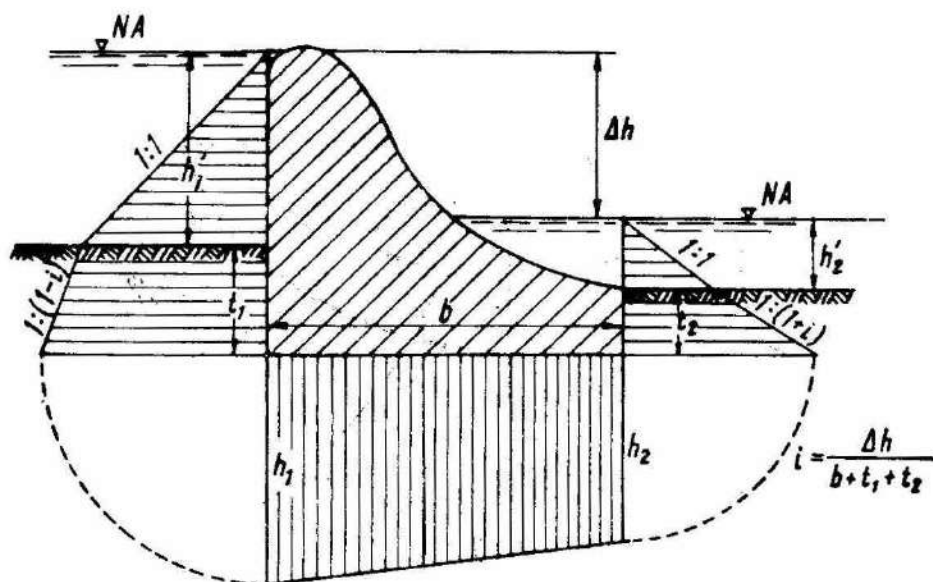


Fig. 11.3

K' și K fiind integralele eliptice pline cu modulii $k = \sin \frac{\pi t}{2T}$ respectiv $k' = \cos \frac{\pi t}{2T}$;
— vitezele de-a lungul Ox ;

$$v_y = \frac{1}{2k} \frac{k\Delta h}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi x}{2T} - \cos^2 \frac{\pi t}{2T}}} \quad (11.14)$$

K fiind integrala eliptică plină cu modul $k = \sin \frac{\pi t}{2T}$.

2) Curgerea sub talpa unei construcții masive. a) După metoda hidraulică: gradientul $i = \frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{\Delta h}{b + t_1 + t_2}$ (Δs este lungimea conturului subteran al construcției masive de-a lungul căreia se produce curentul infiltrației) (fig. 11.3).

Presiunea apei pe talpa fundației în amonte și aval este:

$$h_1 = h'_1 + t_1(1 - i); \quad h_2 = h'_2 + t_2(1 + i).$$

Ținând seama că gradientul i înseamnă pierderea de presiune pe unitatea de lungime, diagrama presiunilor are forma unui trapez.

După metoda hidrodinamică (cazul simplificat din fig. 11.3) liniile de curent ($\psi = \text{constant}$) sînt elipse avînd ecuația:

$$\frac{x^2}{\operatorname{ch}^2(\pi\psi)} + \frac{y^2}{\operatorname{sh}^2(\pi\psi)} = \frac{b^2}{4}; \quad (11.15, a)$$

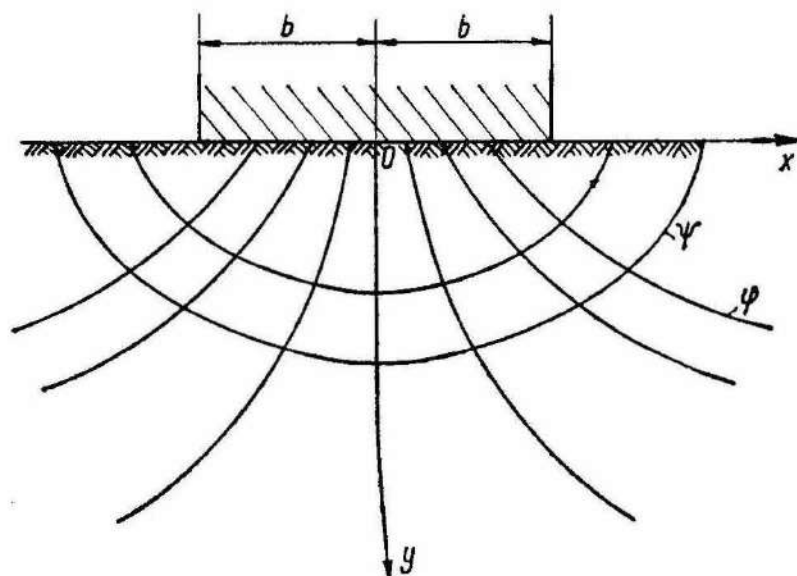


Fig. 11.4

liniile echipotențiale sînt hiperbole cu ecuația:

$$\frac{x^2}{\sin^2(\pi\varphi)} - \frac{y^2}{\cos^2(\pi\varphi)} = \frac{b^2}{4}. \quad (1.15, b)$$

Înălțimea de presiune de-a lungul tălpii

$$H = \frac{\Delta h}{\pi} \arccos \frac{x}{b/2}; \quad (11.16)$$

valorile funcției ψ de-a lungul biefului aval ($x > b/2$)

$$\psi = \frac{1}{\pi} \operatorname{Arg} \operatorname{ch} \frac{x}{b/2}; \quad (11.17)$$

viteza de ieșire de-a lungul biefului aval ($x > b/2$):

$$v = \frac{k\Delta h}{\pi b/2} \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{b^2/4} - 1}}. \quad (11.18)$$

În cazul cînd grosimea stratului permeabil T este mai mică decît $2b$, înălțimea de presiune de-a lungul tălpii AB se scrie:

$$H = \frac{p}{\gamma_w} = \frac{\Delta h}{2} \left[1 \pm \frac{1}{K} F \left(\frac{\operatorname{th} \left(\frac{\pi x}{2T} \right)}{k}, k \right) \right]; \quad k = \operatorname{th} \left(\frac{\pi b/2}{2T} \right), \quad (11.19)$$

F fiind integrala eliptică de primul ordin cu modul k și amplitudinea $\operatorname{th} \left(\frac{\pi x}{2T} \right)$; K — integrala eliptică plină cu același modul k .

Debitul de infiltrație sub baraj este :

$$Q = k\Delta h \frac{K'}{2K} \quad (11.20)$$

unde K și K' sînt integralele eliptice pline cu moduli k respectiv $k' = \sqrt{1-k^2}$.
Vitezele la ieșire de-a lungul biefului aval sînt :

$$v_y = -\frac{k\Delta h}{2K} \cdot \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi \frac{b}{2}}{2T}}{\sqrt{\operatorname{sh} \frac{\pi \left(x + \frac{b}{2}\right)}{2T} \cdot \operatorname{sh} \frac{\pi \left(x - \frac{b}{2}\right)}{2T}}} \cdot \frac{\pi}{2T}. \quad (11.21)$$

3) **Infiltrația printr-un dig alcătuit din material omogen așezat pe un teren impermeabil.** Atunci cînd la piciorul aval nu se iau măsuri speciale de drenare, curba de depresie poate fi aproximată cu o parabolă (după Kozeny) avînd ecuația (notațiile rezultă din fig. 11.11):

$$x = (z^2 - z_0^2)/2z_0 \quad (11.22, a)$$

cu focarul în A (piciorul aval).

$$z_0 = \sqrt{(B - 0,7 m_1 H)^2 + H^2} - B + 0,70 m_1 H \quad (11.22, b)$$

$$B = b_0 + H_b(m_1 + m_2). \quad (11.22, c)$$

Punctul C_0 de ieșire pe taluz al curentului se găsește la distanța Δl sub punctul C (punctul de intersecție al parabolei cu taluzul aval) și se determină prin calcul. Distanța $C_0A = l$ este dată de relațiile:

$$l = \sqrt{(B - 0,7 m_1 H)^2 + H^2} - \sqrt{(B - 0,7 m_1 H)^2 - m^2 H^2} \quad (11.23, a)$$

pentru $m_2 < 1,7$, sau :

$$l \approx z_0 \frac{0,65}{1 - \frac{m_2}{\sqrt{1 + m_2^2}}} \quad \text{pentru } m_2 > 1,7. \quad (11.23, b)$$

Cunoscînd curba de depresie din dig și știind că conturul impermeabil constituie de asemenea o linie de curent, se poate construi rețeaua hidraulică prin metoda grafică de aproximații succesive.

Debitul de infiltrație prin acest dig rezultă din

$$q = k \frac{dz}{dx} z \quad (11.24)$$

înlocuind expresiile respective rezultă :

$$q \text{ cm}^3/\text{s/m lungime dig} = 100 k z_0 \quad [z_0 \text{ în cm, } k \text{ în cm/s}]$$

k este coeficientul de permeabilitate.

4) **Infiltrația prin diguri omogene cu dispozitive de drenare în aval.** În acest caz curba de depresie se obține prin metoda fragmenetelor în modul următor (v.fig.11.12).

Fragmentul I se transformă într-un prism cu pereți verticali. Lățimea acestui fragment ΔL este dată de relația :

$$\Delta L = \beta H, \quad (11.25)$$

unde $\beta = f\left(m, \frac{l}{H}\right)$ este dat în fig.11.5 unde l este lungimea între verticala dusă prin B și prin C (începutul drenului aval), iar H înălțimea de retenție [19].

Lungimea fragmentului II este egală cu $l_1 = l - 0,10 H$.

$$\Delta l_1 = \Delta L + 0,10 H = (\beta + 0,10) H.$$

Curba de depresie în acest fragment este o parabolă.

Înălțimea parabolei în punctul C este dată prin mărimea :

$$\frac{h_0}{H} = f\left(\frac{l_1 + \Delta l_1}{H}\right)$$

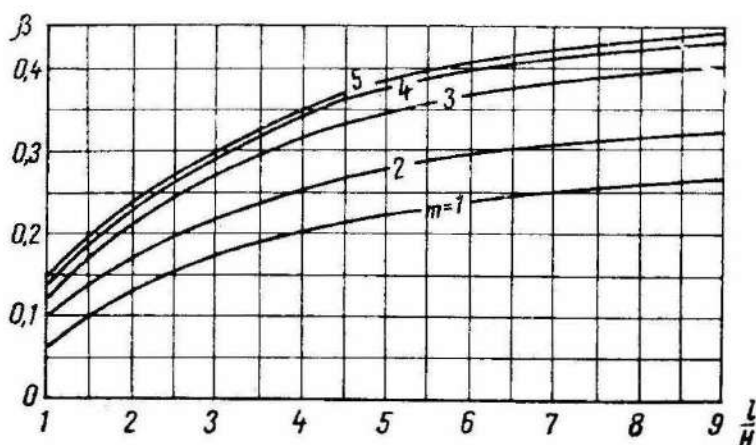


Fig. 11.5

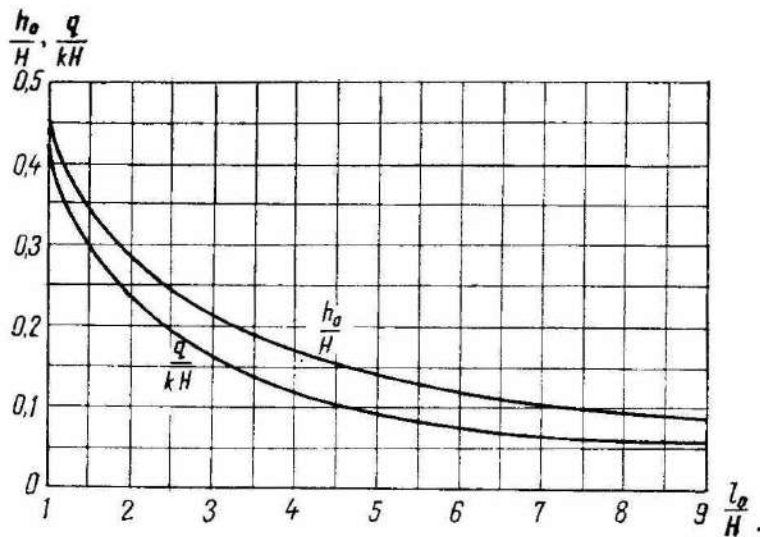


Fig. 11.6

valorile lui β în funcție de l/H sînt date în diagrama din fig.11.5 și h_0/H în funcție de $\frac{l_1 + \Delta l_1}{H}$ sînt date în diagrama din fig.11.6. Cunosînd h_0 se determină ordonata în punctul cu abscisa l_1 , precum și ordonatele h_x ale punctelor cu abscise x , din relațiile :

$$\frac{H^2 - h^2}{l_1} = \frac{h^2 - h_0^2}{l_1} \text{ precum și } \frac{h_2 - h_0^2}{l_1} = \frac{h^2 - h_x^2}{x}. \quad (11.25)$$

Debitul de infiltrație pe unitatea de lungime a digului rezultă din relația

$$q = \frac{h^2 - h_0^2}{2l_1} k. \quad (11.27)$$

Se mai poate folosi și diagrama din fig.11.6 (linia $\frac{q}{kH}$) [19].

Dimensiunile elementului de drenare rezultă din condiția ca linia de depresie să nu se apropie de taluzul aval decît la o distanță minimă de 1,50 m (impusă de pericolul de îngheț).

5) **Verificarea stabilității taluzului cînd curenul de infiltrație trece prin taluz.** Pentru un taluz înclinat cu unghiul β verificarea stabilității se face în modul următor (fig.11.7) :

Pe verticala AB se raportează la o scară de forțe oarecare valoarea $\gamma' \times 1$. Rezultanta între $\gamma' \times 1$ și forța de antrenare a curenului se găsește pe dreapta AC înclinată față de AB cu unghiul $\Phi - \beta$ (în cazul limită).

În cazul cînd forța de antrenare hidrodinamică este perpendiculară pe taluz, locul geometric al punctului C este arcul de cerc pe coarda AB capabil

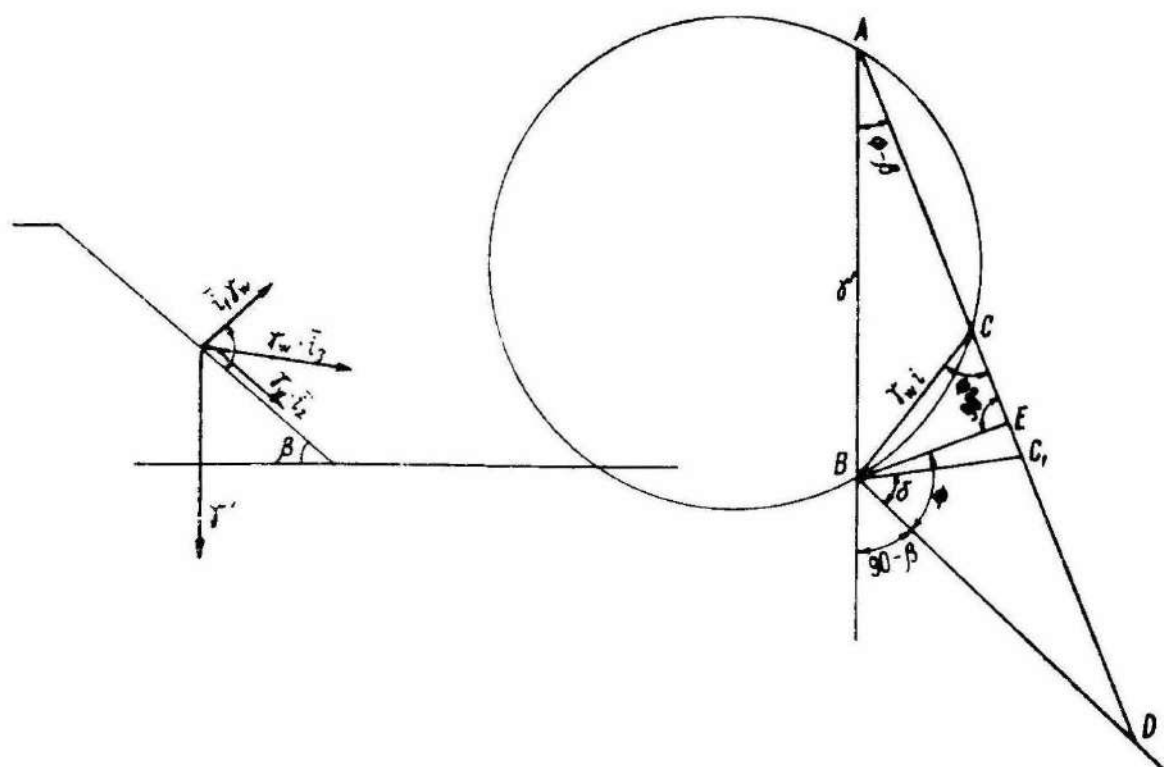


Fig. 11.7

de unghiul Φ . Prin aceasta se rezolvă problemele legate de determinarea lui β la o intensitate $\gamma_w i$ cunoscută a curentului de infiltrație și invers, se stabilește valoarea maximă a curentului la un taluz înclinat cu β .

Pentru un curent înclinat față de taluz cu unghiul δ intensitatea limită a curentului rezultă din :

$$BC_1 = \gamma' \frac{\sin (\Phi - \beta)}{\cos (\Phi - \delta)}. \quad (11.28)$$

În cazul cînd $\delta = 0$ și $i = \sin \beta$ rezultă după transformări trigonometrice că se produce echilibrul limită de afuiere cînd

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \Phi. \quad (11.28, a)$$

Din expresia pentru BC_1 rezultă de asemenea că înclinarea curentului cea mai periculoasă este $\delta = \Phi$. În acest caz BC , devine un minim (în fig.11.7, $BC_{min} = BE$, perpendiculară pe AD).

6) **Filtrația prin diguri neomogene cu ecran impermeabil.** În cazul unor diguri neomogene avînd un ecran impermeabil în amonte sau în forma unui șîmbure central, curba de depresie și debitul de infiltrație rezultă din următoarele expresii [19].

a) *Ecran impermeabil amonte* (notațiile reies din fig.11.13) :

$$k \geq 1\,000\,k_0$$

$$q = k_0 \left[\frac{2H - h_1}{t + t_1} a' + \frac{H + H' - h_1}{t_1 + t'} a \right]; h_1 = \sqrt{\frac{2lq}{k} + h_0^2} \quad (11.29)$$

calculul se efectuează prin aproximații succesive.

Curba de depresie este o parabolă care trece prin h_1 și h_0 , în care h_0 se calculează cu $h_0 = 0,636 \frac{q}{k}$.

b) *Miez central impermeabil* (notațiile reies din fig. 11.14) q , H' , H'' , h_1 rezultă din relațiile :

$$q / k_1 = (H^2 - H'^2) / 2l \quad (11.30)$$

$$q/k_0 = 0,8 H' - 0,32 t; \quad t \leq 0,5 H' \quad (11.31)$$

$$q/k_2 = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l_1} \quad (11.32)$$

$$H'' = H' - 0,8 t \text{ pentru } t \leq 0,5 H' \quad (11.33)$$

unde :

$$l = d + \Delta L = d + \beta H; \quad \beta = \frac{1}{2 + \frac{1}{m}}; \quad t = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Calculul se conduce prin aproximații succesive plecând de la ecuația (11.31) luând $H' \approx H$; cu q rezultat se intră în ecuația (11.30) și se determină H' cu care se reia calculul în ecuația (11.31) și așa mai departe.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 11.1. Pentru devierea apelor se prevede executarea unui perete de palplanșe. Să se determine adâncimea de batere t necesară când între nivelul apelor din afara incintei și cel din interiorul ei, se crează prin pompare o diferență constantă de nivel $\Delta h = 8\text{m}$ (fig.11.8). Să se verifice stabilitatea contra afuierii și contra presiunii apei din amonte. Terenul este alcătuit din nisip fin — mijlociu

$$\gamma_s = 2,65 \text{ g / cm}^3; \quad n = 40 \% ; \quad k = 1 \times 10^{-4} \text{ cm/s.}$$

Rezolvare. a) După metodele hidraulice ($i = \text{constant}$). Gradientul hidraulic este presupus a fi constant de-a lungul liniilor de curent și se ex-

Presiunea apei pe partea stîngă a palplanșei este :

— pe porțiunea AB :

$$P_1 = \frac{1}{2} \gamma_w \Delta h^2 = \frac{1}{2} 1 \times 8^2 = 32 \text{ t/m.}$$

— pe porțiunea BC :

$$P_2 = \gamma_w \cdot \Delta h t + \frac{1}{2} \gamma_w t^2 (1 - i); \quad P_2 = \frac{\gamma_w t}{2} [2\Delta h + t(1 - i)];$$

$$P_2 = \frac{1 \times 4,80}{2} \left[16 + 4,80 \left(1 - \frac{8}{1 \times 4,80} \right) \right] =$$

$$= 2,40 \times (16 + 4,80 \times 0,165) = 40,2 \text{ t/m.}$$

Pe partea dreaptă a palplanșei acționează presiunea :

$$P_3 = \frac{1}{2} \gamma_w t^2 (1 + i) = 0,5 \times 4,8^2 \left(1 + \frac{8}{9,60} \right) = 21 \text{ t/m}$$

$P_2 - P_3 = 19,2 \text{ t/m}$, ceea ce corespunde și suprafeței diagramei de presiune $BCD = \frac{\gamma_w \Delta h \cdot t}{2}$, presiunea în B fiind $\gamma_w \Delta h$, iar presiunea în C , egală cu 0.

Viteza de ieșire a curentului de apă în bieful aval este egală cu

$$v_y = k \cdot i = 1 \times 10^{-4} \frac{\Delta h}{2t} \text{ cm/s} = 1 \times 10^{-4} \times 0,835 = 8,35 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$$

viteza medie reală :

$$v' = \frac{y}{n} = \frac{8,35 \times 10^{-5}}{0,40} = 20,8 \times 10^{-5} \text{ cm/s.}$$

b) După metoda hidrodinamică. 1) Liniile de curent sînt elipse confocale avînd ecuația :

$$\frac{\bar{x}^2}{\text{sh}^2(\pi\psi)} + \frac{\bar{y}^2}{\text{ch}^2(\pi\psi)} = 1, \quad (11.9, b)$$

în care : $\bar{x}$ și $\bar{y}$ sînt coordonatele adimensionale x/t , respectiv y/t .

$\bar{\psi}$ trebuie înmulțit cu $k \Delta h$ de-a lungul axei x (nivelul biefului aval);

$$y = 0; \quad \bar{\psi} = \frac{1}{\pi} \text{Arg sh } \frac{x}{t};$$

după definiție, funcția ψ între două linii echipotențiale determină debitul care se scurge prin această secțiune.

Pentru $x = 2t$;

$$\bar{\psi} = \frac{1}{\pi} \operatorname{Arg} \operatorname{sh} 2; \operatorname{Arg} \operatorname{sh} 2 = 0,92 \frac{\pi}{2}; \quad \psi = \frac{1}{\pi} \frac{0,92 \pi}{2} = 0,46.$$

Debitul de infiltrație de-a lungul biefului aval pe distanța $2t$ de palanșe, între punctele $x = 0$ și $x = 2t$, (pe metrul liniar de perete) este :

$$Q = k \Delta h \bar{\psi}_{x=2t} = 1 \times 10^{-4} \times 800 \times 0,46 \times 100 = 3,68 \text{ cm}^3/\text{s} = \\ = 0,00368 \text{ l/s}.$$

2) Vitezele de ieșire de-a lungul biefului aval de-a lungul axei x se calculează cu formula (11.12,c) după cum urmează :

$$\frac{x}{t} = 0; \quad v_y = \frac{1 \times 10^{-4} \times 800}{3,14 \times 480} = 5,30 \times 10^{-5} \text{ cm/s};$$

$$\frac{x}{t} = 0,25; \quad v_y = \frac{1 \times 10^{-4} \times 800}{3,14 \times 1,03 \times 480} = 5,15 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$$

$$\frac{x}{t} = 0,5; \quad v_y = \frac{1 \times 10^{-4} \times 800}{1,15 \times 3,14 \times 480} = 4,7 \times 10^{-5} \text{ cm/s};$$

$$\frac{x}{t} = 0,75; \quad v_y = \frac{1 \times 10^{-4} \times 800}{1,25 \times 3,14 \times 480} = 4,25 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$$

$$\frac{x}{t} = 1; \quad v_y = \frac{1 \times 10^{-4} \times 800}{3,14 \times 1,41 \times 480} = 3,75 \times 10^{-5} \text{ cm/s}.$$

Considerînd drept valoare critică a lui v_y cea corespunzătoare lui $i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$, $v_{y,cr} = 1 \times 10^{-5} \times 9,9$, reies din diagrama vitezelor (fig.11.8) coeficienții de siguranță în diferitele puncte ale planului orizontal din bieful aval.

Pentru verificarea stabilității contra afuierii se consideră presiunea hidrodinamică de-a lungul planului orizontal $y = 0,75$ t.

Presiunea hidrodinamică în fracțiuni de diferență de înălțime Δh reiese din ecuațiile liniilor echipotențiale.

$$\frac{\bar{x}^2}{\cos^2(\pi\varphi)} - \frac{\bar{y}^2}{\sin^2(\pi\varphi)} = -1; \quad \text{pentru } \bar{y} = \frac{y}{t} = 0,75$$

reiese

$$\bar{x}^2 = \left(\frac{x}{t}\right)^2 = \left[-1 + \frac{9}{16 \sin^2(\pi\varphi)}\right] \cos^2(\pi\varphi);$$

pentru $\varphi = 0,268; x/t = 0. \quad \varphi = 0,15; x/t = 1,365. \quad \varphi = 0,10;$
 $x/t = 3,720.$

$$\varphi = 0,250; x/t = 0,245. \quad \varphi = 0,20; x/t = 0,640.$$

Presiunea totală a apei pe planul orizontal pînă la o lățime 3,72 t este egală cu

$$P = \gamma_w t \Delta h [0,245 \times 0,259 + 0,395 \times 0,225 + 0,725 \times 0,175 + 2,355 \times 0,05] = 1 \times 4,80 \times 8 [0,0635 + 0,0890 + 0,1270 + 0,1177] = 15,40 \text{ t/m.}$$

Acestei forțe P i se opune greutatea masivului de pămînt deasupra planului :

$$G = 3,72 t \times 0,75 t \gamma = 3,72 \times 0,75 \times 4,80^2 \times 0,99 = 64 \text{ t/m.}$$

După cum se vede, asigurarea contra afuierii reiese dacă se iau expresiile :

$$\frac{v_{ycr}}{v_y} = \frac{9,90 \times 10^{-5}}{5,30 \times 10^{-5}} \approx 1,9 \text{ sau } \frac{G}{P} = \frac{64}{15,4} \approx 4,15$$

în ambele cazuri mult mai mare decît cea care rezultă din rezolvarea hidraulică a problemei.

3) Presiunea apei asupra palplanșei atît pe partea stîngă cît și pe partea dreaptă a porțiunii BC rezultă din (11.10) :

Deoarece presiunile hidrostatice exprimate prin termenul y se reduc la ambele părți ale palplanșelor, se vor calcula în cele ce urmează numai cele hidrodinamice exprimate prin termenul al doilea, notînd cu H_{st} și H_{dr} înălțimile de presiune pe partea stîngă, respectiv pe partea dreaptă a palplanșei. Pentru :

$$y = 0; H_{st} = 1 \Delta h = 8\text{m}; H_{dr} = 0; H_{st} - H_{dr} = 8\text{m.}$$

$$y = \frac{1}{3} t; H_{st} = 0,890 \Delta h = 7,12 \text{ m}; H_{dr} = 0,11 \Delta h = 0,88 \text{ m};$$

$$H_{st} - H_{dr} = 6,24 \text{ m.}$$

$$y = \frac{1}{2} t; H_{st} = 0,833 \Delta h = 6,664\text{m}; H_{dr} = 0,167 \Delta h = 1,336 \text{ m};$$

$$H_{st} - H_{dr} = 5,328 \text{ m.}$$

$$y = \frac{1}{3} t; \quad H_{st} = 0,768 \Delta h = 6,144 \text{ m}; \quad H_{dr} = 0,232 \Delta h = 1,856 \text{ m};$$

$$H_{st} - H_{dr} = 4,288 \text{ m}.$$

$$y = t; \quad H_{st} = 0,5 \Delta h = 4 \text{ m}; \quad H_{dr} = 0,5 \Delta h = 4 \text{ m}; \quad H_{st} - H_{dr} = 0.$$

Presiunea totală :

$$P = t[7,120 \times 0,333 + 5,784 \times 0,1670 + 4,808 \times 0,167 + 2,144 \times \\ \times 0,333] \gamma_w.$$

$$P = 4,80 \times 4,85 = 23,20 \text{ t/m}.$$

După cum se vede, față de metoda hidraulică, presiunea hidrodinamică totală rezultă mai mare cu circa 20 %.

Exemplul 11.2. Incinta unei săpături a cărei talpă se găsește la 5 m sub nivelul apei subterane este îngrădită de un perete de palplanșe.

a) Să se determine adâncimea de înfigere a palplanșei sub nivelul fundului gropii care asigură menținerea nivelului apei la 0,5 m deasupra fundului cu un coeficient de siguranță contra afuierii egal cu $n_s = 1,8$.

b) Să se determine de asemenea presiunea apei asupra peretelui de palplanșe (fig. 11.9). Caracteristicile terenului sînt cele date în exemplul anterior.

Rezolvare. a) Gradientul hidraulic este egal cu

$$i = \frac{\Delta h}{h + 2t} = \frac{4,5}{5 + 2t};$$

pentru a avea un grad de siguranță egal cu 1,8 este necesar ca gradientul i să îndeplinească condiția $i < i_{cr}/n_s$; i_{cr} din exemplul precedent rezultă egal cu 0,999. Deci

$$\frac{\Delta h}{h + 2t} \leq \frac{0,999}{1,80}; \quad h + 2t \geq \Delta h \times 1,80 \\ t \geq \frac{1,80 \Delta h - h}{2}; \quad t \geq \frac{1,80 \times 4,5 - 5}{2} \approx 1,55 \text{ m}.$$

b) Presiunea apei în partea stîngă a palplanșei rezultă :

$$i = \frac{\Delta h}{h + 2t} + \frac{4,50}{5 + 2 \times 1,55} = 0,556.$$

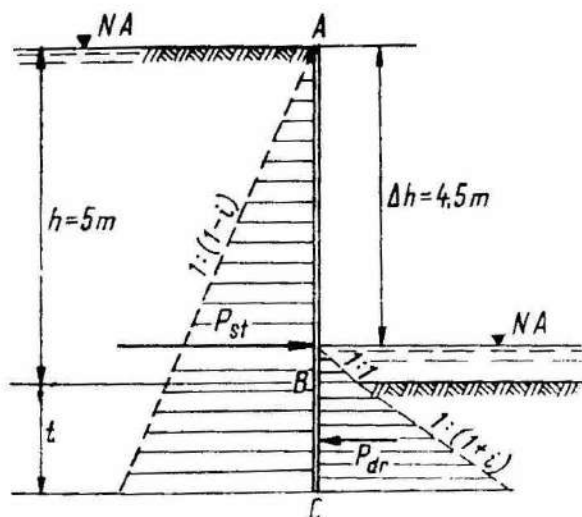


Fig. 11.9

Presiunea specifică în punctul C ;

$$p_C = (5,00 + 1,55) (1 - 0,556) \gamma_w = 2,90 \text{ t/m}^2$$

$$P_{st} = \frac{1}{2} 2,90 \times 6,55 = 9,5 \text{ t/m.}$$

Presiunea apei pe partea dreaptă a palplanșei este :
presiunea specifică în punctul B

$$p_B = 0,50 \times \gamma_w = 0,500 \text{ t/m}^2$$

presiunea specifică în punctul C

$$p_C = 0,500 + \gamma_w t (1 + i) = 0,500 + 1,55 \times 1,556 = 2,90 \text{ t/m}^2$$

$$P_{dr} = \frac{1}{2} 0,50^2 \times \gamma_w + \gamma_w [0,50 \times 1,55 + 2,40 \times 1,55 \times 0,50] = 2,76 \text{ t/m.}$$

Presiunile se repartizează conform diagramei din fig. 11.9.

Exemplul 11.3. Într-un strat permeabil avînd $T = 10$ m grosime se introduce un perete de palplanșe pînă la o adîncime de $t=4$ m și se crează prin pompare o diferență de nivel $\Delta h = 10$ m de la nivelul fundului pînă la nivelul maxim din amonte peretelui. Să se determine condițiile de stabilitate precum și debitul la afuiere, cînd sînt date următoarele caracteristici ale stratului permeabil: $k = 1 \times 10^{-4}$ cm/s; $n = 40$ %; $\gamma_s = 2,70$.

Rezolvare. Factorii care caracterizează curentul de infiltrație se exprimă prin integrale eliptice de primul ordin cu parametrii $k = \sin t$; $k' = \cos t$, în care t ca și toate lungimile se măsoară în scara $\frac{\pi}{2T} = \frac{\pi}{20}$;

$$k = \sin \frac{t\pi}{2T} = \sin 0,2\pi = 0,588 = \sin 36^\circ.$$

$$k' = 0,809 = \sin 54^\circ.$$

Integralele eliptice pline cu modulul k sînt : $K = 1,742$; cele cu modulul k' , $K' = 2,013$.

Debitul total care se infiltrează sub palplanșe, conform cu formula (11.13), este egal cu

$$\begin{aligned} Q &= \frac{K'}{2K} \Delta h \cdot k; \quad Q = \frac{2,013}{2 \times 1,742} 1\,000 \times 1 \times 10^{-4} \times 100 \text{ cm}^3/\text{s/m} = \\ &= 5,78 \text{ cm}^3/\text{s} = 0,00578 \text{ l/s.} \end{aligned}$$

2) Vitezele de ieșire ale curentului de infiltrație de-a lungul biefului aval sînt date în funcție de Δh (formula 11.14) :

$$v_y = \frac{1}{2K} \cdot \frac{1}{\sqrt{\text{ch}^2 \bar{x} - \cos^2 \bar{i}}} \cdot k \cdot \bar{\Delta h}$$

$\bar{\Delta h}$, $\bar{x}$ și $\bar{i}$ sînt valori adimensionale, înmulțind valorile reale cu $\frac{\pi}{20}$. Pentru punctele :

$$x = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T, \text{ rezultă :}$$

$$x = 0 ; v_y = \frac{1}{2 \times 1,742} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\pi}{2} 0,4} \cdot \frac{\Delta h \pi}{2T} 1 \times 10^{-4} = 7,66 \times 10^{-5} \text{ cm/s.}$$

$$x = \frac{T}{4} ; v_y = \frac{1}{3,484} \cdot \frac{1}{\sqrt{\text{ch}^2 0,25 \frac{\pi}{2} - \cos^2 0,2\pi}} \cdot \frac{\Delta h \pi}{2T} 10^{-4} = 6,31 \times 10^{-5} \text{ cm/s.}$$

$$x = \frac{T}{2} ; v_y = \frac{1}{3,484} \cdot \frac{1}{\sqrt{\text{ch}^2 0,5 \frac{\pi}{2} - \cos^2 0,2\pi}} \cdot \frac{\Delta h \pi}{2T} 10^{-4} = 4,33 \times 10^{-5} \text{ cm/s.}$$

$$x = \frac{3T}{4} ; v_y = \frac{1}{3,484} \cdot \frac{1}{\sqrt{\text{ch}^2 0,75 \frac{\pi}{2} - \cos^2 0,2\pi}} \cdot \frac{\Delta h \pi}{2T} 10^{-4} = 2,86 \times 10^{-5} \text{ cm/s.}$$

$$x = T ; v_y = \frac{1}{3,484} \cdot \frac{1}{\sqrt{\text{ch}^2 \frac{\pi}{2} - \cos^2 0,2 \pi}} \cdot \frac{\Delta h \pi}{2T} 10^{-4} = 1,88 \times 10^{-5} \text{ cm/s.}$$

Întrucît viteza critică este :

$$v_{cr} = k i_{cr} = 1 \times 10^{-4} \frac{\gamma'}{\gamma_w} = 9,9 \times 10^{-5} \text{ cm/s;}$$

diferența între v_y și această viteză critică constituie o expresie a coeficientului de siguranță la afuiere în diferitele puncte.

Presiunea hidrodinamică a apei pe partea stîngă și dreaptă a peretelui este dată prin expresia (similară formulei 11.19) :

$$\frac{p}{\gamma_w} = \frac{\Delta h}{2} \left[1 \pm \frac{1}{K} F \left(\frac{1}{k} \sqrt{1 - \frac{k'^2}{\cos^2 y}}, k \right) \right].$$

Cu F se notează integrala eliptică de primul ordin cu modulul $k = \sin \frac{t\pi}{2T}$ și amplitudinea $\varphi = \arcsin \frac{1}{k} \sqrt{1 - \frac{k'^2}{\cos^2 y}}$, ($k' = \sqrt{1 - k^2}$);

— pentru $\frac{y}{t} = 0$; $\sqrt{1 - \frac{k'^2}{\cos^2 0}} = k$; $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $F = 1,74 = F$; $\frac{p}{\gamma_w} = \Delta h x 1$;

— pentru $\frac{y}{t} = 1$; $\cos^2 y = \cos^2 t = k'^2$; F devine 0; $\frac{p}{\gamma_w} = \frac{1}{2} \Delta h$;

— pentru $\frac{y}{t} = \frac{1}{2}$.

$$k' = 0,809; \quad \cos \frac{t}{2} \frac{\pi}{2T} = \cos \frac{4,00 \pi}{4 \times 10,00} = 0,951;$$

$$\cos^2 y = 0,951^2 = 0,904; \quad \frac{1}{k} \sqrt{1 - \frac{k'^2}{\cos^2 y}} = \frac{1}{0,588} \sqrt{1 - \frac{0,805^2}{0,904}};$$

$$\sin \varphi = \frac{0,516}{0,588} = 0,885; \quad \varphi = 62^\circ.$$

Valoarea integralei eliptice cu modulul egal cu $\sin 36^\circ$ și amplitudinea $\varphi = 62^\circ$ este egală cu

$$F(62^\circ, 36^\circ) = 1,186;$$

$$\frac{p}{\gamma_w} = \frac{\Delta h}{2} \left[1 \pm \frac{1,186}{1,742} \right];$$

$$p_1/\gamma_w = 0,840 \Delta h \quad (\text{pe partea stîngă});$$

$$p_2/\gamma_w = 0,160 \Delta h \quad (\text{pe partea dreaptă}).$$

În mod similar se calculează presiunile pentru $y = \frac{t}{3}$; $y = \frac{2t}{3}$ și se poate construi diagrama presiunilor. Rezultanta presiunilor apei care se exercită asupra acelei părți a palplanșei care se găsește sub nivelul terenului scăzînd valorile presiunilor din amonte și aval, se ridică la

$$H = \gamma_w \frac{t \Delta h}{2} \left[1 + \left(\frac{0,84 - 0,16}{2} \right) \times \frac{1}{2} + \frac{0,84 - 0,16}{2} \right] = 23,60 \text{ t/m.}$$

Exemplul 11.4. Pentru construcția masivă arătată în fig. 11.10 fundată pe un strat omogen cu coeficientul de permeabilitate $k = 1 \times 10^{-4}$ cm/s,

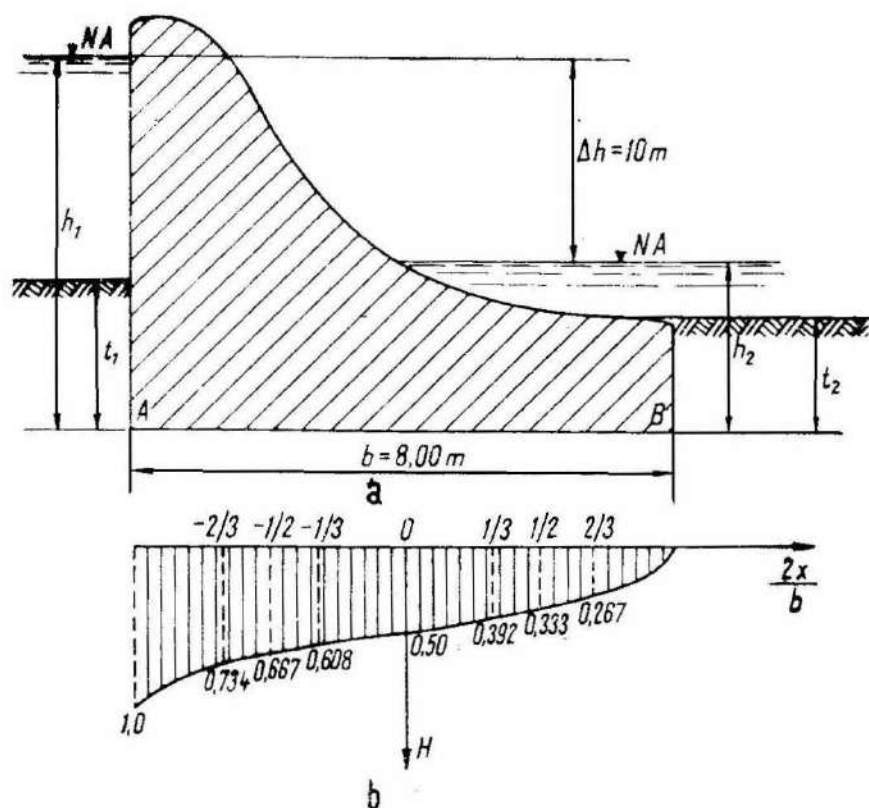


Fig. 11.10

să se calculeze subpresiunea exercitată pe talpa fundației și să se verifice stabilitatea la afuiere cunoscând că :

$$\Delta h = 10 \text{ m}; \quad h_1 = 14 \text{ m}; \quad h_2 = 4 \text{ m}; \quad t_1 = 5 \text{ m}; \quad t_2 = 2 \text{ m}; \quad b = 8 \text{ m};$$

$$\gamma_s = 2,70; \quad n = 38 \text{ \%}.$$

Rezolvare. a) Metoda hidraulică. Gradientul hidraulic se exprimă prin raportul între diferența de nivel și drumul parcurs prin mediul poros

$$i = \frac{\Delta h}{b + t_1 + t_2} = \frac{10}{8 + 5 + 2} = \frac{10}{15} = 0,666$$

$$i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{(\gamma_s - \gamma_w)(1 - n)}{1} = 1,7 \times 0,62 = 1,054$$

$$n_s = \frac{i_{cr}}{i} = \frac{1,054}{0,666} = 1,58 \text{ (coeficient de siguranță contra afuierii).}$$

Subpresiunea pe talpa fundației se repartizează trapezoidal. Presiunea în punctele A și B rezultă:

$$P_A = \gamma_w[h_1 - it_1] = 1[14 - 0,666 \times 5] = 10,66 \text{ t/m}^2;$$

$$P_B = \gamma_w[h_2 + it_2] = 1[4 + 0,666 \times 2] = 5,33 \text{ t/m}^2.$$

Subpresiunea totală

$$P = \frac{b(P_A + P_B)}{2} = \frac{8}{2} (10,66 + 5,33) = 64 \text{ t/m}.$$

Presiunea laterală a apei pe paramenții amonte și aval rezultă:
— amonte,

$$h_1 = \frac{1}{2} \times 14^2 - \frac{1}{2} 5^2 \times 0,66 = 89,66 \text{ t/m};$$

— aval,

$$h_2 = \frac{1}{2} \times 4^2 + \frac{1}{2} 2^2 \times 0,66 = 9,33 \text{ t/m}.$$

b) După metode hidrodinamice. Liniile de curent sînt elipse confocale avînd ecuația (11.15,a). De-a lungul axei x funcția ψ ia valorile (11.17);

$$\text{— pentru } x = \frac{b}{2}, \quad \psi = 0;$$

$$\text{— pentru } x = b, \quad \psi = \frac{1}{\pi} \text{Arg ch } 2.$$

$$\text{Arg ch } 2 = 0,85 \frac{\pi}{2}; \quad \psi = \frac{1}{\pi} 0,85 \frac{\pi}{2} = 0,425;$$

$$\text{— pentru } x = 2b; \quad \psi = \frac{1}{\pi} \text{Arg ch } 4; \quad \text{Arg ch } 4 = 1,32 \frac{\pi}{2}.$$

$$\psi = \frac{1}{\pi} 1,32 \frac{\pi}{2} = 0,61.$$

Debitul care se scurge între punctul B și cel situat la o distanță de 4 m ($x = b$) (calculat pentru 1 m de construcție):

$$Q = k\Delta h\psi = 1 \times 10^{-4} \times 1\,000 \times 100 \times 0,425 = 4,25 \text{ cm}^3/\text{s}$$

— la o distanță de 12 m ($x = 2b$)

$$Q = 1 \times 10^{-4} \times 1\,000 \times 100 \times 0,61 = 6,100 \text{ cm}^3/\text{s}.$$

Vitezele de ieșire de-a lungul axei x (11.18) sînt:

$$V = \bar{v}_y \frac{\Delta h k}{b/2}, \text{ unde } \bar{v}_y = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x}{b/2}\right)^2 - 1}}.$$

Pentru $\frac{x}{b/2} = 1$ viteza devine infinit de mare, ceea ce se explică prin faptul că nu s-a luat în considerație adîncirea tălpii în teren. Pentru punctele următoare rezultatele sînt:

$\frac{x}{b/2}$	1,1	1,25	1,50	1,75	2,00
$\bar{v}_y$	0,70	0,428	0,285	0,225	0,184

Vitezele de ieșire sînt deci:

$$v_y = \bar{v}_y \frac{1}{400} k \Delta h = 1 \times 10^{-4} \times 1\,000 \times \frac{1}{400} = \bar{v}_y 2,5 \times 10^{-4} \text{ cm/s.}$$

Pentru punctele cu abscisele relative $\frac{x}{b/2}$ rezultă:

$\frac{x}{b/2}$	1,0	1,10	1,25	1,5	1,75	2,00
v cm/s	∞	$1,75 \times 10^{-4}$	$1,07 \times 10^{-4}$	$0,71 \times 10^{-4}$	$0,56 \times 10^{-4}$	$0,455 \times 10^{-4}$

Presiunea pe talpa fundației exprimată prin înălțimea H a coloanei de apă se determină prin expresia (11.16) la care trebuie adăugată înălțimea h_2 . Rezultă următoarele valori:

$\frac{x}{b/2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{2}{3}$	+1
H	1	0,734	0,667	0,608	0,50	0,392	0,333	0,267	0,000

Diagrama presiunilor întocmită pe baza acestor valori este prezentată în fig. 11.10, b.

După cum se vede, totalul subpresiunii nu diferă de valoarea care se obține după metodele hidraulice, dar repartizarea acestei subpresiuni nu urmează o lege trapezoidală, eforturile de subpresiune concentrîndu-se spre partea amonte.

Exemplul 11.5. Să se arate în ce măsură debitul de infiltrație, subpresiunea pe talpa fundației și stabilitatea la afuiere sînt influențate dacă grosimea straturilor permeabile este limitată la $T = 8$ m, ceilalți parametri (ai construcției și pămîntului) fiind identici cu cei din exemplul precedent (fig. 11.10).

Rezolvare. Debitul de infiltrație (11.20) se determină prin integralele eliptice pline K și K' avînd drept modul k respectiv k'

$$k = \operatorname{th} \frac{b\pi}{4T}; \quad k' = \sqrt{1 - k^2};$$

$$k = \operatorname{th} \frac{\pi}{4} \times \frac{8}{8} = 0,656 = \sin 41^\circ; \quad k' = \cos 41^\circ = 0,754 = \sin 49^\circ.$$

Din tabele rezultă:

$$K = F\left(\frac{\pi}{2}, 0,656\right) = 1,787; \quad K' = 1,936.$$

Înlocuind se obține:

$$Q = \frac{k\Delta h}{2k} K' = \frac{1 \times 10^{-4} \times 1\,000 \times 100 \times 1,936}{2 \times 1,787} = 0,531 \text{ cm}^3/\text{s} = 0,00531 \text{ l/s}.$$

Presiunea pe talpa fundației este dată de formula (11.19):

pentru $x = 0$; $F(0^\circ, k) = 0$; $h_{x=0} = 1/2$

$$x = +\frac{b}{2}; \quad F(90^\circ, k) = K; \quad h_{x=1} = 0$$

$$x = -\frac{b}{2}; \quad F(90^\circ, k) = -K; \quad h_{x=-1} = 1$$

$$x = \pm \frac{b}{2}; \quad F\left[\frac{\operatorname{th} \frac{b}{8} \frac{\pi}{T}}{\operatorname{th} \frac{b}{4} \frac{\pi}{T}}, k\right] = F\left[\frac{0,364}{0,656}, 0,656\right] = F[\sin 33^\circ 30', \sin 41^\circ] = 0,735$$

$$\frac{p}{\gamma_w} = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{0,735}{1,787}\right); \quad h_{-1/2} = \frac{1}{2} (1 \pm 0,412) = 0,706$$

$$h_{+1/2} = 0,294.$$

Vitezele de ieșire de-a lungul biefului aval se obțin cu relația (11.21).

Pentru punctele cu $\frac{x}{b/2} = 1,00$ $v_y \rightarrow \infty$; pentru celelalte puncte valorile lui v_y sînt date în tabela 11.1, în care

$$A = \frac{\operatorname{ch} \frac{b\pi}{4T}}{2K} \times 1 \times 10^{-4} \frac{\pi}{16} = \frac{1,325}{2 + 1,787} \times 1 \times 10^{-4} \frac{\pi}{16} = 7,3 \times 10^{-6}.$$

Tabela 11.1

	$\bar{x} = \frac{x}{\frac{b}{2}}$	1,25	1,50	2
α	$\frac{\pi}{2} \frac{b}{2} \cdot \frac{\bar{x} + 1,0}{T}$	$1,125 \frac{\pi}{2}$	$1,25 \frac{\pi}{2}$	$1,50 \frac{\pi}{2}$
a	$\operatorname{sh} \alpha$	2,85	3,48	5,14
β	$\frac{\pi}{2} \frac{b}{2} \frac{\bar{x} - 1,0}{T}$	$0,125 \frac{\pi}{2}$	$0,25 \frac{\pi}{2}$	$0,5 \frac{\pi}{2}$
b	$\operatorname{sh} \beta$	0,197	0,402	0,868
c	$a \cdot b$	0,560	1,40	4,47
d	$\sqrt{c}$	0,748	1,180	2,114
	$v_y = \frac{A}{d} \Delta h, \text{ cm/s}$	$9,75 \times 10^{-3}$	$6,20 \times 10^{-3}$	$3,46 \times 10^{-3}$

Comparînd aceste valori cu cele din exemplul anterior rezultă că atunci cînd stratul permeabil are o grosime limitată, vitezele de ieșire ale curentului de infiltrație au o valoare mai redusă.

Din exemplele arătate înainte a reieșit că folosirea formulelor din hidraulica subterană nu prezintă un calcul mai laborios decît cel necesar pentru metodele simplificate, folosirea tabelor pentru valorile funcțiilor hiperbolice și ale integralelor eliptice ne reprezentînd mai multe dificultăți decît folosirea tabelor funcțiilor trigonometrice.

Pentru cazuri mai complicate ca de pildă baraje cu tălpi îngropate cu unul sau mai multe ecrane verticale etanșe, calculele se fac cu exactitate suficientă după metoda fragmentelor, așa după cum se arată în exemplul următor.

Exemplul 11.6. Un baraj de pămînt, care produce o ridicare de nivel a apei în amonte $H = 50$ m, coronamentul avînd o gardă de 5 m, are lățimea la coronament $b_0 = 8$ m cu taluzul aval de 1 : 3 și amonte 1 : 2 (fig. 11.11).

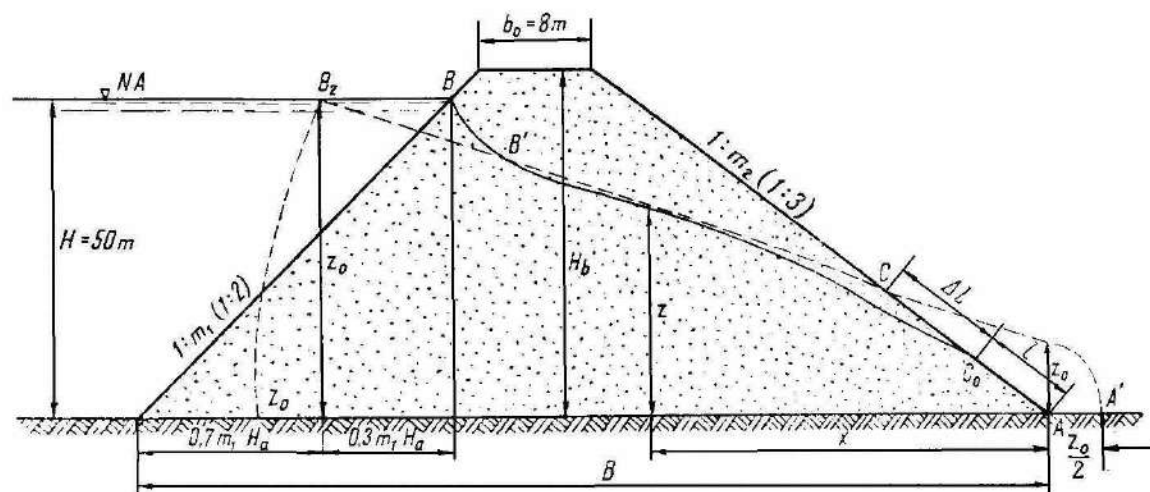


Fig. 11.11

Barajul este construit dintr-un material argilo-nisipos compactat avînd $\gamma = 1,85 \text{ t/m}^3$ cu un coeficient de permeabilitate $k = 1 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$. Să se construiască curba de depresie și să se calculeze debitul de infiltrație.

Rezolvare. Înălțimea totală a barajului

$$H_b = H + 5 = 55 \text{ m}; \quad B = b_0 + m_1 H_b + m_2 H_b = \\ = 8,00 + 55(20 + 3) = 255,50 \text{ m}.$$

Curba de infiltrație este o parabolă avînd ca ecuație relația (11.22, a)

$$z_0 = \sqrt{(255,5 - 0,7 \times 2 \times 50)^2 + 50^2} - (255,50 - 0,7 \times 2 \times 50) = 6,65 \text{ m}.$$

Debitul de infiltrație se obține cu relația (11.24)

$$q = 1 \times 10^{-5} \times 665 \times 100 = 0,6 \text{ cm}^3/\text{s/m} = 0,0006 \text{ l/s/m}.$$

Curba de infiltrație este o parabolă a cărei vîrf se găsește la distanță $z_0/2 = 3,325 \text{ m}$ de la piciorul taluzului aval și trece prin punctul B_2 al nivelului maxim din amonte.

Pe porțiunea BB' curba de depresie se racordează la taluzul amonte cu nivelul apei. Ieșirea la taluzul aval se corectează coborînd punctul C_0 pînă la o lungime l de piciorul taluzului dată în expresiile (11.23, a) sau (11.23, b).

Ținînd seama că $m_2 = 3 > 1,7$ se adoptă formula (11.23, b).

$$l \approx z_0 \frac{0,65}{1 - \frac{m_2}{\sqrt{1 + m_2^2}}} = 6,65 \frac{0,65}{1 - \frac{3}{\sqrt{10}}} \approx 84 \text{ m}.$$

Exemplul 11.7. Un baraj de pământ (fig. 11.12) are la piciorul taluzului un strat drenat în scopul devierii curbei de depresie de la taluzul aval. Dimensiunile barajului sînt cele din exemplul 11.6. Lungimea drenajului $l_d = 35$ m. Să se determine curba de depresie și debitul de infiltrație după metoda fragmentelor.

Rezolvare. Lungimea fragmentului II rezultă din fig. 11.12.

$$l = m_1(H_b - H) + b_0 + H_b m_2 l_d = 2 \times 5 + 8 + 50 \times 3 - 35 = 133 \text{ m.}$$

Lungimea corectată

$$l_1 = l - 0,10 H = 133 - 5 = 128 \text{ m.}$$

Lungimea echivalentă a primului fragment este egală cu $\Delta L = \beta H$, în care β reiese din fig. 11.5 pentru

$$m = 2 \text{ și } \frac{l}{H} = \frac{133}{50} = 2,66; \quad \beta = 0,206; \quad \Delta L = 0,206 \times 50 = 10,30 \text{ m.}$$

Lungimea totală a celor două fragmente:

$$l_0 = l + \beta H = 133 + 10,30 = 143,30 \text{ m.}$$

Pentru raportul $\frac{l_0}{H} = \frac{143,30}{50} = 2,86$, din diagrama din fig 11.6 rezultă:

$$\frac{h_0}{H} = f\left(\frac{l_0}{H}\right) = 0,216; \quad h_0 = 0,216 \times 50 = 10,80 \text{ m.}$$

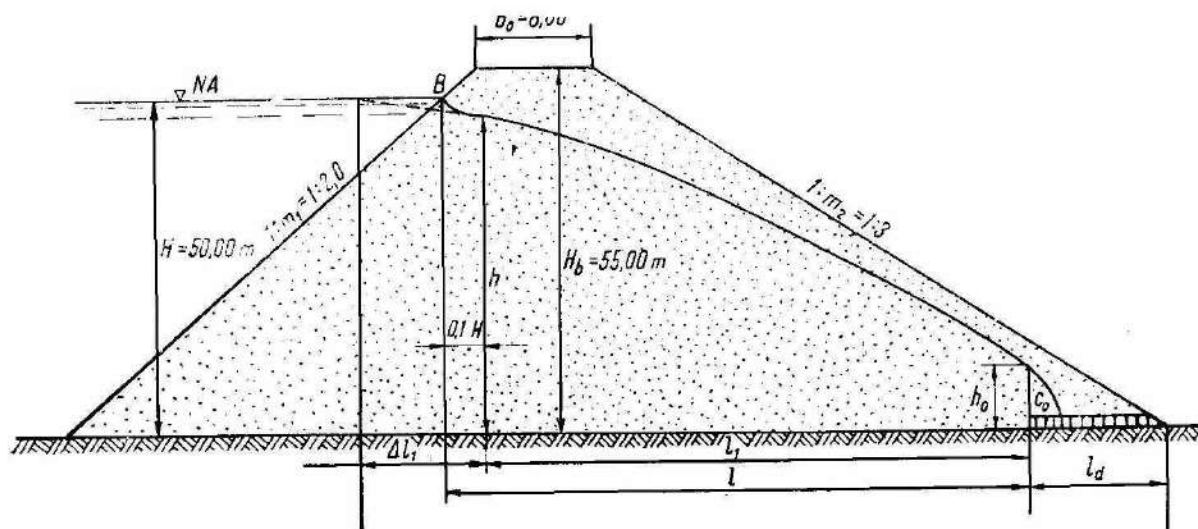


Fig. 11.12

Coeficientul de permeabilitate al materialului din ecran: $k_0 = 1 \times 10^{-7}$ cm/s.
Coeficientul de permeabilitate al materialului din restul barajului: $k = 1 \times 10^{-5}$ cm/s. Elementele geometrice sînt următoarele:

$$H = 30 \text{ m}; \quad t = 3,80 \text{ m}; \quad m' = 2,25; \quad H' = 1 \text{ m}; \quad l = 55 \text{ m}.$$

$$t' = 1,50; \quad \alpha' = 24^\circ; \quad \alpha = 22^\circ 30'$$

$$a + a' = (H - H')/\sin \alpha' \operatorname{ctg} \alpha' = 2,25; \operatorname{ctg} \alpha = 2,5; \sin \alpha = 0,372$$

$$\sin \alpha' = 0,405;$$

$$a' = h_1/\sin \alpha'.$$

Rezolvare. Calculul se face cu relațiile (11.29) prin aproximații succesive. În prima aproximație se ia $h_1 = 0$; se calculează q , h_0 și h_1 toate raportate la unitatea de lungime; se introduce valoarea rectificată a lui h_1 în expresia pentru q și așa mai departe.

$$q = 1 \times 10^{-7} \left[\frac{2 \times 30}{3,80 + 3,80} \times 0 + \frac{30 + 1}{3,80 + 1,50} \times \frac{2\,900}{0,405} \right] = 4,2 \times 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{s};$$

$$h_0 = \frac{4,2 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}} \times 0,636 \times 100 = 268 \text{ cm}$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{2 \times 5\,500 \times 4,2 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}} + 268^2} = 348 \text{ cm};$$

$$a' = \frac{h_1}{\sin \alpha'} = \frac{3,48}{0,405} = 8,60 \text{ m}; \quad t_1 = t - a' \operatorname{tg} (\alpha' - \alpha) = 3,80 - 0,300 = 3,50;$$

Înlocuind rezultă:

$$q = 1 \times 10^{-7} \left[\frac{60 - 3,48}{3,8 + 3,5} \times 860 + \frac{31 - 3,48}{3,5 + 1,5} \left(\frac{2\,900}{0,405} - 860 \right) \right] = 4,14 \times 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$h_0 = 0,636 \times \frac{4,14 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}} = 264 \text{ cm}.$$

Valorile h_0 sînt apropiate astfel că se poate întrerupe calculul.

Curba de depresie este o parabolă avînd ordonatele $h_1 = 3,48 \text{ m}$ și $h_0 = 2,64$ pe o lungime de 55 m.

Acțiunea hidrodinamică asupra ecranului este determinată de diferența de nivel între H (amonte) și h_1 , în partea aval a ecranului.

înlocuind această valoare în ecuația (11.30):

$$\frac{5,42 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}} = \frac{H^2 - H'^2}{2 \times l} = \frac{7\,500^2 - H'^2}{8\,000};$$

$$H'^2 = 100^2[75^2 - 0,434]; \quad H' = 100\sqrt{5\,625 - 0,434} = 74,98 \text{ m.}$$

Cu această valoare a lui H' se reintră în ecuația (11.31)

$$\frac{q}{1 \times 10^{-7}} = 0,8 \times 7\,498 - 0,32 \times 1\,800$$

$$q = 10^{-7} [5998,4 - 576] = 0,542 \times 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{s.}$$

Deoarece cele două valori q sînt practic egale, continuarea aproximațiilor succesive nu mai este necesară. Din relația (11.32) rezultă:

$$\frac{0,542 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-4}} = \frac{h_1^2 - h_a^2}{2l_1} = \frac{h_1^2 - 100^2}{16\,000}$$

$$5,42 \times 16\,000 + 100^2 = h_1^2$$

$$h_1 = 100\sqrt{1 + 5,42 \times 1,6} = 310 \text{ cm};$$

$$H'' = H' - 0,8 t = 74,98 - 14,4 = 60,58 \text{ m}$$

$$\Delta h = H'' - h_1 = 60,58 - 3,10 = 57,48 \text{ m}$$

$$i = \frac{57,48}{18} = 3,2.$$

Pentru acest gradient trebuie verificat filtrul invers pe partea din aval a sîmburelui central.

Exemplul 11.10. Taluzul unui pămînt nisipos este înclinat cu 1 : 3. Unghiul de frecare internă a masivului în stare compactă la o porozitate de $n = 38\%$, fiind egal cu $\Phi = 32^\circ$, taluzul este solicitat de un curent de infiltrație care iese prin linia taluzului. Să se determine:

a) care este gradientul hidraulic maxim al curentului de infiltrație la ieșirea din taluz, care se poate admite pentru a asigura stabilitatea taluzului, atunci cînd curentul de ieșire este perpendicular pe taluz.

b) care este gradul de stabilitate a taluzului cînd direcția curentului este paralelă cu linia taluzului;

c) care este cea mai nefavorabilă direcție de ieșire a curentului și care este în acest caz gradientul admisibil.

Rezolvare. a) Greutatea volumetrică submersată este:

$$\gamma' = (1 - n)(\gamma_s - \gamma_w) = (1 - 0,38)(2,70 - 1) = 1,054 \text{ t/m}^3;$$

Din triunghiul de forțe reiese (fig. 11.7):

$$\operatorname{ctg} \beta = 3; \quad \beta = 18^{\circ}23'; \quad \gamma_w i_1 = \frac{\gamma' \sin (\Phi - \beta)}{\sin \Phi}$$

$$(\Phi - \beta) = 13^{\circ}37'; \quad \operatorname{tg} \beta = 0,333$$

$$\sin (\Phi - \beta) = 0,235 \quad i_1 = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \cdot \frac{\sin (\Phi - \beta)}{\sin \Phi} = \frac{1,054}{1} \times \frac{0,235}{0,530} = 0,466.$$

$$\sin \Phi = 0,530$$

Gradientul maxim admisibil este 0,466, din care se deduce și viteza maximă de ieșire.

b) În cazul curgerii paralele

$$i_2 = \frac{\Delta h}{\Delta l} = \sin \beta = 0,316.$$

Echilibrul limită de afuiere se produce pentru o înclinare a taluzului față de orizontală β' care satisface relația (11.28, a)

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \Phi.$$

Coeficientul de stabilitate rezultă din relația:

$$n_s = \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta}.$$

Înlocuind valorile numerice rezultă:

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 32^{\circ} = 0,5 \times 0,625 = 0,312; \quad \beta' = 17^{\circ}20';$$

$$n_s = \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{0,312}{0,333} = 0,95.$$

În acest caz taluzul nu este stabil.

c) Din relația (11.29) rezultă că cel mai nefavorabil caz se produce când înclinarea δ a curentului față de taluz este $\delta = \Phi = 32^{\circ}$. În acest caz, forța specifică de antrenare este egală cu:

$$F = \gamma' \sin (\Phi - \beta) = \gamma_w i_3; \quad i_3 = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \sin (\Phi - \beta) = \frac{1,054}{1} 0,235 = 0,248.$$

Gradientul maxim admisibil pentru un curent de infiltrație care iese sub un unghi de 32° față de linia taluzului este egal cu 0,248.

12

PROCESUL DE CONSOLIDARE A PĂMÎNTURILOR

Prin consolidarea unui strat de pământ se înțelege tasarea în timp a stratului sub acțiunea unei încărcări constante sau variabile și ea în timp. Acest fenomen se datorește faptul că porii saturați cu apă nu-și pot micșora volumul pînă ce apa nu este eliminată în pori. Deoarece viteza scurgerii apei este finită și direct proporțională cu coeficientul de permeabilitate, procesul de consolidare este influențat de următorii factori:

- presiunea p aplicată la suprafața stratului;
- efortul unitar normal vertical σ_z într-un punct al stratului compresibil;
- indicele porilor e ;
- grosimea stratului compresibil h ;
- coeficientul de compresibilitate a , în cm^2/kg , definit prin $e_1 - e_2 = a(p_2 - p_1)$;
- coeficientul de permeabilitate k , în cm/s .

Efortul normal total σ_z pe un plan orizontal într-un punct este preluat de efortul unitar normal efectiv σ'_z între particule solide și presiunea apei din pori u . Rezultă relația $\sigma_z = \sigma'_z + u$, valabilă la un timp t .

Gradul de consolidare U_t reprezintă raportul între tasarea s_t , realizată după timpul t și tasarea finală, s_∞ (după consumarea consolidării, pentru $t = \infty$)

$$U_t = \frac{s_t}{s_\infty} ; \quad s_\infty = \frac{aph}{(1+e)} = m_v \cdot p \cdot h.$$

Consolidarea într-o singură direcție (verticală) se obține prin integrarea ecuației diferențiale parțiale:

$$c_v \frac{\partial^2 \sigma'_z}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma'_z}{\partial t} \quad (12.1)$$

unde

$$c_v = \frac{k(1+e)}{\gamma_w \cdot a} = \frac{k}{m_v \gamma_w}, [\text{cm}^2/\text{s}] \quad (12.2)$$

e fiind indicele mediu al porilor stratului.

Problemele care se pun sînt:

1) cum variază σ'_z în funcție de adîncimea z și timpul t pentru o distribuție uniformă pe toată grosimea h a stratului a efortului unitar total σ_z ;

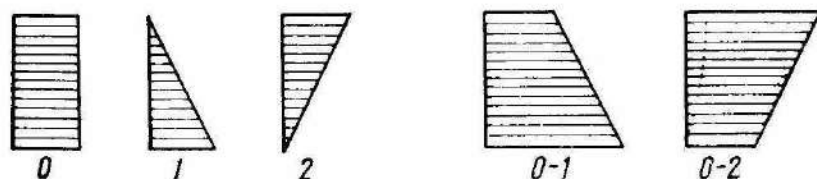


Fig. 12.1

2) care este tasarea s_t după un timp t de la aplicarea încărcării;

3) care este timpul t în care gradul de consolidare atinge o valoare dată.

Condițiile pe contur ale ecuației (12.1) depind de :

a) posibilitățile de drenare pe fața superioară și inferioară a stratului compresibil: dacă drenarea apei se poate face spre cele două suprafețe, în formulele următoare grosimea stratului se ia egală cu $\frac{h}{2}$;

b) modul de repartizare pe adâncime a eforturilor unitare normale efective inițiale.

Pentru calcule ingineresti se iau în considerație următoarele cinci cazuri de repartizare a presiunilor pe adâncimea stratului (fig.12.1). Prin integrarea ecuațiilor diferențiale cu dezvoltare în serii, rezultă

$$\sigma'_z = p \left[1 - \frac{4}{\pi} \sin \frac{\pi z}{2h} e^{-N} \right] \quad (12.3)$$

$$U_{t_0} = \left[1 - \frac{8}{\pi} e^{-N} \right] \quad (12.4, a)$$

$$U_{t_1} = \left[1 - \frac{32}{\pi^2} e^{-N} \right] \quad (12.4, b)$$

în care :

$$N = \frac{\pi^2 c_v}{4h^2} t, \text{ factor adimensional.} \quad (12.5)$$

În tabela 12.1 sînt date valorile U_t și N pentru cazurile 0, 1, 2 cu ajutorul cărora se pot rezolva problemele arătate mai înainte.

Pentru cazurile de distribuție trapezoidală (0-1) și (0-2) valorile respective N sînt date de expresiile:

$$N_{0-1} = N_0 + (N_1 - N_0) I \quad (12.6, a)$$

$$N_{0-2} = N_2 + (N_0 - N_2) I' \quad (12.6, b)$$

T a b e l a 12.1

Valorile coeficienților N

$U_t = \frac{s_t}{s}$	Mărimea N			$U_t = \frac{s_t}{s}$	Mărimea N		
	cazul 0	cazul 1	cazul 2		cazul 0	cazul 1	cazul 2
0,05	0,005	0,06	0,002	0,55	0,59	0,84	0,32
0,10	0,02	0,12	0,005	0,60	0,71	0,95	0,42
0,15	0,04	0,18	0,01	0,65	0,84	1,10	0,54
0,20	0,08	0,25	0,02	0,70	1,00	1,24	0,69
0,25	0,12	0,31	0,04	0,75	1,18	1,42	0,88
0,30	0,17	0,39	0,06	0,80	1,40	1,64	1,08
0,35	0,24	0,47	0,09	0,85	1,69	1,93	1,36
0,40	0,31	0,55	0,13	0,90	2,09	2,35	1,77
0,45	0,39	0,63	0,18	0,95	2,80	3,17	2,54
0,50	0,49	0,73	0,24	1,00			

în care I și I' sînt date în tabela 12.2 în funcție de $v = \frac{p_0}{p_h}$ (raportul presiunilor pentru $z = 0$ și respectiv $z = h$).

T a b e l a 12.2

Valorile coeficienților v

Cazul	v	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
O—1	I	1,00	0,84	0,69	0,56	0,46	0,36	0,27	0,19	0,12	0,06	0,00
Cazul O—2	v	1,00	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0
	I'	1,00	0,83	0,71	0,62	0,55	0,50	0,45	0,42	0,39	0,34	0,30
	v	8,0	9,0	10,0	12,0	15,0	20,0					
	I'	0,27	0,25	0,23	0,20	0,17	0,13					

Cazul 0 se referă la o repartizare uniformă în adîncime a eforturilor unitare p , cazul 1 se referă la o repartizare triunghiulară, așa cum este la solicitări prin greutatea proprie, cazul 2 asimilează cu o repartizare triunghiulară distribuția eforturilor unitare în adîncime sub acțiunea unei încărcări p , uniform distribuite la suprafața stratului; cazurile 0—1 și 0—2 sînt combinații ale cazurilor 0 cu 1 și respectiv cu 2.

În toate cazurile tratate pînă acum s-a considerat că încărcarea p se aplică în mod brusc la timpul $t = 0$ și rămîne constantă tot timpul consolidării. De fapt, la ridicarea unei construcții încărcarea permanentă crește în timpul execuției construcției de la valoarea 0 la valoarea p în timpul t' . După aceea p rămîne constant.

Considerînd că încărcarea crește liniar cu timpul în perioada $t \leq t'$ și definind cu $\alpha = \frac{p}{t}$ viteza creșterii încărcării în această perioadă, se obțin următoarele expresii pentru tasările în timpul $t \leq t'$

$$s_t = \frac{2\alpha ah^3}{c_v(1+e)} \left(\frac{c_v t}{h^2} + \frac{1}{3} e^{-Mt} - \frac{1}{3} \right) \quad (12.7)$$

unde:

$$M = \frac{\pi^2 c_v}{4h^2} = \frac{N}{t}.$$

Pentru tasările în timpul $t > t'$

$$s_t = \frac{2\alpha ah^3}{c_v(1+e)} \left[\frac{c_v t'}{h^2} + \frac{1}{3} (e^{-Mt} - e^{-M(t-t')}) \right]. \quad (12.8)$$

Problemele de consolidare bidimensională sau spațială duc la formule foarte complicate și nu sînt încă elaborate într-o formă care poate fi folosită în calcule ingineresti. În cazul folosirii de drenuri verticale (piloți de nisip), accelerarea procesului de consolidare se produce prin scurgerea apei în direcția verticală, cu viteza proporțională cu k_v , precum și în direcția radială spre drenuri (cu k_r).

Notînd:

$$c_v = \frac{k_v(1+e)}{\alpha \gamma_w} = \frac{k_v}{m_v \gamma_w} \text{ și } c_r = \frac{k_r(1+e)}{\alpha \gamma_w} = \frac{k_r}{m_v \gamma_w}. \quad (12.9)$$

Valoarea aproximativă a gradului de consolidare U_t se poate obține din expresia:

$$(1 - U_t) = (1 - U_v) (1 - U_r) \quad (12.10)$$

în care $U_v = f(T_v)$ și $U_r = f(T_r)$ sînt gradele de consolidare pe direcția verticală și radială și sînt date de abacele din fig. 12.2.

$$T_r = \frac{c_r}{4R^2} \cdot t; \quad T_v = \frac{c_v}{h^2} \cdot t,$$

R fiind distanța între drenuri, iar h grosimea stratului.

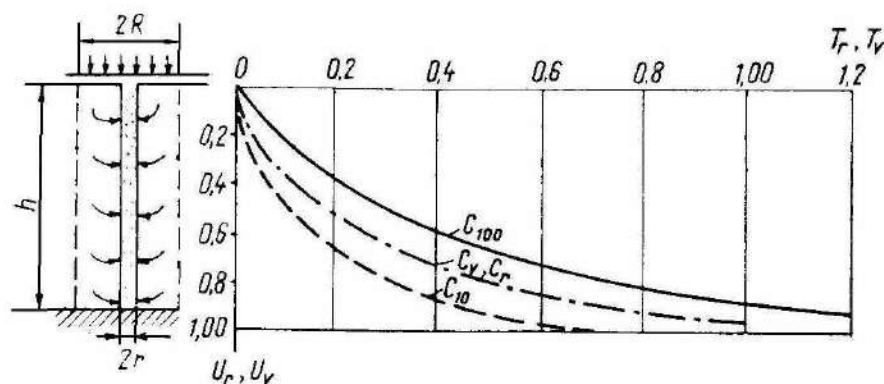


Fig. 12.2

Curba C_{10} din abacă se folosește pentru $\frac{r}{R} = \frac{1}{10}$ (raportul între raza drenului și distanța între centrele drenurilor), iar curba C_{100} pentru $\frac{r}{R} = \frac{1}{100}$. Pentru valori intermediare se interpolează.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 12.1. Se dă un strat de grosime $h = 3$ m de argilă galbenă, plastic consistentă, care are următoarele caracteristici fizico-mecanice:

$$a = 0,05 \text{ cm}^2/\text{kg}; k = 2 \times 10^{-7} \text{ cm/s}; e = 0,95.$$

Încărcarea transmisă de construcție este $p = 2 \text{ kg/cm}^2$.

Din cauza grosimii reduse a stratului de argilă se consideră această încărcare uniform repartizată în adâncime. Se cere să se determine:

- timpul în care se poate considera terminată tasarea ($U_t = 0,95$);
- timpul după care tasarea atinge 50% din tasarea finală.

Rezolvare. Tasarea finală este următoarea:

$$s_{\infty} = h m_v p = 300 \times \frac{0,05}{1 + 0,95} \times 2 = 15,4 \text{ cm}.$$

$$\text{a) } N = \frac{\pi^2 c_v t}{4h^2};$$

$$k = 2 \times 10^{-7} \times 3 \times 10^7 = 6 \text{ cm/an};$$

$$c_v = \frac{k(1 + e)}{a \gamma_w} = \frac{6(1 + 0,95)}{0,05 \times 0,001} = 2,33 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{an}$$

$$N = \frac{\pi^2 c_v}{4h^2} t = \frac{10 \times 2,33 \times 10^5}{4 \times 300^2} \times t = 6,48 \cdot t.$$

Din tabela 12.1 rezultă că în cazul O pentru $U_t = 95\%$, N are valoarea 2,80

$$t = \frac{2,80}{6,48} = 0,43 \text{ ani.}$$

b) Pentru $U_t = 0,50$, din tabelă rezultă $N = 0,49$;

$$t = \frac{1}{6,48} \times N = \frac{0,49}{6,48} = 0,075 \text{ ani,}$$

$$365 \times 0,075 = 28 \text{ zile.}$$

Exemplul 12.2. Să dă un strat avînd caracteristicile:

$$a = 0,05 \text{ cm}^2/\text{kg}; e = 0,95; k = 2 \times 10^{-8} \text{ cm/s,}$$

de grosime $h = 6 \text{ m}$, sub care se găsește stîncă. Încărcarea transmisă de o fundație cu suprafața pătrată avînd latura 6 m este de $p = 2 \text{ kg/cm}^2$. Se cere să se determine:

a) timpul după care U_t este 60%;

b) gradul de consolidare după 1 an.

Indicație: se consideră talpa construcției aplicată pe suprafața stratului.

Rezolvare. Se determină distribuția eforturilor. Sub talpa fundației în centrul suprafeței încărcate:

$$p_0 = 2 \text{ kg/cm}^2; \text{raportul laturilor } n = \frac{6}{6} = 1; m = \frac{2h}{b} = \frac{2 \times 6}{6} = 2.$$

Din tabela 6.16, $k_3 = 0,541$:

$$p_h = 2 \times 0,541 = 1,082 \text{ kg/cm}^2.$$

Tasarea finală

$$s = m_v \cdot \frac{p_0 + p_h}{2} \cdot h = \frac{0,05}{1 + 0,95} \times \frac{(2,0 + 1,082)}{2} \times 600 = 23,7 \text{ cm;}$$

$$k = 2 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^7 = 0,6 \text{ cm/an.}$$

$$a) \ c_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} = \frac{(1 + 0,95) 0,6}{0,05 \times 0,001} = 2,33 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{an}$$

$$N = \frac{\pi^2 c_v}{4h^2} t = \frac{10 \times 2,33 \times 10^4}{4 \times 600^2} t = 0,166 \text{ t.}$$

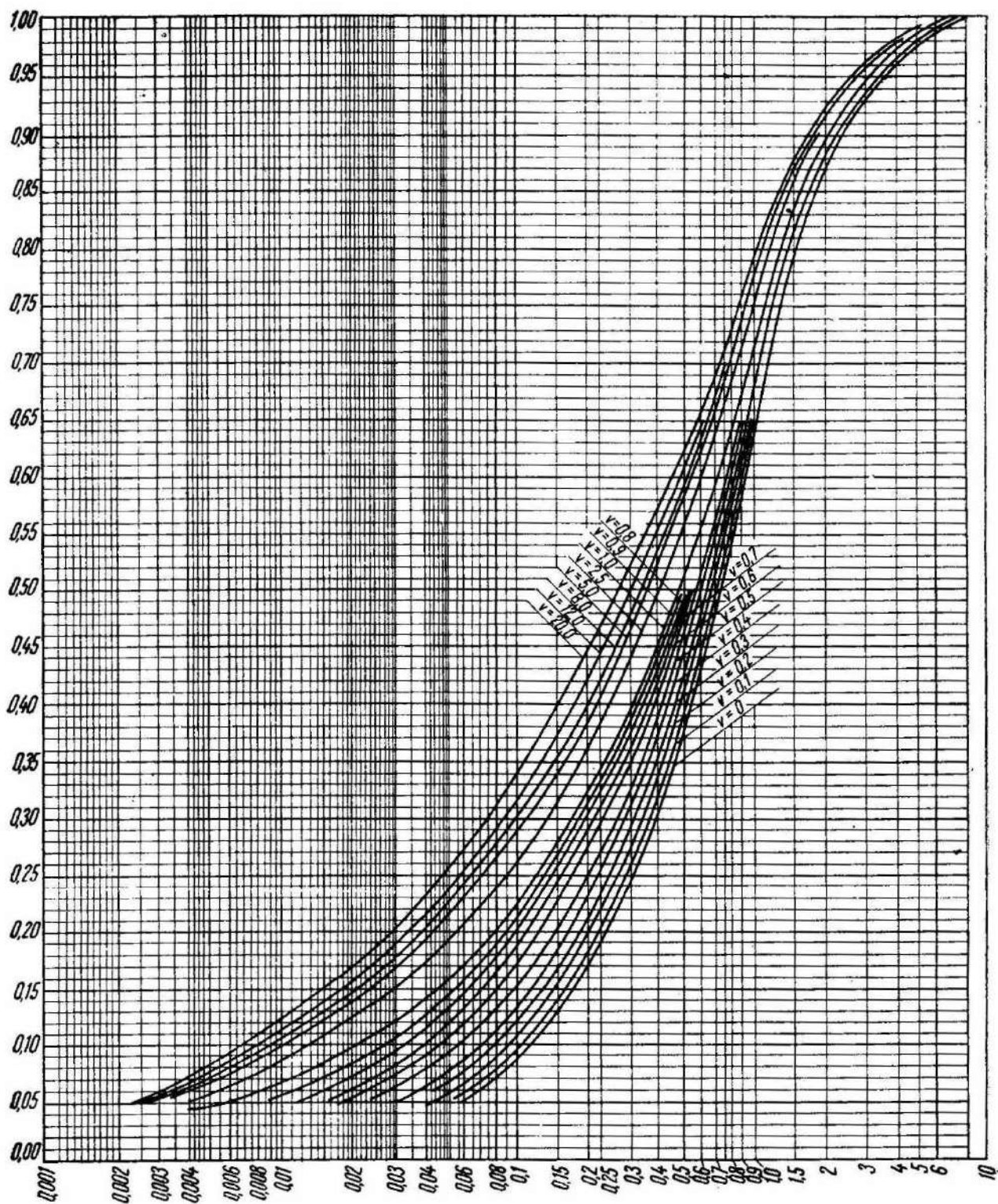


Fig. 12.3

Distribuția presiunilor :

$$v = \frac{p_0}{p_h} = \frac{2}{1,082} = 1,85 \approx 2.$$

Din formula (12.6, b) și tabelele 12.1 și 12.2. se obține pentru $U_t = 0,60$
 $N = 0,63 = 0,166 \ t.$

$$t = \frac{0,63}{0,166} = 3,8 \text{ ani.}$$

$$b) \ N = 0,166 \ t = 0,166 \times 1 = 0,166.$$

Din fig. 12.3 pentru $v = 2$ rezultă $U_t = 0,31$ [15].

Exemplul 12.3. Se dă stratificația din tabela 12.3.

Încărcarea dată de construcția avînd dimensiunile în plan 3×6 m este $p = 1,8 \text{ kg/cm}^2$. Adîncimea de fundare în stratul de argilă, 2 m. Se cere dia-

Tabela 12.3

Cote m	Denumirea straturilor	Gro- sime m	a cm ² /kg	k cm/s	e	γ t/m ³
—0,50	Pămînt vegetal	0,50	—	—	—	—
—8,50	Argilă cafenie plastic consistentă	8,00	0,015	3×10^{-8}	0,85	1,80
—20,00	Argilă vînată plastic vîrtoasă	11,50	0,015	3×10^{-8}	0,85	1,80

Tabela 12.4

h m	z m	$m = \frac{2z}{b}$	K_c *)	σ_z kg/cm ²	σ_{gz} kg/cm ²	$\frac{\sigma_{gz}}{5}$ kg/cm ²
2,00	0	0	1,000	1,44	0,36	0,072
2,75	0,75	0,50	0,954	1,37	0,49	0,098
3,50	1,50	1,00	0,800	1,15	0,63	0,126
5,00	3,00	2,00	0,481	0,69	0,90	0,180
6,50	4,50	3,00	0,293	0,42	1,17	0,234
8,00	6,00	4,00	0,190	0,27	1,44	0,288

*) K_c se extrage din tabela 6.2.

T a b e l a 12.5

Nr. fișiei	h_i m	$m_v = \frac{a}{1+e}$ cm ² /kg	p_i kg/cm ²	$p_i - 1$ kg/cm ²	$\frac{p_i + p_i - 1}{2}$ kg/cm ²	s_i cm
1	75	$8,1 \times 10^{-3}$	1,44	1,37	1,40	0,85
2	75	$8,1 \times 10^{-3}$	1,37	1,15	1,26	0,76
3	150	$8,1 \times 10^{-3}$	1,15	0,69	0,92	1,12
4	150	$8,1 \times 10^{-3}$	0,69	0,42	0,55	0,67
5	150	$8,1 \times 10^{-3}$	0,42	0,27	0,35	0,43

$$s = \sum s_i = 3,83 \text{ cm}$$

grama de tasare în timp a construcției, considerînd că sarcina se aplică toată de la început.

Rezolvare. Distribuția presiunilor pentru $n = \frac{2a}{2b} = \frac{6}{3} = 2$ este dată în tabela 12.4.

$$\sigma'_z = 1,8 - 0,36 = 1,44 \text{ kg/cm}^2.$$

Tasarea finală este calculată în tabela 12.5.

În continuare se efectuează următoarele calcule:

$$k = 3 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^7 = 0,9 \text{ cm/an};$$

$$c_v = \frac{0,9 \times (1 + 0,85)}{0,015 \times 0,001} = 1,11 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{an};$$

$$N = \frac{\pi^2 c_v}{4h^2} t = \frac{10 \times 1,11 \times 10^5}{4 \times 6^2 \times 10^4} \cdot t = 0,77 \cdot t;$$

$$v = \frac{1,44}{0,27} \approx 5.$$

T a b e l a 12.6

U_t	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,70	0,90	0,95
N	0,011	0,043	0,103	0,202	0,338	0,811	1,895	2,641
t_{ani}	0,014	0,056	0,134	0,262	0,439	1,053	2,461	3,430
t_{zile}	5	20	49	96	160	384	898	1 252

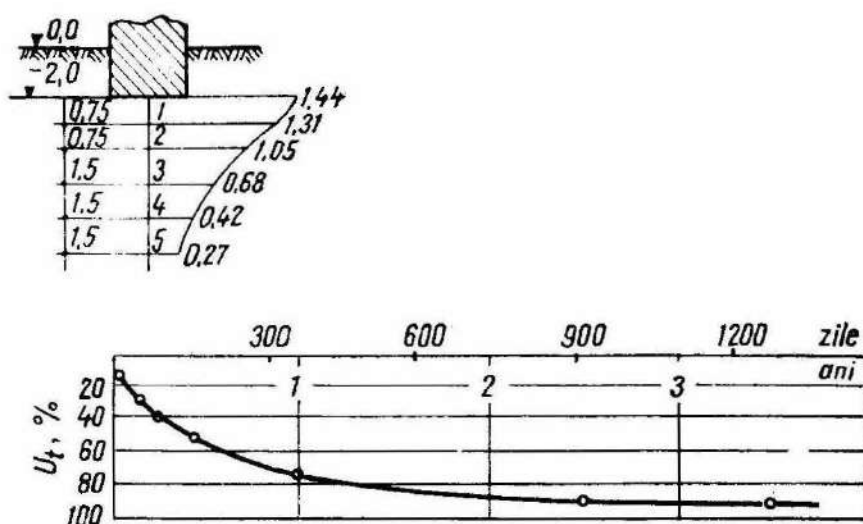


Fig. 12.4

Cu ajutorul diagramei din fig. 12.3 pentru $v = 5$ se obțin valorile N și t pentru diferite grade de consolidare U_t (tabela 12.6).

Diagrama de variație a tasării este dată în fig. 12.4.

Exemplul 12.4. Se dă stratificația din tabela 12.7.

Construcția transmite o încărcare de $p = 2,5 \text{ kg/cm}^2$, talpa fiind așezată la 1,50 m adâncime. Lățimea tălpii este de 2 m.

Se cere să se determine tasarea în timp pentru cele două straturi separat, apoi pentru construcția propriu-zisă.

Rezolvare. Presiunea efectivă pe talpă este:

$$p = 2,50 - \frac{1}{10} 1,50 \times 1,90 = 2,21 \text{ kg/cm}^2.$$

Distribuția presiunilor se obține folosind tabela 6.12, iar rezultatele sînt date în tabela 12.8.

$$n = \frac{2a}{2b} = \infty ; \quad m_v = \frac{a}{1 + e}.$$

Tabela 12.7

Cote	Denumirea pămîntului	e	$\frac{a}{\text{cm}^2/\text{kg}}$	$\frac{k}{\text{cm/s}}$	γ t/m^3
— 0,50	Pămînt vegetal	—	—	—	1,90
— 4,50	Nisip argilos	0,75	0,002	3×10^{-3}	1,90
— 12,00	Argilă plastică consistentă	0,90	0,015	2×10^{-8}	1,90

T a b e l a 12.8

h m	z m	$m = \frac{z}{b}$	k_z *)	σ_z kg/cm ²	σ_{gz} kg/cm ²	$0,2 \cdot \sigma_{gz}$ kg/cm ²	v
1,50	0	0	1,000	2,21	0,285	0,057	2,5
2,50	1,00	0,50	0,820	1,81	0,475	0,095	
3,00	1,50	0,75	0,670	1,48	0,57	0,114	
3,50	2,00	1,00	0,550	1,22	0,665	0,133	
4,50	3,00	1,50	0,400	0,88	0,855	0,171	
5,50	4,00	2,00	0,310	0,685	1,045	0,209	2,50
7,50	6,00	3,00	0,210	0,465	1,425	0,285	
11,50	10,00	5,00	0,130	0,287	2,190	0,439	

*) k_z se extrage din tabela 6.12.

În continuare se determină următoarele valori:

— pentru nisip

$$c_v = \frac{k}{m_{va} \gamma_w} = \frac{3 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^7 (1 + 0,75)}{0,002 \times 0,001} = 7,85 \times 10^{10} \text{ cm}^2/\text{an};$$

$$M = \frac{\pi^2 c_v}{4h^2} = \frac{7,85 \times 10^{10} \times 10}{4 \times 3^2 \times 10^4} = 2,2 \times 10^6 \text{ ani}^{-1}$$

— pentru argilă

$$c_v = \frac{k}{m_{va} \gamma_w} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^7 (1 + 0,90)}{0,015 \times 0,001} = 7,61 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{an}.$$

$$M = \frac{\pi^2 c_v}{4h^2} = \frac{7,61 \times 10^4 \times 10}{4 \times 7,50^2 \times 10^4} = 0,336 \text{ an}^{-1}.$$

Timpul de consolidare se calculează pentru fiecare strat cu relația

$$t = \frac{1}{M} N$$

unde N se extrage din diagrama din fig.12.3. Rezultatele sînt prezentate în tabela 12.9.

Se vede că tasarea în timp a nisipului este de foarte scurtă durată, ea epuizîndu-se practic (95%) imediat, în timp ce tasarea totală a stratului de argilă se va petrece după 8 ani.

T a b e l a 12.9

U_t	0,10	0,20	0,30	0,50	0,70	0,90	0,95
N	0,014	0,06	0,13	0,40	0,88	1,97	2,68
t_n , ani	$6,5 \times 10^{-9}$	$2,7 \times 10^{-8}$	$5,90 \times 10^{-8}$	$1,82 \times 10^{-7}$	$4,00 \times 10^{-7}$	$8,96 \times 10^{-7}$	$1,22 \times 10^{-6}$
t_a , ani	0,04	0,18	0,38	1,19	2,62	5,80	7,98

Tasarea stratului de nisip se calculează astfel :

$$s_n = \Sigma h_i m_v p_i = \frac{0,002}{1 + 0,75} \left[100 \frac{2,21 + 1,81}{2} + 50 \frac{1,81 + 1,48}{2} + \right. \\ \left. + 50 \frac{1,48 + 1,22}{2} + 100 \frac{1,22 + 0,88}{2} \right] = 0,5 \text{ cm.}$$

Tasarea stratului de argilă se calculează astfel :

$$s_a = \Sigma h_i m_v p_i = \frac{0,015}{1 + 0,90} \left[100 \frac{0,88 + 0,685}{2} + 200 \frac{0,685 + 0,465}{2} + \right. \\ \left. + 400 \frac{0,465 + 0,287}{2} \right] = 2,71 \text{ cm.}$$

Datele necesare trasării curbei de tasare sînt date în tabela 12.10.

Exemplul 12.5. Se cere determinarea tasării în timp a suprafeței unui rambleu de 8 m înălțime (fig. 12.5) în următoarele cazuri :

- considerînd tasarea umpluturii;
- considerînd și tasarea pămîntului de sub umplutură.

T a b e l a 12.10

U_t	0,10	0,20	0,30	0,50	0,70	0,90	0,95	1,00
t , ani	0,04	0,18	0,38	1,19	2,62	5,80	7,98	
s_a , cm	0,3	0,5	0,8	1,4	1,9	2,4	2,6	2,71
s_n , cm	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
s_{tot} , cm	0,8	1,0	1,3	1,9	2,4	2,9	3,1	3,21

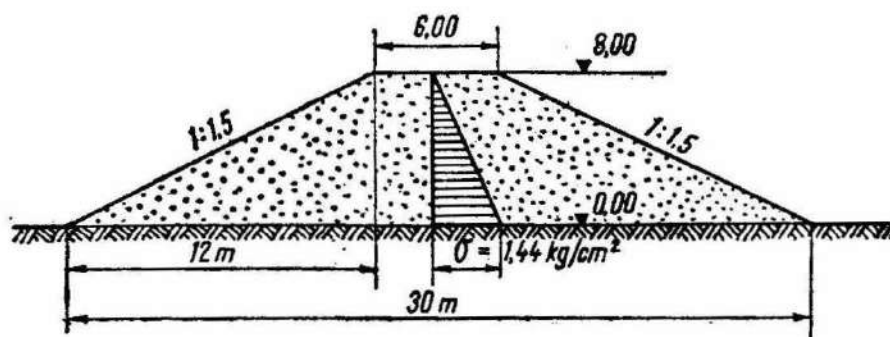


Fig. 12.5

Caracteristicile umpluturii și pământului de sub umplutură sînt date în tabela 12.11.

Rezolvare. a) Tasarea în timp a rambleului: valoarea presiunii la cota 0,00 este egală cu

$$\sigma = 0,1 \times 8 \times 1,80 = 1,44 \text{ kg/cm}^2.$$

Schema de consolidare este conform diagramei $I(v=0)$ din fig.12.1. Tasările în timp se calculează cu valorile

$$c_v = \frac{5 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^7 (1 + 0,90)}{0,05 \times 0,001} = 5,72 \times 10^7 \text{ cm}^2/\text{an},$$

$$M = \frac{\pi^2 c_v}{4h^2} = \frac{10 \times 5,72 \times 10^7}{4 \times 8,0^2 \times 10^4} = 2,24 \text{ an}^{-1}$$

conform calculului din tabela 12.12 (luînd N din tabela 12.1).

Se vede că atunci cînd pământul de umplutură are un coeficient de permeabilitate ridicat, timpul de consolidare este foarte mic, putînd fi socotit în zile.

b) Tasarea în timp a pământului sub baza rambleului se produce sub încărcarea $\sigma = 1,44 \text{ kg/cm}^2$.

Tabela 12.11

Cote	Natura pământului	$\frac{a}{\text{cm}^2/\text{kg}}$	e	k cm/s	γ t/m ³
+ 8,00	Pământ umplutură	0,05	0,90	5×10^{-5}	1,80
0,00	Argilă vînată plastic consistentă	0,02	0,80	2×10^{-8}	1,95
-12,00	Nisip îndesat	—	—	—	—

Tabela 12.12

U_t	0,10	0,20	0,30	0,50	0,70	0,90	0,95
N	0,12	0,25	0,39	0,73	1,24	2,35	3,17
t , ani	$5,3 \times 10^{-4}$	$1,12 \times 10^{-3}$	$1,74 \times 10^{-3}$	$3,27 \times 10^{-3}$	$5,5 \times 10^{-3}$	$1,05 \times 10^{-2}$	$1,42 \times 10^{-2}$

Distribuția presiunilor sub rambleu se obține folosind tabelele 6.12 și 6.13.

Calculul se efectuează în tabela 12.13.

Stratul de sub umplutură fiind alcătuit din nisip, are două posibilități de filtrare a apei deci drumul de filtrare este $\frac{h}{2}$:

$$c_v = \frac{2 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^7 (1 + 0,8)}{2 \times 10^{-2} \times 10^{-3}} = 5,4 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{an};$$

$$M = \frac{\pi^2 c_v}{4 \left(\frac{h}{2} \right)^2} = \frac{10 \times 5,40 \times 10^4}{4 \left(\frac{12}{2} \right)^2 \times 10^4} = 0,376 \text{ ani}^{-1}.$$

Cu aceste valori, din tabelele 12.1 și 12.2. sau cu diagrama din fig. 12.3 pentru $v = \frac{1,44}{0,98} \approx 1,5$, rezultă timpii de consolidare calculați în tabela 12.14.

Tabela 12.13

Încărcări dreptunghiulare $\frac{v}{b} = 0$				Încărcări laterale $\frac{y}{b} = 1,25$			
$\frac{z}{m}$	$m = \frac{z}{b}$	k_z *)	σ_z kg/cm ²	$m = \frac{z}{b}$	k_{1z} **)	$2 \sigma_z$ kg/cm ²	$\sigma_{z \text{ tot}}$ kg/cm ²
0	0	1,0	1,44	0	0	0	1,44
1,5	0,25	0,96	1,38	—	—	—	—
3,0	0,50	0,82	1,18	0,25	0,220	0,634	1,81
4,5	0,75	0,67	0,96	—	—	—	—
6,0	1,00	0,55	0,79	0,50	0,205	0,590	1,38
9,0	1,50	0,40	0,58	0,75	0,200	0,576	1,16
12,0	2,00	0,31	0,45	1,00	0,185	0,533	0,98

*) k_z se extrage din tabela 6.12.

**) k_{1z} se extrage din tabela 6.13.

T a b e l a 12.14

U_t	0,10	0,20	0,30	0,50	0,70	0,90	0,95
N	0,017	0,70	0,151	0,448	0,947	2,036	2,756
t_{ani}	$4,52 \times 10^{-2}$	$1,86 \times 10^{-1}$	0,4	1,19	2,52	5,41	7,32

Exemplul 12.6. Construcția unui baraj de pământ transmite asupra straturilor de fundație compresibil (avînd o grosime $h = 10$ m și un coeficient de permeabilitate $k = 1 \times 10^{-6}$ cm/s) o presiune finală de 10 kg/cm². Durata construcției barajului este de 5 ani. Compresibilitatea terenului de fundație este caracterizată prin modulul de deformare liniară $E = 200$ kg/cm², $\nu = 0,40$; $n = 35\%$. Să se calculeze tasarea la terminarea construcției precum și după 2 ani de la terminarea ei.

Rezolvare. Pentru calculul consolidării se determină următoarele valori :

$$k = 1 \times 10^{-6} \text{ cm/s} = 1 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^7 \times 10^{-2} = 0,300 \text{ m/an}$$

$$a = \frac{1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu}}{E} = \frac{1 - \frac{2 \times 0,16}{0,60}}{200} = 0,0023 \text{ cm}^2/\text{kg} = 2,3 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{kg}$$

$$e = \frac{0,35}{0,65} = 0,538; \quad c_v = \frac{0,300 \times 1,538}{1\,000 \times 2,3 \times 10^{-7}} = 2\,000 \text{ m}^2/\text{an}$$

$$M = \frac{\pi^2 c_v}{4 \times 10^2} = \frac{10 \times 2\,000}{400} = 50 \text{ ani}^{-1};$$

viteza de creștere a presiunii :

$$\alpha = \frac{p}{5} = \text{kg/cm}^2 \cdot \text{an} = 20\,000 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{an}.$$

După terminarea construcției tasarea va fi (formula 12.7) :

$$s_5 = \frac{2 \times 20\,000 \times 2,3 \times 10^{-7} \times 1\,000}{2\,000(1 + 0,538)} \left[\frac{2\,000}{100} 5 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \exp(-50 \times 5) \right] = \cong 0,3 \text{ m};$$

după 2 ani de la terminare (formula 12.8):

$$s_7 = \frac{2 \times 20\,000 \times 2,3 \times 10^{-7} \times 10^3}{2\,000(1 + 0,538)} \left\{ \frac{2\,000 \times 5}{100} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} [\exp(-50 \times 7) - \exp(-50 \times 2)] \right\} = 0,3 \text{ m.}$$

Exemplul 12.7. Pentru consolidarea unui teren mlăștinos, grosimea straturilor puternic compresibil fiind de 15 m s-au executat drenuri verticale de $\varnothing 60$ cm la distanța de 6 m. Caracteristicile pământului compresibil și elementele geometrice sînt:

$$E = 50 \text{ kg/cm}^2; \nu = 0,4; k_v = 3 \times 10^{-7} \text{ cm/s}; k_r = 1 \times 10^{-7} \text{ cm/s};$$

$$r = 0,30 \text{ m}; R = 6 \text{ m}; h = 15 \text{ m}; n = 50\%; e = 1.$$

Să se determine gradul de consolidare după 200 zile.

Rezolvare. Pentru calculul consolidării se determină:

$$a = \frac{1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu}}{E} = 0,0093 \text{ cm}^2/\text{kg}$$

$$c_v = \frac{k_v(1 + e)}{\gamma_w \cdot a} = \frac{3 \times 10^{-7} \times 2}{1 \times 10^{-3} \times 9,3 \times 10^{-3}} = 6,45 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$200 \text{ zile} = 3\,600 \times 24 \times 200 = 17,28 \times 10^6 \text{ s}$$

$$T_v = \frac{c_v t}{h^2} = \frac{6,45 \times 10^{-2} \times 17,28 \times 10^6}{2,25(10^3)^2} = 0,495.$$

$$c_r = \frac{k_r(1 + e)}{\gamma_w \cdot a} = 2,15 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s};$$

$$T_r = \frac{c_r t}{4R^2} = \frac{2,15 \times 10^{-2} \times 17,28 \times 10^6}{144 \times 10^4} = 0,258.$$

Din diagrama din fig. 12.2 rezultă pentru $\frac{r}{R} = \frac{30}{600} = \frac{1}{20}$ și $T_v = 0,495$ valoarea $U_v = 0,80$, iar pentru $T_r = 0,258$ valoarea $U_r = 0,65$. De unde:

$$1 - U = (1 - U_r)(1 - U_v), 1 - U = 0,20 \times 0,35 = 0,07; U = 0,93.$$

În consecință, după 200 zile s-au consumat 93% din tasarea totală.

PARTEA A TREIA
CALCULUL FUNDAȚIILOR

13

CALCULUL ELEMENTELOR DE SPRIJINIRE A SĂPĂTURILOR
DE FUNDAȚII

1) În cazul când pereții unei săpături se execută la o înclinare mai mare decât cea rezultată din calculele de stabilitate, pentru un coeficient de siguranță egal cu 1 (v. cap. 10), stabilitatea lor nu este asigurată. Dacă din motive de ordin tehnic-economic, executarea unor săpături în taluz apare neindicată, săpăturile se execută cu pereți verticali, care trebuie sprijiniți prin elemente care preiau presiunea pământului. În mod teoretic, la pământuri nisipoase, sprijinirea trebuie extinsă pe întreaga suprafață a pereților verticali. La pământuri coezive (argiloase) rezultă din calcul o înălțime h_0 pînă la care peretele vertical rămîne stabil chiar dacă nu este sprijinit.

Această înălțime se determină în ipoteza lui Rankine (v. cap. 5) (fără a ține seama de preluarea eforturilor de întindere în pământuri) cu relația:

$$h_0 = \frac{2c}{\gamma} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right). \quad (13.1)$$

Se observă că din calculele de stabilitate a taluzelor pentru pământuri pur coezive ($\Phi = 0$), presupunînd alunecarea după suprafețe circular cilindrice, reiese pentru un taluz vertical ($\beta = 90^\circ$) [14]

$$h_{cr} = \frac{3,80 c}{\gamma}. \quad (13.2)$$

2) Sprijinirea pereților verticali se face cu elemente orizontale sau verticale așezate de obicei cu interspații, conținându-se pe fenomenul de arcuire, adică pe proprietatea pământului de a se menține în stare de echilibru, nesprijinit, între două elemente de sprijinire distanțate, prin dezvoltarea unei bolți de descărcare datorită forțelor interioare de frecare și coeziune. Numai la nisipuri afîinate și la argile moi devine necesară o sprijinire cu elemente așezate joantiv. Elementele orizontale sau verticale sînt solidarizate cu elemente de rezistență, așezate vertical, respectiv orizontal, rezemate pe șpraițuri orizontale în perete sau prin șpraițuri oblice, așa cum arată fig. 13.1.

Asupra sprijinirilor acționează presiunea pământului, luînd în considerație influența suprasarcinilor și presiunea apei subterane.

Diagrama presiunilor diferă de aceea care rezultă din teoria presiunii active, după Coulomb și Rankine. Diferența provine din faptul că prin spri-

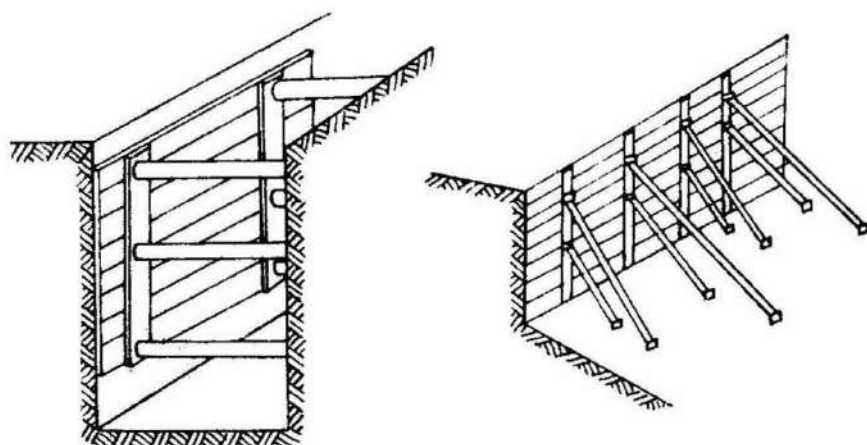


Fig. 13.1

jinire se modifică condițiile cinematice de producere a stării limită, care stau la baza acestor teorii.

Diagrama presiunilor este reprezentată pentru pământurile argiloase în fig. 13.2 și pentru pământurile nisipoase în fig. 13.3.

Pentru nisipurile afinate se folosește (pe baza rezultatelor unor măsurători efectuate), diagrama din fig. 13.4.

Suprafața aferentă a diagramei constituie încărcarea fiecărui element de sprijinire, care este calculat ca o grindă rezemată între două elemente de susținere. Acestea sînt încărcate de reacțiunile transmise și acționează ca grinzi continue rezemate pe șpraițuri. Șpraițurile sînt solicitate de reacțiunile de pe reazeme și sînt calculate la flambaj. Coeficienții de siguranță care se aplică diferă după natura lucrării.

3) La săpături în argile moi devin necesare măsuri de asigurare a stabilității fundului gropii de fundație, atunci cînd adîncimea săpăturii depășește o anumită valoare dată de relația [14]:

$$h_{max} = \frac{3,80 c}{\gamma - \frac{c}{b \sqrt{2}}} \quad (13.3)$$

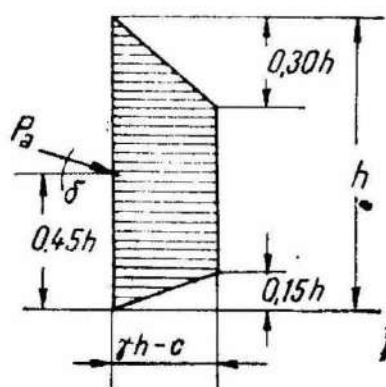


Fig. 13.2

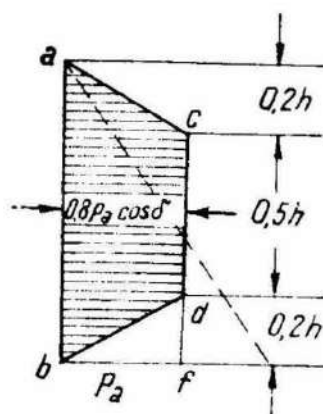


Fig. 13.3

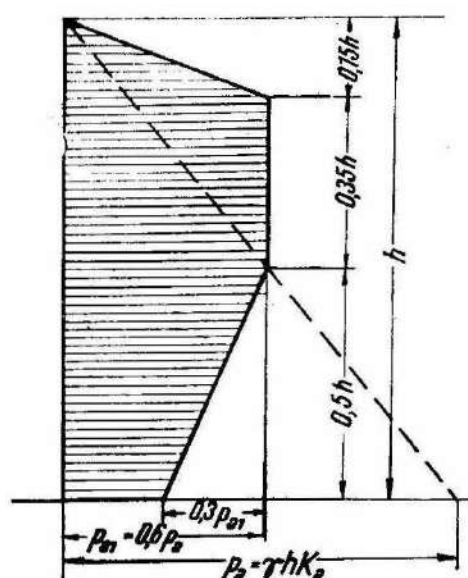


Fig. 13.4

în care: h este adîncimea săpăturii;
 $2b$ — lăţimea săpăturii;
 γ — greutatea volumetrică;
 c — coeziunea pămîntului.

În această expresie este introdus un coeficient de siguranţă $n_s = 1,5$, încărcarea critică la argile fiind egală cu $p_{cr} = 5,73 c$ (v. cap. 9.).

Dacă adîncimea depăşeşte valoarea h_{max} trebuie prevăzute elemente verticale de sprijinire introduse prin batre la o adîncime $t_0 = b\sqrt{2}$ sub fundul săpăturii. Aceste elemente sînt dimensionate ca elemente în consolă, încastrate în punctul inferior de sprijinire, deasupra fundului săpăturii. Momentul de încovoiere este dat de

$$M = \frac{p_v - c(\pi + 2)}{2} t_0^2; \quad (13.4)$$

în care:

$$p_v = \gamma \cdot h - \frac{ch}{b\sqrt{2}};$$

t_0 poate fi luat egal cu 0,60 din valoarea teoretică, adică $t_0 = 0,60 b\sqrt{2}$, fără ca efectul de sprijinire să fie diminuat.

4) La adîncimi mari, sprijinirile se execută cu palplanşe, care se deosebesc după modul de rezemare, astfel:

- a) palplanşe încastrate la partea inferioară;
- palplanşe încastrate la partea inferioară şi sprijinite la partea superioară;
- palplanşe sprijinite la partea inferioară şi superioară;

a) *Calculul palplanşelor încastrate la partea inferioară.* Palplanşele sînt sollicitate astfel:

— dinspre exteriorul săpăturii de presiunea activă a pămîntului şi de presiunea apei (dacă săpătura este dusă sub nivelul apei subterane);

— dinspre interiorul săpăturii de rezistenţă pasivă a pămîntului care asigură încastrarea palplanşei. În urma acţiunii forţelor se produce o rotire în jurul unui punct din partea încastrată. Sub punctul de rotire acţiunea presiunii active şi pasive se inversează. Diagrama presiunilor este arătată în fig. 13.5.

Pentru calculul palplanşelor încastrate, se folosesc cele două ecuaţii de echilibru, prin care se determină cele două necunoscute x şi p_y

$$H = \frac{t^2}{2} \gamma (K_p - K_a) - \frac{x}{2} [\gamma (K_p - K_a) t + p_y]; \quad (13.5)$$

$$H \left(t + \frac{h}{3} \right) = \frac{t^3}{6} \gamma (K_p - K_a) - \frac{x^2}{6} [\gamma (K_p - K_a) t + p_y] \quad (13.6)$$

unde :

$$H = \frac{1}{2} \gamma K_a h^2.$$

În cazul prezenței apei se introduce înloc de γ , greutatea volumetrică submersată a pământului γ' iar H devine :

$$H = \frac{1}{2} \gamma' K_a h^2 + \frac{1}{2} \gamma_w \cdot h^2 = \frac{1}{2} \gamma_1 h^2;$$

$$\gamma_1 = \gamma_w + \gamma' K_a.$$

Notînd cu

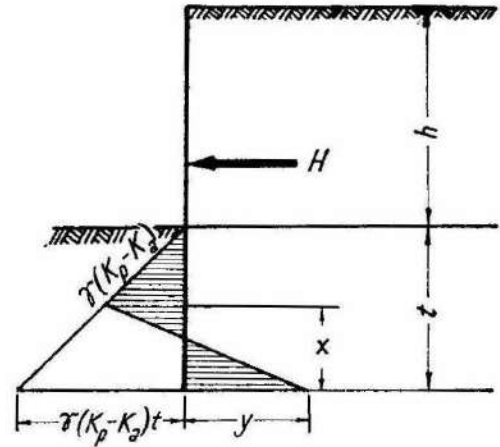


Fig. 13.5

$$m_1 = \frac{\gamma(K_p - K_a)}{\gamma_1}; m = \gamma(K_p - K_a); x = \alpha t; t = \beta h;$$

rezultă :

$$\alpha = \frac{3 + \frac{1}{\beta} - m_1 \beta^2}{1 - m_1 \beta^2} \quad (13.7)$$

$$x = \alpha t = \frac{m t^2 - \gamma_1 h^2}{m t + p_y} \quad (13.8)$$

p_y trebuie să îndeplinească condiția;

$$p_y = \frac{1}{n_s} \gamma(K_p - K_a)t, \quad (13.9)$$

în care n_s este un coeficient de siguranță care poate varia între 0,5 și 2. Se poate admite un coeficient subunitar avînd în vedere că expresia pentru rezistența pasivă, luată după Rankine, este subevaluată față de realitate; adică presiunea reală poate fi aproximată cu;

$$p_p \approx 2\gamma(K_p - K_a)t. \quad (13.9, a)$$

Se observă că în aceste cazuri coeficientul de siguranță $n_s = 0,50$ constituie în realitate o asigurare egală cu 1.

Din ecuațiile (13.8) și (13.9) rezultă

$$\alpha = \frac{n_s}{1 + n_s} \times \left(1 - \frac{1}{m_1 \beta^2}\right) = n'_s \left(1 - \frac{1}{m_1 \beta^2}\right) \quad (13.10)$$

și prin egalare cu (13.7) se obține o ecuație de gradul 4 în β ;

$$\beta^4 + A\beta^2 - B\beta - C = 0 \quad (13.11)$$

în care:

$$A = \frac{2n'_s - 3}{m_1(1 - n'_s)}; \quad B = \frac{1}{m_1(1 - n'_s)}; \quad C = \frac{n'_s}{m_1^2(1 - n'_s)}. \quad (13.12)$$

Prin rezolvarea acestei ecuații de gradul patru, care se poate face prin încercări succesive sau cu ajutorul unor diagrame, se obține β , și deci adâncimea de încastrare. Cunosând β se obține α din ecuația (13.7) și p_y , din (13.8) și se construiește diagrama presiunilor, cu ajutorul căreia se calculează momentele în diferite puncte.

b) *Palplanșe încastrate la partea inferioară și sprijinite la partea superioară.* Palplanșa poate fi în acest caz considerată o grindă simplu static nedeterminată; calculul solicitărilor se face ținând seama de deformările elastice ale fibrei medii, care trebuie să fie în încastrare tangentă la verticală și să treacă prin punctul de sprijinire. Rezolvarea se face prin metode grafo-analitice, așa cum se va arăta în exemplul 13.4. Prin calcul se obține momentul maxim precum și reacțiunea în punctul de rezemare datorită presiunii. Reacțiunea din reazem este preluată de un ancoraj care o transmite prin intermediul unui bloc de beton rezistenței pasive a masivului de pământ din fața sa; bineînțeles că prismul de alunecare al presiunii active care solicită peretele de palplanșe și cel al presiunii pasive care susține ancorajul nu trebuie să se întretaie.

În multe cazuri se pot adopta soluții aproximative ca de exemplu cea a grinzii înlocuitoare, intercalând în locul unde $M = 0$ o articulație. În acest caz, calculul se reduce la tratarea unei grinzi simplu rezemate și a unui element încastrat în pământ solicitat de o reacțiune orizontală transmisă la articulație și preluată de rezistența pasivă a pământului. Poziția articulației se adoptă pe baza rezultatelor calculelor după metoda elastică. În acest sens, unii autori [27] indică pentru un pământ nisipos cu $\Phi = 25^\circ$, amplasarea articulației la o distanță $a = 0,1 h$ de la suprafața gropii de fundație, iar alții o consideră în punctul unde $M = 0$ presupunând că aici se realizează și $p = 0$. Rezultă:

$$a = \frac{hK_a}{K_p - K_a}, \quad (13.13)$$

Pentru majoritatea cazurilor din practica inginerescă, calculul aproximativ oferă o exactitate suficientă.

c) *Palplanșe sprijinite la partea superioară și inferioară.* Atunci când adâncimea de batere este insuficientă pentru a putea asigura o încastrare corespunzătoare, ca în cazul tratat înainte, se consideră palplanșa sprijinită și la

partea ei inferioară. Reacțiunea reazemului inferior este preluată de rezistența pasivă a pământului pe lungimea t a sprijinirii. Lungimea t rezultă dintr-o ecuație de gradul trei care se obține din ecuația de momente în jurul vârfului palplanșei.

Metoda grafo-analitică apare în acest caz mult mai expeditivă așa după cum se va arăta în exemplul 13.4.

În ceea ce privește alegerea coeficientului de siguranță n_s , se va ține seama de cele expuse în legătură cu formula (13.9).

5) Batardourile sînt constituite din doi pereți de palplanșe, spațiul între ele fiind umplut cu pământ, astfel că solicitarea exterioară orizontală este preluată de momentul și de reacțiunea orizontală la punctul de încastrare și de rezistența la tăiere a umpluturii.

Un calcul aproximativ al batardourilor de acest tip (v. fig. 13.14), suficient de exact însă pentru practica inginerescă, este arătat în exemplul 13.7.

Pentru îngrădirea unor incinte de adîncime mai mare, se folosesc batardouri de tip celular ca în fig. 13.15 și 13.16.

Un calcul aproximativ al acestui tip de batardouri este arătat în exemplul 13.8.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 13.1. Să se proiecteze susținerea cu elemente de sprijinire din lemn a pereților verticali ai unei săpături de 10 m adîncime și 6 m lățime, cu următoarele caracteristici de teren: $\gamma = 1,72 \text{ t/m}^3$, pământ necoeziv cu $\Phi = 30^\circ$, unghiul de frecare dintre pământ și lemn $\delta = 10^\circ$.

Pe suprafața orizontală a terenului acționează o suprasarcină de $1,5 \text{ t/m}^2$ (fig. 13.6, a.); ca schemă de încărcare se va lua repartizarea după fig. 13.6, b.

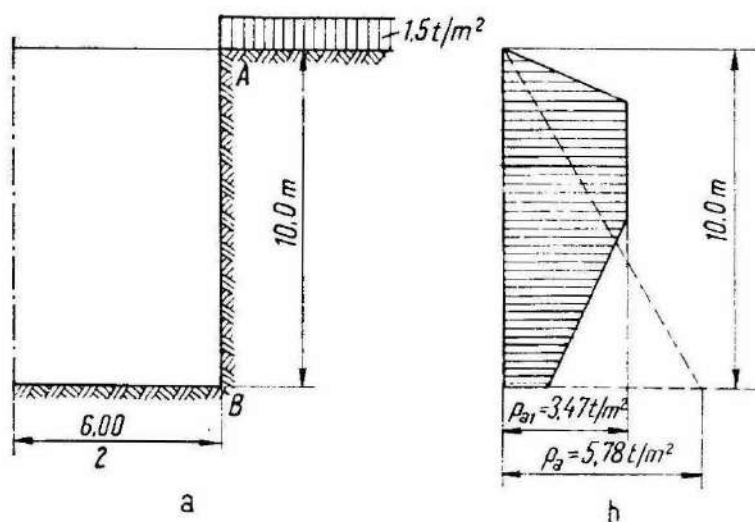


Fig. 13.6

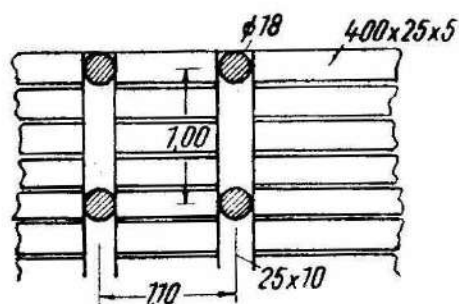


Fig. 13.7

Rezolvare. Valoarea coeficientului K_a pentru $\Phi = 30^\circ$ și $\delta = 10^\circ$ se obține din tabela 8.1:

$$K_a = 0,309.$$

Înălțimea echivalentă a suprasarcinii este

$$h_e = \frac{1,50}{1,72} = 0,87 \text{ m.}$$

Presiunea în punctul B este:

$$p_a = 1,72 (10 + 0,87) \times 0,309 = 5,78 \text{ t/m}^2;$$

$$p_{a1} = 0,6 \times 5,78 = 3,47 \text{ t/m}^2.$$

În mod practic, sprijinirea rezultată pentru această presiune se așază pe toată înălțimea săpăturii: ca sistem constructiv se alege sprijinirea cu dulapi orizontali din fig. 13.7. Dulapii fiind așezați cu interspații de 3 cm, sarcina aferentă unui dulap este

$$q = 0,28 \times 3,47 = 0,972 \text{ t/m};$$

$$M = \frac{1}{8} \times 0,972 \times 1,1^2 = 0,147 \text{ tm} = 14\,700 \text{ kgcm};$$

$$W = \frac{1}{6} 25 \times 5^2 = 121 \text{ cm}^3;$$

$$\sigma = \frac{M}{w} = \frac{14\,700}{121} = 121 \text{ kg/cm}^2 \approx 120 \text{ kg/cm}^2.$$

Elementele verticale sînt dulapi de secțiunea 25×10 , distanțați la 1,10 m.

$$M = 1,10 \times 3,47 \times \frac{1^2}{8} = 0,477 \text{ tm} = 47\,700 \text{ kgcm};$$

$$W = \frac{1}{6} 25 \times 10^2 = 417 \text{ cm}^3;$$

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{47\,700}{417} = 115 \text{ kg/cm}^2.$$

Sarcina care revine unui șpraiț este de $1,10 \times 1 \times 3,47 = 3,82 \text{ t}$.

Pentru $\Phi = 18 \text{ cm}$; $i = 4,5 \text{ cm}$; $\lambda = \frac{600}{4,50} = 133$; $\varphi = 0,16$

$$A = \frac{\pi \times 18^2}{4} = 255 \text{ cm}^2,$$

$$\sigma = \frac{3\,820}{0,16 \times 255} = 93,5 \text{ kg/cm}^2.$$

Exemplul 13.2. Să se calculeze adâncimea de batere necesară precum și solicitările maxime ale unei palplanșe metalice, destinate apărării unei incinte (fig. 13.8), în cazul unei înălțimi libere de apă de 4 m.

Caracteristicile pământului sînt: $\Phi = 30^\circ$, greutatea volumetrică în stare submersată este $\gamma' = 1,2 \text{ t/m}^3$.

Se va calcula palplanșa în două variante, pentru:

- coeficientul de siguranță $n_s = 1$
- coeficientul de siguranță $n_s = 0,50$; (după cum s-a arătat în introducere, acestor coeficienți de siguranță le corespund în realitate coeficienții de siguranță 2, respectiv 1)

Rezolvare. Se calculează coeficienții de presiune laterală:

$$K_p = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) = \operatorname{tg}^2 (45^\circ + 15^\circ) = 3;$$

$$K_a = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) = \operatorname{tg}^2 (45^\circ - 15^\circ) = 0,333.$$

a) Pentru $n_s = 1$:

$$n'_s = \frac{n_s}{1 + n_s} = \frac{1}{2} = 0,5;$$

Întrucît $\gamma_1 = \gamma_w$

$$m_1 = m = \gamma'(K_p - K_a) = 1,2 (3 - 0,333) = 3,20.$$

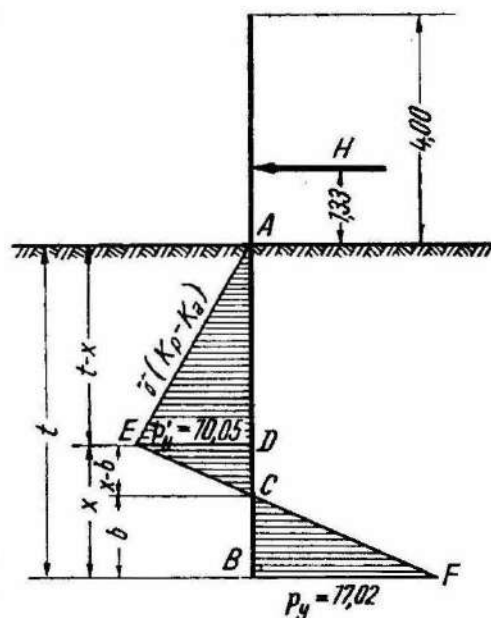


Fig. 13.8

Folosind formulele (13.10) se obține:

$$A = \frac{2 \times 0,5 - 3}{0,5 \times 3,20} = -1,25; \quad B = \frac{1}{0,5 \times 3,20} = 0,625;$$

$$C = \frac{0,5}{0,5 \times 3,2^2} = 0,098.$$

Înlocuind rezultă:

$$\beta^4 - 1,25\beta^2 - 0,625\beta - 0,098 = 0.$$

Ecuția se rezolvă prin încercări; se obține $\beta = 1,33$.

Același rezultat se putea obține și prin folosirea diagramei din fig. 13.9. Adâncimea de încastrare va fi deci:

$$t = \beta \times h = 1,33 \times 4 = 5,32 \text{ m};$$

$$\alpha = 0,5 \left(1 - \frac{1}{3,20 \times 1,33^2} \right) = 0,41;$$

$$x = 0,41 \times 5,32 = 2,18 \text{ m}.$$

$$p_y = n_s m_1 t = 1 \times 3,20 \times 5,32 = 17,02 \text{ t/m}^2.$$

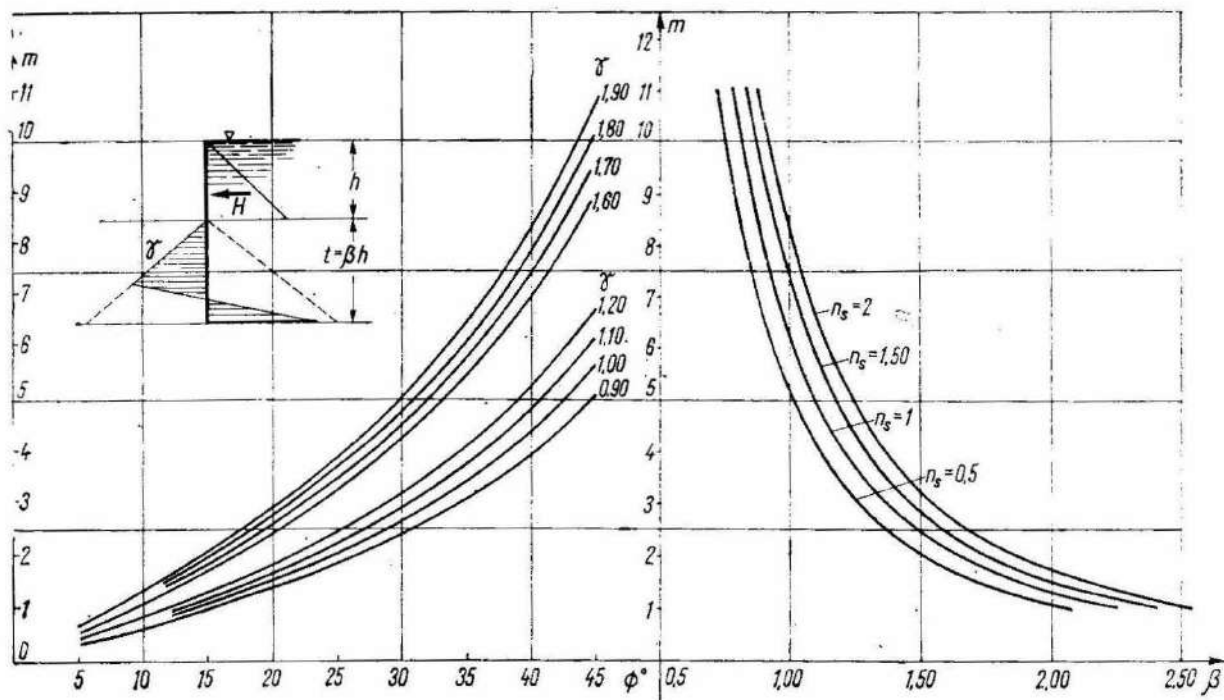


Fig. 13.9

Repartiția presiunilor reiese din fig. 13.8.

$$p'_y = (t - x) (K_p - K_a) = (5,32 - 2,18) 1,2 (3,0 - 0,333) = 10,05 \text{ t/m}^2$$

$$b = \frac{17,02}{17,02 + 10,05} 2,18 = 1,37 \text{ m};$$

$$x - b = 2,18 - 1,37 = 0,81 \text{ m};$$

$$H = \frac{1}{2} \times 4,2 = 8 \text{ t/m}.$$

Secțiunea în care forța tăietoare se anulează se obține din relația:

$$T_z = H \frac{z^2}{2} \gamma' (K_p - K_a) = 0; \quad z^2 = \frac{2 \times 8}{3,20} = 5; \quad z = 2,24 \text{ m}.$$

Momentul maxim are valoarea

$$M_{max} = 8(1,33 + 2,24) - \frac{2,24^3}{6} 3,20 = 28,56 - 6 = 22,56 \text{ tm}.$$

$$W_{nec} = \frac{2 \ 256 \ 000}{1 \ 400} = 1 \ 610 \text{ cm}^3.$$

Se adoptă un profil Hoesch K3, cu $W = 1 \ 600 \text{ cm}^3$, de 10 m lungime, avînd o greutate pe 1 m^2 de perete de 150 kg, deci pentru 1m de incintă revin 1 500 kg de palplanșe.

b) Pentru $n_s = 0,5$:

$$n' = \frac{0,50}{1,50} = 0,33; \quad \beta = 1,22;$$

$$t = 1,22 \times 4,0 = 4,88 \text{ m}.$$

După cum se vede, reducerea coeficientului de siguranță micșorează adîncimea de batere cu circa 50 cm. Solicitățile palplanșei vor rămîne de același ordin de mărime.

Exemplul 13.3. Să se determine adîncimea de încastrare precum și solici-tările unui perete de palplanșe încastrat în pămînt, folosindu-se metoda grinzii înlocuitoare.

Dimensiunile incintei și caracteristicile pămîntului sînt arătate în fig. 13.10.

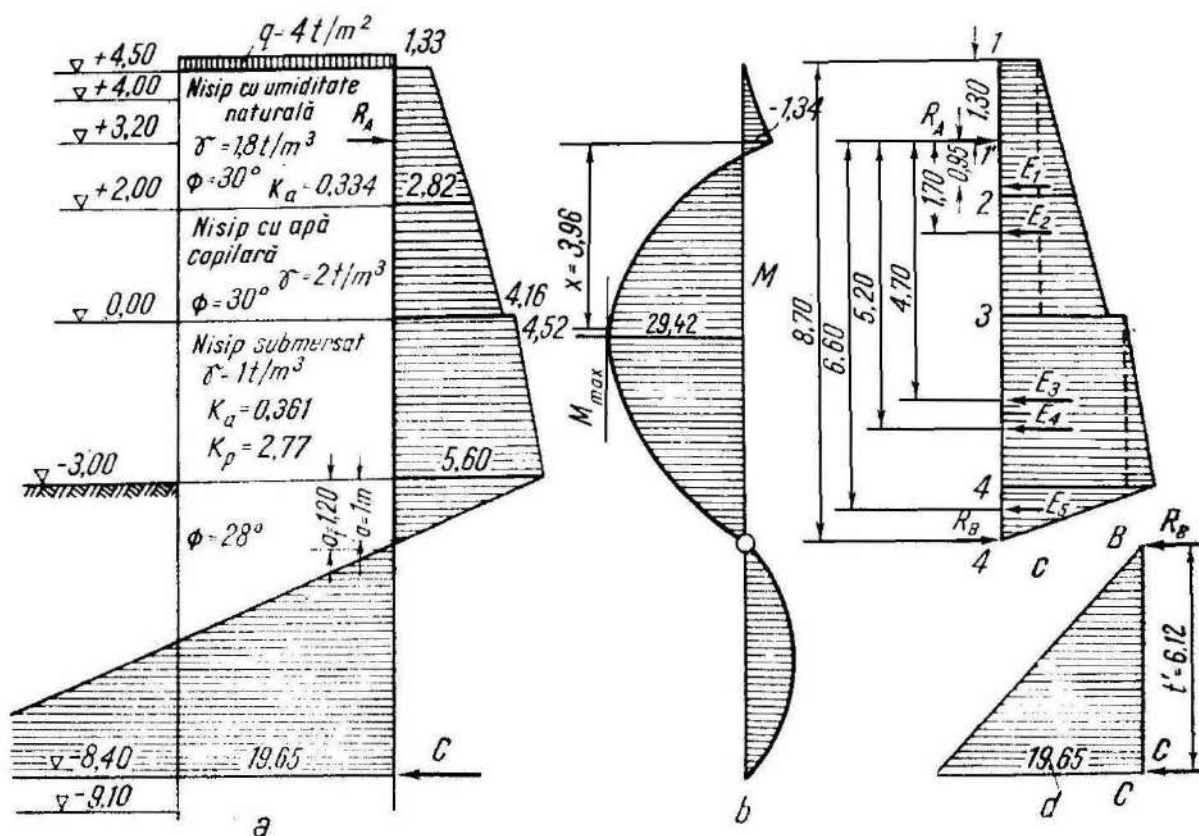


Fig. 13.10

Rezolvare. Înălțimea echivalentă pentru suprasarcina $q = 4 \text{ t/m}^2$ rezultă din

$$h_e = \frac{q}{\gamma} = \frac{4}{1,80} = 2,22 \text{ m};$$

$$h + h_e = 7,50 + 2,22 = 9,72 \text{ m}.$$

Adâncimea a sub nivelul pământului, la care se consideră poziția articulației, se determină cu relația:

$$a = 0,1 (h + h_e) = 0,97 \text{ m} \approx 1 \text{ m}.$$

Luînd ca bază a doua ipoteză și admițînd o valoare aproximativă $\Phi = 30^\circ$ rezultă conform formulei (13.13) $a = 1,20 \text{ m}$. Grinda înlocuitoare se ia deci cu o lungime egală cu $7,50 + 1,20 = 8,70 \text{ m}$.

Se calculează încărcările din diferite tronsoane ale diagramei de încărcare, conform fig. 13.10.

$$p_1 = q K_a = 4 \times 0,334 = 1,33 \text{ t/m}^2;$$

$$p_2 = p_1 + \gamma \cdot h \cdot K_a = 1,33 + 1,8 \times 2,50 \times 0,334 = 2,82 \text{ t/m}^2;$$

$$p_3 = p_2 + \gamma_b \cdot K_a = 2,82 + 2 \times 2 \times 0,334 = 4,16 \text{ t/m}^2;$$

$$p'_3 = 4,52 \text{ t/m}^2; \quad p_4 = 5,60 \text{ t/m}^2.$$

Se calculează reacțiunile R_A și R_B conform fig. 13.10, c.

$$E_1 = 1,33 \times 4,50 = 6 \text{ t};$$

$$E_2 = 2,83 \times \frac{4,50}{2} = 6,37 \text{ t};$$

$$E_3 = 4,52 \times 3 = 13,56 \text{ t};$$

$$E_4 = 1,08 \frac{3}{2} = 1,62 \text{ t};$$

$$E_5 = 5,60 \frac{1,20}{2} = 3,36 \text{ t};$$

$$R_B = \frac{6 \times 0,95 + 6,37 \times 1,70 + 13,56 \times 4,70 + 1,62 \times 5,20 + 3,36 \times 6,60}{7,40} = \frac{110,80}{7,40} = 14,96 \text{ t/m}.$$

$$R_A = 15,95 \text{ t/m}.$$

La această solicitare se calculează bara (sau cablul) de ancorare, înmulțind R_A cu distanța dintre ancoraje.

Pentru găsirea momentelor maxime se determină secțiunea în care forțele tăietoare se anulează.

Expresia forțelor tăietoare rezultă (se consideră originea în dreptul lui R_A iar sensul pozitiv în jos):

Pe porțiunea 1—2

$$T_{1-2} = \frac{p_1 + p_x}{2} x; \quad p_x = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{2,50} x.$$

Pe porțiunea: 2—3

$$T_{2-3} = R_A - \frac{p_1 + p_x}{2} (a_1 + x); \quad p_x = p_1 + \frac{p_3 - p_1}{4,50} (a_1 + x).$$

$$T_{2-3} = 13,68 - 2,15 x - 0,315 x^2.$$

Pe porțiunea 3—4

$$T_{3-4} = R_A - \frac{p_1 + p_3}{2} \times 4,50 - \frac{p_3 + p_x}{2} (x - 3,20);$$

$$p_x = p'_3 + \frac{p_4 - p'_3}{3} (x - 3,20) = 3,37 + 0,36 x;$$

$$T_{3-4} = -0,18 x^2 - 3,37x + 16,10.$$

Pentru

$$T = 0 \quad x = 3,96; \quad p_{x \max} = 4,80 \text{ t/m}^2$$

$$M_{1'} = -p_1 \frac{a^2}{2} - (p_{1'} - p_1) \frac{a^2}{6} = -1,33 \frac{1,30^2}{2} - 0,77 \frac{1,30^2}{6} = -1,34 \text{ tm};$$

$$\begin{aligned} M_{\max} = R_A x - E_1(x - 0,95) - E_2(x - 1,70) - p'_3 \frac{(x - 3,2)^2}{2} \\ - (p_x - p'_3) \frac{(x - 3,20)^2}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{\max} = 15,95 \times 3,96 - 6 \times 3,01 - 6,37 \times 2,26 - 4,52 \times \frac{0,76^2}{2} - \\ - (4,80 - 4,52) \frac{0,76^2}{6} = 29,42 \text{ tm}. \end{aligned}$$

Adîncimea de batere a palplanșei sub articulație se calculează din condiția ca reacțiunea R_B să fie echilibrată de rezistența pasivă a pămîntului de-a lungul porțiunii BC .

Egalînd cu zero suma momentelor tuturor forțelor în raport cu punctul C rezultă:

$$\frac{1}{2} \gamma(t - a)^2 (K_p - K_a) \frac{t - a}{3} - R_B(t - a) = 0.$$

Notînd $t - a = t'$

$$1 \cdot (2,77 - 0,36) \frac{t'^3}{6} - 14,96 t' = 0;$$

$$t' = \sqrt[3]{\frac{14,96}{0,40}} = 6,12 \text{ m};$$

$$t = 6,12 + 1,20 = 7,32 \text{ m}.$$

În ceea ce privește momentele din câmp, se ține seama de faptul că, în realitate, repartizarea momentelor este mai favorabilă și se ia în calcul un moment redus

$$M_0 = \frac{1}{1,35} M_{max} = 26,7 \text{ tm pe metru de perete de palplanșe.}$$

Pentru acest moment se alege profilul respectiv.

Exemplul 13.4. Să se determine cu metoda liniei elastice adâncimea de încastrare precum și solicitările într-un perete de palplanșe, ancorat la partea superioară și încastrat la partea inferioară. Înălțimea $h = 7 \text{ m}$, iar adâncimea ancorajelor față de cota superioară a platformei $h_1 = 1 \text{ m}$. Terenul este alcătuit din nisip fin avînd greutatea volumetrică $\gamma = 2 \text{ t/m}^3$ iar unghiul de frecare internă este $\Phi = 28^\circ$.

Rezolvare. Pentru soluționarea problemei se construiește diagrama încărcărilor (fig. 13.11). Pe partea dreaptă a palplanșei acționează presiunile active ale pămîntului. BD reprezentat în scara de forțe este egal cu

$$\gamma h K_a = 2 \times 7 \times 0,361 = 5,04 \text{ t/m}^2$$

iar ED este înclinată față de verticală cu

$$\gamma(K_p - K_a) = 2(2,77 - 0,36) = 4,82.$$

Diagrama de încărcare este împărțită în 13 părți în centrul cărora acționează forțele 1—8 într-o direcție, iar forțele 9—13 din celalaltă.

În fig. 13.11, c este construit poligonul de forțe și alegînd un pol O la distanța $r = 8t$ se construiește poligonul funicular corespunzător (fig. 13.11, d). Linia de închidere $I - I'$ a acestui poligon delimitează curba de momente. Dacă s-ar considera curba de momente drept diagramă de încărcare și s-ar construi pentru această încărcare poligonul funicular corespunzător, s-ar obține linia elastică punînd condiția ca prima rază a poligonului să fie paralelă cu AC . Dacă adâncimea de încastrare este bine aleasă, al doilea poligon funicular ar trebui să treacă prin I (punctul de aplicare al reacțiunii din ancoraj). Experiența de proiectare a arătat însă că dacă linia de închidere a primului poligon este aleasă astfel ca momentele pozitive să fie aproximativ egale cu cele negative, linia elastică îndeplinește condițiile cinematice impuse arătate mai înainte.

Coeficienții de presiune laterală sînt următorii:

$$K_a = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{28^\circ}{2}\right) = 0,36; K_p = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{28^\circ}{2}\right) = 2,77.$$

Prin considerarea unei adâncimi de încastrare de 4,5 m (forțele 1—12), linia de închidere $I - I''$ (figurată cu linie întreruptă) nu determină ordonate maxime egale în poligonul funicular. În consecință, se mărește adâncimea de calcul a palplanșei (prin introducerea forței 13); se obține astfel o nouă linie

de închidere $I-I'$ în urma căreia rezultă ordonate maxime egale: $y_1 \approx y_2 = y_{max} = 2,4$ m. Pe baza acestei construcții grafice se obține adâncimea de calcul $t_0 = 4,7$ m.

Adâncimea reală de încastrare a palplanșei este $t = 1,2 t_0 = 5,64$ m.

Momentul încovoietor maxim pe metru de perete de palplanșe se obține astfel:

$$M = r \cdot y_{max} = 8 \times 2,4 = 19,2 \text{ tm/m.}$$

Forța în ancoraj

$$R_a = 8,6 \text{ t/m.}$$

În cazul în care se urmărește realizarea la partea inferioară a palplanșei a unei simple rezemări, se duce linia de închidere $I-I''$ tangentă la poligonul funicular. Adâncimea pînă în punctul de tangență reprezintă adâncimea de batere a palplanșei t'_0 . Se observă din figură că $t'_0 = 3,50$ m.

Exemplul 13.5. Pentru sprijinirea unei gropi de fundație avînd $h = 10$ m se prevede un perete de palplanșe, care este susținut la partea superioară de un sistem de ancoraj fixat la adâncimea $h_1 = 1,5$ m. La partea inferioară palplanșele nu pot fi bătute la adâncimi mai mari din cauza dificultăților de teren. Să se determine adâncimea minimă de batere necesară ca palplanșele să poată fi considerate sprijinite și la partea de jos în pămînt. Să se determine de asemenea reacțiunea din ancoraj (fig. 13.12). Caracteristicile pămîntului sînt $\Phi = 30^\circ$; $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$.

Rezolvare. Coeficienții presiunii active și pasive sînt:

$$K_a = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right) = 0,333; \quad K_p = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\Phi}{2}\right) = 3.$$

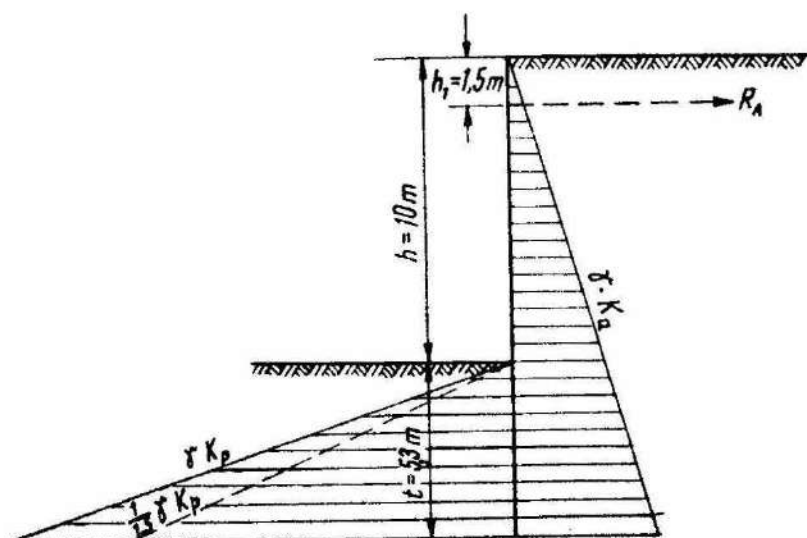


Fig. 13.12

Rezistența pasivă care susține palplanșa se va considera în calculul de echilibru redusă cu un coeficient de siguranță $n_s = 1,5$.

Notînd adîncimea de batere cu t , ecuația de proiecție este:

$$\gamma K_a \frac{(h+t)^2}{2} - \frac{1}{n_s} \gamma K_p \frac{t^2}{2} - R_a = 0;$$

ecuația de momente în jurul punctului A este:

$$f(t) = \gamma K_a \frac{(h+t)^2}{2} \left[\frac{2}{3} (h+t) - h_1 \right] - \\ - \frac{1}{n_s} \gamma K_p \frac{t^2}{2} \left[\frac{2}{3} t + h - h_1 \right] = 0;$$

pentru $t = 5 \text{ m}$ $f(t) = +23,00$;

pentru $t = 6 \text{ m}$ $f(t) = -58,32$.

Rezultă prin interpolare grafică $t = 5,30 \text{ m}$.

$$R_A = 1,8 \times 0,333 \frac{(10 + 5,3)^2}{2} - 1,8 \frac{3}{1,5} \times \frac{5,3^2}{2} = 19,6 \text{ t/m}.$$

Exemplul 13.6. Pentru reacțiunea R_A din punctul de rezemare, calculată în exemplul precedent, să se dimensioneze sistemul de ancoraje. Se prevede un ancoraj cu bare de oțel la distanța de 2 m între ele, care transmit solicitarea la blocuri izolate de beton (fig. 13.13).

Rezolvare. Se aleg blocuri de beton de lățime $b = 0,8 \text{ m}$; pentru predimensionarea adîncimii de fundare z_f a blocului de ancorare, se folosește relația:

$$R'_A \leq \frac{1}{2} \gamma z_f^2 (K_p - K_a)$$

unde

$$R'_A = R_A \times 2 = 19,6 \times 2,0 = 39,2 \text{ t}.$$

$$39,2 \leq \frac{1}{2} 1,8 \times z_f^2 \left(3 - \frac{1}{3} \right); z_f =$$

$$= \sqrt{\frac{78,4}{1,8 \times 2,67}} = \sqrt{16,32} \approx 4,04 \text{ m}.$$

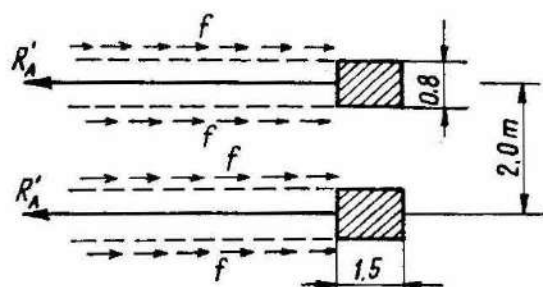
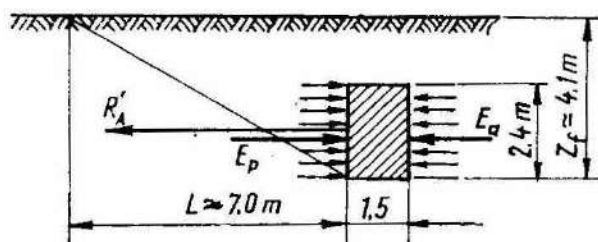


Fig. 13.13

Pentru verificarea ancorajului se pleacă de la următoarele relații:

Forța de ancorare R'_A trebuie să fie echilibrată de rezistența pasivă E_p a panei de pământ din fața blocului de ancorare fundat la o adâncime z_f și avînd o lățime egală cu b și de forțele de frecare f de-a lungul celor două suprafețe laterale ale prismului de alunecare din care se scade presiunea activă E_a . Lungimea prismului de alunecare este egală cu:

$$L = z_f \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) \approx 7 \text{ m},$$

iar efortul unitar tangențial de frecare f se ia după indicațiile din cap. 20; $f = 0,5 \text{ t/m}^2$.

Înălțimea blocului de beton poate fi luată egală cu

$$h_1 = 0,60 z \approx 2,40 \text{ m}.$$

Rezistența R de care este capabil blocul de ancoraj se exprimă prin:

$$R = \frac{1}{2} b \gamma z^2 [K_p - K_a] + 2 \frac{z_f \cdot L}{2} f = \frac{1}{2} \times 0,80 \times 1,80 \times \\ \times 4,04^2 [3,00 - 0,33] + 4,04 \times 7,00 \times 0,5 = 44,95 \text{ t}.$$

Față de forța transmisă de ancoraj $R_A = 39,2 \text{ t}$ există un coeficient de siguranță de $\frac{44,95}{39,2} = 1,15$.

Barele de ancoraj trebuie dimensionate la forța de întindere R_A :

$$A_f = \frac{R_A}{\sigma_{adm}} = \frac{39\,200}{1\,600} = 24,6 \text{ cm}^2.$$

Se aleg două bare $\varnothing 40$. Blocul de beton va avea dimensiunile $0,80 \times 2,50 \times 1,50$ și trebuie îngropat la o adâncime de 4,10 la o distanță de perețele de palplanșe de

$$l = 15,30 \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) + 7 = 15,92 \text{ m}.$$

Ancorajele sînt fixate pe palplanșe cu ajutorul unei grinzi longitudinale prinse la partea superioară a peretelui de palplanșe și care are rolul de a prelua solicitarea continuă $R_A = 19,6 \text{ t/m}$ pe lungimea de 2 m. Această grindă este deci solicitată de un moment pe direcția orizontală

$$M = 19,6 \times 2^2/8 = 9,80 \text{ tm};$$

modulul de rezistență necesar este :

$$W = \frac{9\,800}{1\,600} = 6,12 \text{ cm}^3.$$

Se alege un profil U 8;

$$W = 2 \times 6,36 = 12,72 \text{ cm}^3.$$

Ancorarea se poate face și cu ajutorul unor piloți bătuți înclinat sub un unghi de 20° față de verticală.

În acest caz, forța din ancoraj se descompune în două componente egale și de semn contrar :

$$P_1 = \frac{39,2}{2 \sin 20^\circ} = -P_2 = 57,2 \text{ t}.$$

Se bat doi piloți de $35 \times 35 \text{ cm}$ de $l = 15 \text{ m}$.

Pilotul se verifică după indicațiile date în cap. 19.

Exemplul 13.7. Pentru sprijinirea pereților unei incinte s-a construit un batardou cu înălțimea $h = 5 \text{ m}$ constând din două șiruri de palplanșe la distanța de $b = 2,50 \text{ m}$, spațiul între ele fiind umplut de un material argilos-nisipos bine bătut (fig. 13.14). Să se verifice stabilitatea și solicitările palplanșelor.

Caracteristicile materialului de umplutură sînt :

$$\Phi = 30^\circ; \gamma = 1,7 \text{ t/m}^3;$$

caracteristicile pămîntului în care sînt bătute palplanșele sînt :

$$\Phi = 20^\circ; \gamma = 1,80 \text{ t/m}^3.$$

Rezolvare. Palplanșele sînt considerate încastrate în pămînt și legate între ele cu un ancoraj care acționează ca o riglă articulată. În consecință solicitările se calculează ca în cazul unui cadru cu stîlpi încastrați și o riglă articulată (cadru simplu static nedeterminat).

Pereții sînt considerați încastrați în pămînt la o distanță de $1,50 \text{ m}$ de la suprafața pămîntului. Ei sînt solicitați de presiunea pămîntului din umplutură și de presiunea apei.

Presiunea pămîntului se calculează în mod aproximativ după formulele lui Rankine (v.cap. 8). Planul de alunecare fiind înclinat față de verticală cu $\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right)$, trebuie să existe relația

$$\frac{b}{2} \geq h \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right)$$

pentru ca ipoteza lui Rankine să fie valabilă.

În cazul de față, această condiție nu se realizează; de aceea trebuie luat în considerație efectul de siloz, care devine evident prin întretăierea celor două prisme de alunecare. În mod aproximativ se poate deduce presiunea totală a pământului asupra pereților batardoului reducând valoarea presiunii rezul-

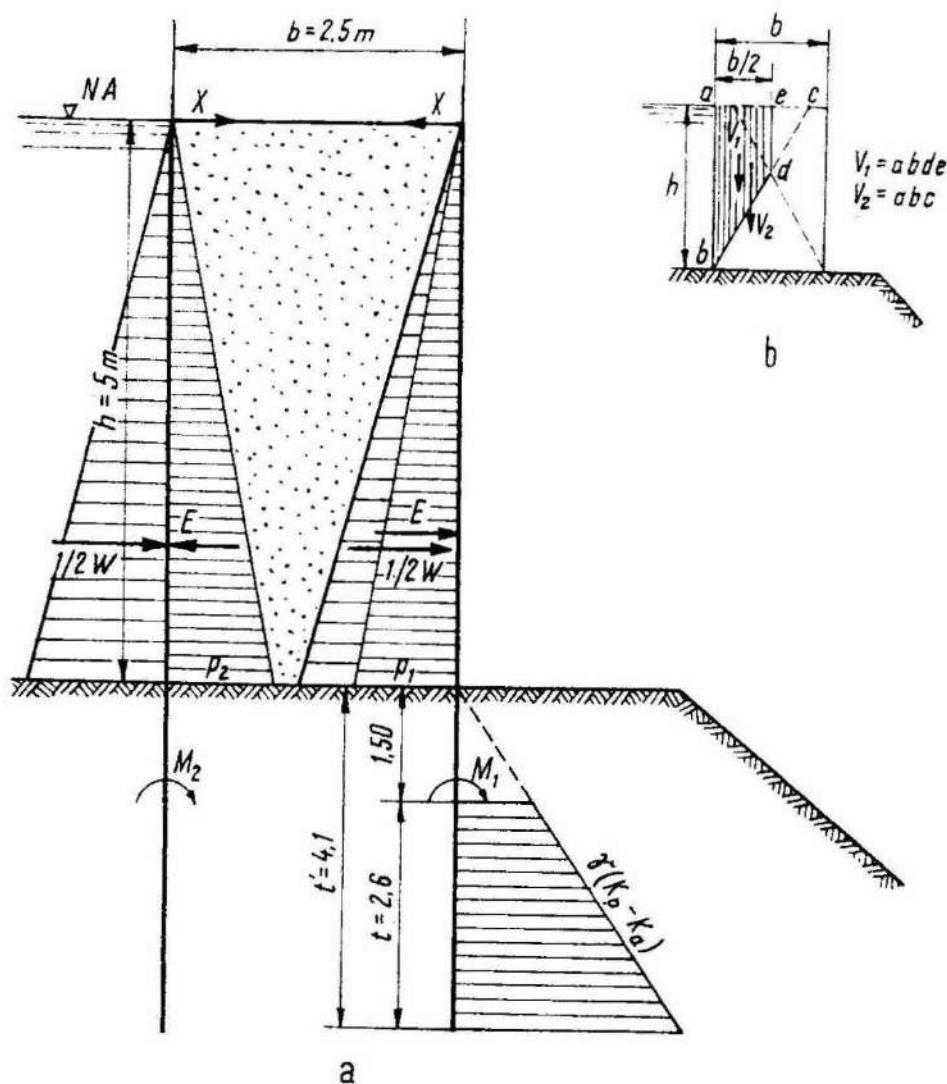


Fig. 13.14

tate după Rankine cu un coeficient β egal cu raportul celor două prisme de alunecare (fig. 13.14, b):

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) - \frac{1}{2} \gamma \left[h \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) - \frac{b}{2} \right]^2 \times \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) = \\
 &= \frac{1}{2} \gamma \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) \left\{ h^2 - \left[h \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) - \frac{b}{2} \right]^2 \times \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) \right\};
 \end{aligned}$$

$$V_1 = \frac{1}{2} \gamma \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) \left\{ h^2 - \left[h - \frac{b}{2} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) \right]^2 \right\}$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right).$$

$$\begin{aligned} \beta = \frac{V_1}{V_2} &= 1 - \frac{\left[h - \frac{b}{2} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) \right]^2}{h^2} = 1 - \left[1 - \frac{b}{2h} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) \right]^2 = \\ &= 1 - (1 - 0,25 \times 1,73)^2 = 0,675. \end{aligned}$$

Valoarea presiunii active se reduce cu acest raport

$$E_a = \frac{1}{2} h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) \times 0,675 = \frac{1}{2} 1,8 \times 5^2 \times \frac{1}{3} 0,675 = 5,05 \text{ t.}$$

Pentru simplificare, solicitarea se repartizează liniar de-a lungul înălțimii. În ceea ce privește presiunea apei, se atribuie fiecărui perete o jumătate din presiunea hidrostatică, ținând astfel în mod aproximativ seama de curentul de infiltrație sub batardou.

În acest fel cei doi stâlpi ai cadrului sînt solicitați de o încărcare orizontală liniar distribuită, presiunea specifică la piciorul fiecărui perete fiind

$$p_1 = \beta \gamma h K_a + \frac{1}{2} \gamma_w h = 5(1,80 \times 0,333 \times 0,675 + \frac{1}{2}) = 4,525 \text{ t/m}^2$$

$$p_2 = 5[1,80 \times 0,333 \times 0,675 - 0,500] = -0,475 \text{ t/m}^2$$

Rezolvînd ecuația de condiție a cadrului rezultă:

$$X = \frac{6,5}{20} (p_2 - p_1) = 0,32 (4,525 + 0,475) = 1,6 \text{ t/m.}$$

Momentele maxime luînd înălțimea stîlpilor egală cu

$$h' = h + 1,50 = 6,5$$

$$M_1 = \frac{4,525 \times 5 \times \left(\frac{5}{3} + 1,5 \right)}{2} - 1,6 \times 6,5 = 24,40 \text{ tm;}$$

$$M_2 = \frac{0,475 \times 5 \times \left(\frac{5}{3} + 1,5 \right)}{2} + 1,6 \times 6,50 = 14,17 \text{ tm.}$$

Cu aceste solicitări se dimensionează palplanșele. Din motive constructive se alege pentru cei doi pereți același profil dimensionat după momentul maxim calculat mai înainte.

În ceea ce privește adâncimea de batere sub suprafața pământului, aceasta rezultă din condiția că reacțiunea în încastrare să fie echilibrată de rezistența pasivă a pământului de-a lungul adâncimii t . Reacțiunea constă din momentul M și forța tăietoare egală cu suma geometrică a eforturilor orizontale. Adâncimea totală de încastrare este: $t' = t + 1,50$. Se obține:

$$21,45 + \frac{1}{2} \times 5 \times 4,525 - 5 \times 1,6 = \frac{\gamma(K_p - K_a) 1,5 t^2}{2} + \frac{\gamma t^3}{6} (K_p - K_a);$$

$$t^3 + 4,5 t^2 - 9 t - 24,4 = 0. \text{ Prin rezolvare se obține } t = 2,6 \text{ m.}$$

$$t' = 2,6 + 1,5 = 4,1 \text{ m.}$$

Exemplul 13.8. Pentru devierea apelor unui rîu în albia căruia se execută construcții hidrotehnice importante, s-a construit un batardou celular (fig. 13.15) din palplanșe drepte din profile tip. Dimensiunile unei celule de batardou sînt:

$$2R = d = 18 \text{ m}; \quad h_{\max} = 15 \text{ m}; \quad O_1O_2 = 28 \text{ m.}$$

Să se verifice rezistența la îmbinări, stabilitatea la alunecare și la răsturnare a batardoului. Materialul de umplutură are următoarele caracteristici: $\Phi = 30^\circ$; $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$.

Rezolvare. a) Pentru calculul forței de întindere care solicită îmbinările se iau în considerație următoarele solicitări:

Presiunea pământului de umplutură care se determină aproximativ cu formulele lui Rankine.

Deasupra umpluturii de pământ acționează o supraîncărcare de $1,5 \text{ t/m}^2$. Apa din amonte se infiltrează în interiorul batardoului și se ridică pînă la o înălțime de 8 m. Prin coborîrea nivelului hidrostatic în incintă, coloana de apă din partea de aval a batardoului coboară pînă la 4 m. În consecință, pînă la o înălțime medie $(8 + 4)/2 = 6 \text{ m}$ se consideră greutatea volumetrică a umpluturii în stare uscată ($\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$), iar mai jos se consideră greutatea volumetrică submersată ($\gamma' = 1 \text{ t/m}^3$).

În consecință, înălțimea echivalentă totală a încărcărilor este:

$$h_e = \frac{1,5}{1,0} + \frac{9 \times 1,8}{1,0} + 6 = 23,7 \text{ m};$$

$$p_a = 1,00 \times 23,7 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) = 7,9 \text{ t/m}^2,$$

iar întinderea în îmbinări datorită presiunii umpluturii se ridică la valoarea:

$$T_1 = 7,9 \times 9 = 71,1 \text{ t/m.}$$

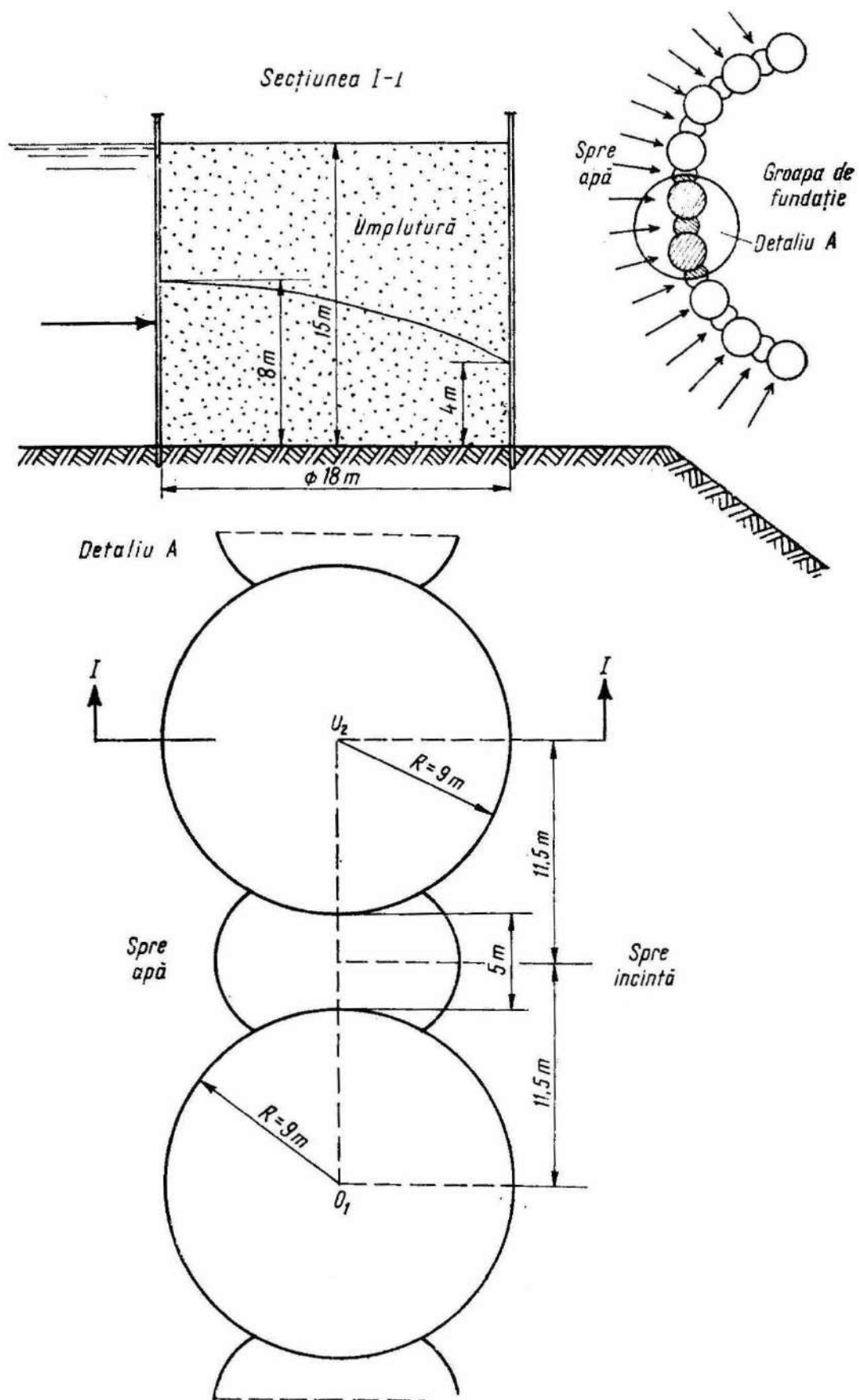


Fig. 13.15

La aceasta se adaugă reacțiunea de întindere transmisă de elementul de legătură. Presiunea pământului asupra elementului de legătură din cauza curburii mai mari se poate reduce cu un coeficient de aproximativ 0,60; deci presiunea transmisă în partea inferioară a elementului de legătură (la adâncimea de 15 m) este:

$$T_2 = 0,60 \times 7,9 \times 5,00 = 23,7 \text{ t/m.}$$

Efortul de întindere datorit presiunii apei spre peretele aval este:

$$T_3 = \frac{1 \times 23,00 \times 6,00}{2} = 69,0 \text{ t/m.}$$

De unde:

$$T = T_1 = T_2 + T_3 = 71,1 + 23,7 + 69,0 = 163,8 \text{ t/m} = 1\,638 \text{ kg/cm.}$$

Deoarece palplansele metalice folosite au o rezistență la smulgere de 2 000 kg/cm, verificarea la întindere dă rezultate satisfăcătoare.

b) Pentru verificarea la răsturnare se calculează momentul de răsturnare al forțelor exterioare care este reprezentat de momentul presiunii apei din amonte, considerînd că în aval nivelul apei este egal cu zero.

$$H = \frac{1}{2} \gamma_w h^2 = 0,5 \times 1 \times 15^2 = 112,5 \text{ t/m.}$$

$$M_r = 112,5 \times \frac{h}{3} \times d = 112,5 \times 5 \times 18 = 562,50 \times 18 = 10\,125 \text{ tm.}$$

Acest moment de răsturnare trebuie echilibrat de momentul dat de forțele de frecare care se nasc în timpul răsturnării și de eforturile care apar pe suprafața de contact. Adoptînd, după Titov, ca suprafață de alunecare a masei de umplutură în momentul răsturnării planul vertical de simetrie al celei cilindrice, rezultă schema de eforturi care acționează cînd se produce răsturnarea din fig. 13.16.

De-a lungul suprafeței verticale AB acționează presiunea totală orizontală a pământului, egală cu

$$E_{a1} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\Phi}{2} \right) 2 \cdot R \times 0,7.$$

Coeficientul 0,7 este un factor de reducere determinat experimental care se aplică pentru a lua în considerare efectul de siloz care se produce în cazul spațiilor înguste. Întrucît forța E_{a1} constituie un factor de stabilitate, ea trebuie introdusă în calcule cu valoarea sa minimă. În același timp, E_{a1} produce în momentul răsturnării o reacțiune de frecare dirijată vertical de-a lungul suprafeței AB și egală cu $T'_1 = E_{a1} \operatorname{tg} \Phi$ (unde Φ este unghiul de frecare internă al pământului). La aceasta se adaugă frecarea în îmbinările palplanșelor pe

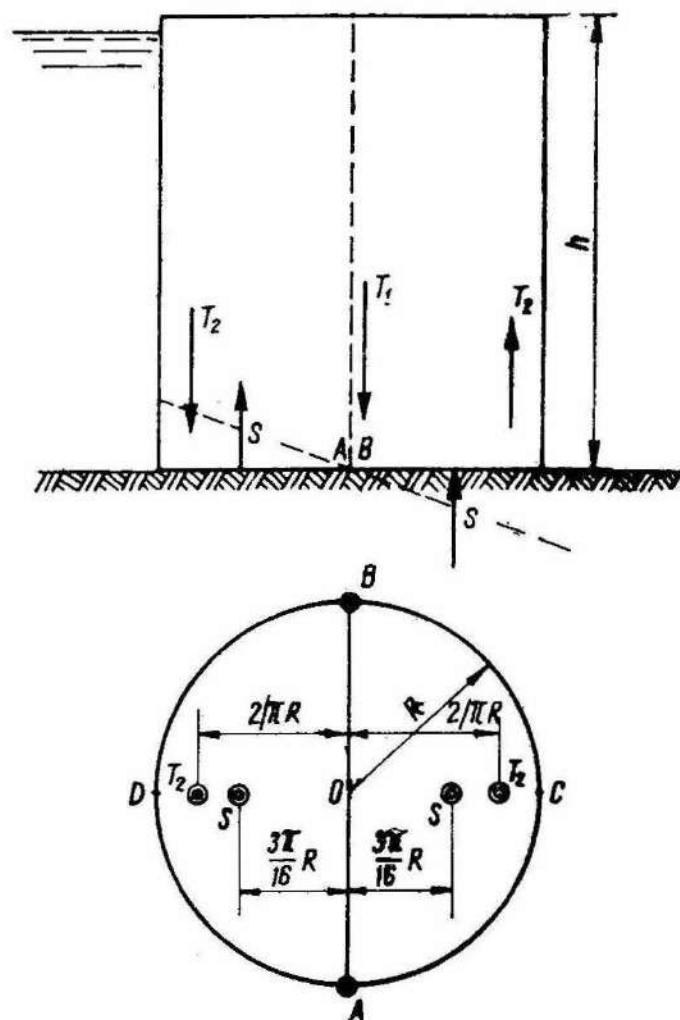


Fig. 13.16

Punctul de aplicație al acestei rezultante se găsește în centrul de greutate al semicilindrului intersectat de un plan vertical care trece prin AB , adică la

o distanță de $\frac{3\pi}{16} R = 0,589 R$ de centrul O .

Rezultanta T_2 acționează în centrul de greutate al eforturilor repartizate în mod uniform de-a lungul semicercului $\widehat{ACB}$, adică la distanța $\frac{2R}{\pi} = 0,637 R$ de centrul O

Momentul de stabilitate este dat de eforturile S și T_2

$$M_{stab} = S \times 2R \times 0,589 + T_2 \frac{2 \times 2}{\pi} R$$

generatoarele celulei care trec prin A și B și care au valoarea $T_1'' = E_{a1} \cdot f$ (f este coeficientul de frecare în îmbinări și se ia $f = 0,4$). Deci

$$T_1 = T_1' + T_1'' = E_{a1} (\operatorname{tg} \Phi + f).$$

Pe semicilindrul ABC acționează de asemenea eforturile de frecare între umplutură și pereții de palplanșe, de-a lungul semicercului $\widehat{ACB}$. Rezultanta verticală a acestor eforturi este egală cu:

$$T_2 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) \pi R \operatorname{tg} \delta \times 0,7$$

în care δ este unghiul de frecare între palplanșe și pământ și se ia $\operatorname{tg} \delta = 0,375$.

Reacțiunea rezultantă pe teren S în urma acțiunii momentului de răsturnare este egală cu

$$S = T_1 - T_2 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) \times 0,7 [2R (\operatorname{tg} \Phi + f) - \pi R \operatorname{tg} \delta].$$

sau înlocuind se obține

$$\begin{aligned}
 M_{stab} = & \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) \times 0,7 [2R (\operatorname{tg} \Phi + f) - \pi R \operatorname{tg} \delta] 2 \times 0,589 R + \\
 & + \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) \times 0,7 \pi R \operatorname{tg} \delta \times \frac{4R}{\pi} = \frac{1}{2} \times 1,8 \times 15^2 \times 0,333 \times \\
 & \times 0,7 [2 \times 9(0,578 + 0,4) - 3,14 \times 9 \times 0,375] 2 \times 9 \times 0,589 + \frac{1}{2} \times 1,8 \times \\
 & \times 15^2 \times 0,333 \times 0,7 \times 9 \times 0,375 \times 4 \times 9 = 9\,230 \text{ tm.}
 \end{aligned}$$

Coeficientul de siguranță la răsturnare este

$$n_s = \frac{M_{stab}}{M_r} = \frac{9\,230}{10\,125} = 0,91.$$

Coeficientul de siguranță la alunecare rezultă din raportul

$$n_s = \frac{f_1 G}{H};$$

în care

$$G = \frac{\pi \times 18^2}{4} \times 15 \times 1,80 = 6\,860 \text{ t}; \quad H = 112,5 \times 18 = 2\,025 \text{ t} \quad \text{și } f_1 = 0,5$$

(f_1 fiind coeficientul de frecare pe suprafața de contact)

$$n_s = \frac{0,5 \times 6\,860}{2\,025} = 1,70.$$

14

EVACUAREA APEI DIN SAPĂTURI

Pentru executarea săpăturilor și lucrărilor de fundații în terenuri care se găsesc sub nivelul apei subterane, se folosesc următoarele metode:

- a) pomparea directă a apei din incinta fundației;
- b) coborîrea artificială a nivelului apelor subterane;
- c) săparea și betonarea sub apă.

Exemplele din acest capitol se referă la primele două puncte.

Calculul hidraulic aplicat la coborîrea apelor subterane se bazează pe expresiile care rezultă din teoriile stabilite de Darcy și Dupuits.

În cele ce urmează se folosesc următoarele notații, arătate în fig. 14.1 și 14.2

- Q — este debitul pompat dintr-un puț, în m^3/zi sau cm^3/s ;
 k — coeficientul de permeabilitate al stratului acvifer, în m/zi sau cm/s ;
 s_0 — coborîrea nivelului în puț, față de nivelul inițial al apei subterane, în m ;
 R — distanța la care se extinde influența pomparei, în m ;
 h_0 — nivelul coborît al apei în puț față de planul orizontal de comparație;
 r_0 — raza puțului, în m ;
 H — nivelul static al pînzei de apă subterană, deasupra stratului impermeabil, în m ;
 M — grosimea stratului acvifer aflat sub presiune, în m ;
 l_0 — lungimea tubului filtrant, în m ;
 h_i — înălțimea suprafeței libere deasupra stratului impermeabil la o distanță r_i de axa puțului, în m .

Curgerea poate fi cu suprafața liberă sau sub presiune (în cazul cînd stratul acvifer este acoperit de un strat impermeabil, contactul lor fiind situat sub nivelul hidrostatic al apei din stratul acvifer).

După modul de lucru al puțurilor se disting:

- puțuri perfecte, care merg pînă la stratul impermeabil;
- puțuri imperfecte, la care tubul filtrant nu ajunge pînă la stratul impermeabil.

Problemele legate de evacuarea apei din groapa de fundație sînt următoarele:

1) **Coeficientul de permeabilitate** se determină pe teren cu ajutorul probeilor de pompaje folosind următoarele formule:

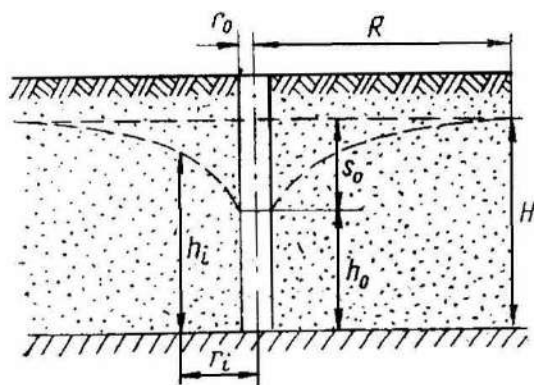


Fig. 14.1

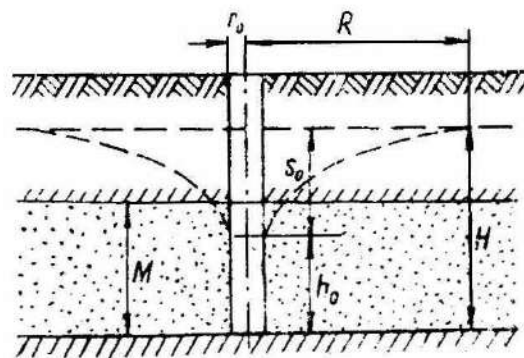


Fig. 14.2

a) *Suprafața de curgere liberă:*

— când proba de pompare se face cu un singur puț de observație de tip perfect

$$k = \frac{0,733 Q \lg \frac{R}{r_0}}{H^2 - h_0^2}; \quad (14.1)$$

— când proba de pompare se face cu două puțuri de observație, situate la distanțele r_1 și r_2 de puțul central de pompare de tip perfect:

$$k = \frac{0,733 Q \lg \frac{r_2}{r_1}}{h_2^2 - h_1^2}, \quad (14.2)$$

în care h_1 , respectiv h_2 sînt nivelurile apei măsurate în puțurile de observație 1, respectiv 2.

b) *Stratul sub presiune:*

— când proba de pompare se face dintr-un puț central de tip perfect:

$$k = \frac{Q \lg \frac{R}{r_0}}{2,73 M s_0}; \quad (14.3)$$

— când pomparea folosește două puțuri de observație:

$$k = \frac{0,366 Q \lg \frac{r_2}{r_1}}{M(h_2 - h_1)}. \quad (14.4)$$

Distanța R la care se extinde influența pompării se determină fie prin observație directă, fie prin următoarele formule empirice:

$$R = 3\,000 s_0 \sqrt{k}, \text{ (în m și s)} \quad (14.5)$$

sau

$$R = 575 s_0 \sqrt{Hk}, \text{ (în m și s)}. \quad (14.6)$$

2) Calculul debitului din puțurile izolate se efectuează cu următoarele formule:

a) *Suprafața de curgere liberă:*

— cînd un puț perfect este într-un strat omogen (alimentare simetrică):

$$Q = 1,36 \frac{k(2H - s_0) \times s_0}{\lg \frac{R}{r_0}} \quad (14.7)$$

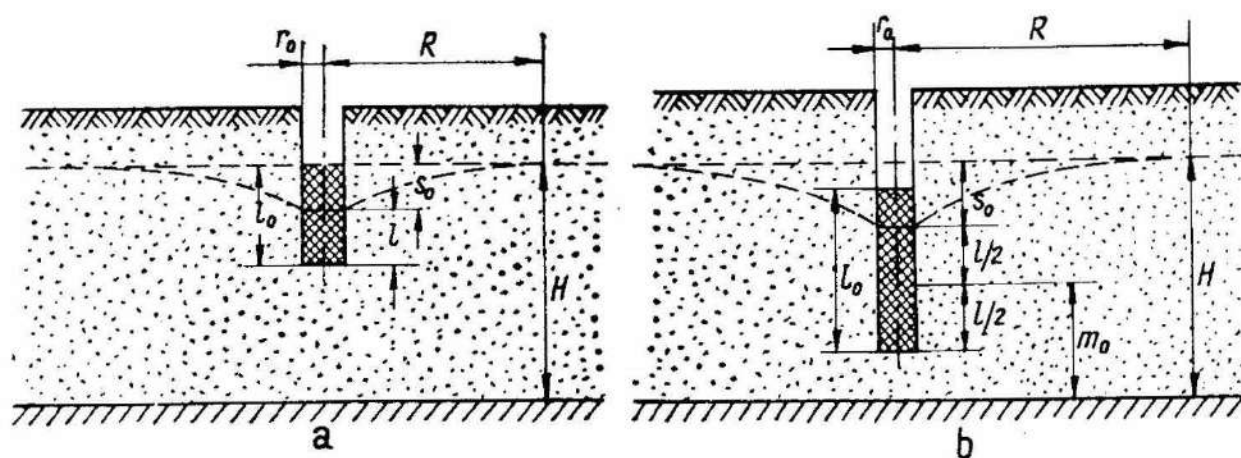


Fig. 14.3

Înălțimea curbei de depresie h_i printr-un punct aflat la distanța r_i de puț se calculează cu

$$h_i = \sqrt{4^2 - \frac{Q \lg \frac{R}{r_i}}{1,36 k}} \quad (14.7,a)$$

Dacă puțul se găsește în apropierea unui râu, la distanța a (alimentare asimetrică):

$$Q = 1,36 \frac{k(H^2 - h_0^2)}{\lg \frac{2a}{r_0}} \quad (14.8)$$

În cazul puțurilor (fig. 14.3) se pot ivi următoarele situații:

Cînd nivelul coborît al apei din puț rămîne în cuprinsul filtrului de lungime l_0 debitul se calculează astfel:

— pentru $l < 0,3 H$, unde $l < l_0$ (l fiind lungimea filtrului aflat sub curba de depresie) (fig. 14.3,a).

$$Q = 1,36 k s_0 \left(\frac{l + s_0}{\lg \frac{R}{r_0}} + \frac{l}{\lg \frac{0,66 l}{r_0}} \right); \quad (14.9)$$

— pentru $l > 0,3 H$ și $m_0 = H - s_0 - l/2$ (fig. 14.3,b)

$$Q = 1,36 k s_0 \left[\frac{l + s_0}{\lg \frac{R}{r_0}} + \frac{2m_0}{\frac{m_0}{2l} \left(2 \lg \frac{4m_0}{r_0} - A \right) - \lg \frac{4m_0}{R}} \right]; \quad (14.10)$$

valorile A se obțin din tabela 14.1 în funcție de $\alpha = \frac{l}{m_0}$.

Tabela 14.1

Valorile coeficientului A									
$\alpha = l/m_0$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
A	2,92	2,25	1,8	1,6	1,25	1,00	0,8	0,65	0,4

Dacă nivelul coborât în puț rămâne deasupra filtrului, debitul se calculează cu formulele:

— pentru talpa filtrului situată deasupra mijlocului stratului acvifer (fig. 14.4):

$$Q = \frac{k l_0 s_0}{0,183 \left(B - 2 \lg \frac{r_0}{c} \right)}; \quad (14.11)$$

c este distanța de la nivelul inițial al apei subterane la capătul superior al filtrului; valorile B se obțin din tabela 14.2.

— pentru $l > \frac{H}{2}$

$$Q = 2,73 k s_0 (D + E), \text{ m}^3/\text{zi} \quad (14.12)$$

$$D = \frac{h_1}{\frac{1}{2\alpha_1} \left(2 \lg \frac{4h_1}{r_0} - A_1 \right) - \lg \frac{4h_1}{R}} \quad (14.13)$$

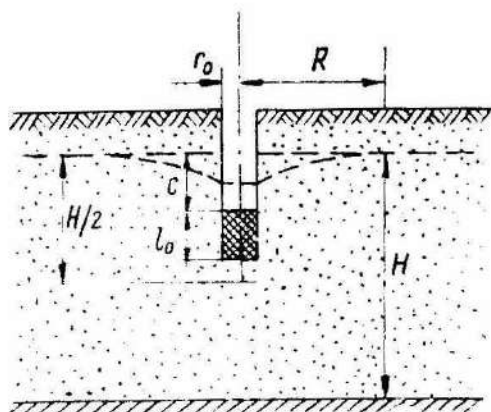


Fig. 14.4

Tabela 14.2

Valorile coeficientului B

$\frac{c+l}{c}$	1—2	2—5	9—11
B	—2,4...0	0...0,8	0,8...2

$$E = \frac{h_2}{\frac{1}{2\alpha_2} \left(2 \lg \frac{4h_2}{r_0} - A_2 \right) - \lg \frac{4h_2}{R}} \quad (14.13,a)$$

unde: h_1 este distanța de la mijlocul filtrului la nivelul inițial al apei;

h_2 — distanța de la mijlocul filtrului la talpa stratului acvifer.

A_1 și A_2 — coeficienți care depind de $\alpha_1 = \frac{0,5 l}{h_1}$ și respectiv $\alpha_2 = \frac{0,5 l}{h_2}$ și se determină după tabela 14.1.

b) *Stratul aflat sub presiune.* Când un puț perfect este într-un strat omogen:

$$Q = \frac{2,73 \text{ } kMs_0}{\lg \frac{R}{r_0}} \quad (14.14)$$

3) **Calculul coborîrii nivelului apei cu un grup de n puțuri** (fig. 14.5) se face cu următoarele metode:

a) *Puțuri situate pe un contur închis de o formă geometrică regulată* (cerc, dreptunghi). Însemnînd cu $q_1, q_2, \dots, q_n$ debitele care se pompează din puțurile 1 ... n din grup, pentru a coborî nivelul apei subterane într-un punct A se determină în primul rînd debitele $q_1 \dots q_n$ prin rezolvarea sistemului de n ecuații liniare.

$$q_1 \lg \frac{R_1}{\rho_{11}} + q_2 \lg \frac{R_2}{\rho_{12}} + q_3 \lg \frac{R_3}{\rho_{13}} + \dots + q_n \lg \frac{R_n}{\rho_{1n}} = q_1 \lg r'_{01} + D_1 \quad (14.15)$$

$\vdots$

$$q_1 \lg \frac{R_1}{\rho_{n1}} + q_2 \lg \frac{R_2}{\rho_{n2}} + q_3 \lg \frac{R_3}{\rho_{n3}} + \dots + q_n \lg \frac{R_n}{\rho_{nn}} = q_n \lg r'_{0n} + D_n$$

$\rho_{11} = r_{01}; \dots \rho_{nn} = r_{0n}$ și $\rho_{ik} = \rho_{ki}$ distanța între puțurile i și k .

În sistemul de ecuații se notează:

— pentru puțurile perfecte:

$$r'_{0i} = r_{0i}$$

$D_i = 1,36 k(2H - s_{0i}) s_{0i}$ la suprafața de curgere liberă (14.16)

$D_i = 2,73 kM s_{0i}$ la curgere sub presiune; (14.16,a)

— pentru puțuri imperfecte (la suprafața de curgere liberă):

$$r'_{0i} = r_{0i} e^{-\frac{H}{l_i}} \quad (14.17)$$

$$D_i = 2,73 kH \left(1 - \frac{s_0}{2l_i}\right) s_0 \quad (14.17,a)$$

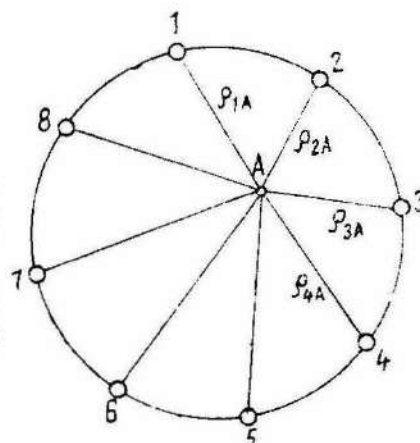


Fig. 14.5

unde l_i este lungimea părții filtrante în puțul i (distanța între talpa puțului și nivelul hidrostatic);

Înălțimea apei într-un punct oarecare A din incintă se calculează cu următoarele formule:

$$h_A = \sqrt{H^2 - \frac{1}{1,36 k} \sum_1^n q_i \lg \frac{R_i}{\rho_{iA}}} \text{ la suprafața de curgere liberă; } \quad (14.18)$$

$$h_A = H - \frac{1}{2,73 kM} \sum_1^n q_i \lg \frac{R_i}{\rho_{iA}} \text{ la curgerea sub presiune; } \quad (14.18,a)$$

— pentru puțurile imperfecte (la suprafața de curgere liberă)

$$h_A = \sqrt{H^2 - \frac{1}{1,36 k} \left[\sum_1^n q_i \lg \frac{R_i}{\rho_{iA}} + 0,434 (H - l + s_0) \sum_1^n \frac{q_i}{\rho_{iA}} \right]} \quad (14.19)$$

unde ρ_{iA} este distanța puțului i de punctul A .

cînd $q_1 = q_2 = \dots q_n = q$ și $nq = Q$ formulele devin:

— pentru curgerea cu suprafață liberă (puțuri perfecte), debitul care se extrage din oricare puț al incintei este:

$$q = 1,36 k \frac{(2H - s_0) s_0}{n \lg R - (n - 1) \lg r - \lg n r_0} \quad (14.19,a)$$

Înălțimea apei în centrul incintei (de rază r):

$$h_c = \sqrt{H^2 - \frac{nq \lg \frac{R}{r}}{1,36 k}}; \quad (14.20)$$

— pentru stratul aflat sub presiune (puțuri perfecte), debitul care se extrage din oricare puț al incintei (cu raza r) este:

$$q = 2,73 kM \frac{s_0}{n \lg R - (n-1) \lg r - \lg n r_0}. \quad (14.21)$$

Înălțimea apei în centrul incintei (de rază echivalentă r)

$$h_c = H - \frac{nq \lg \frac{R}{r}}{2,73 kM}. \quad (14.22)$$

Aceste formule se pot folosi și în următoarele cazuri:

— când incinta este circulară, debitul extras și înălțimea apei în oricare punct al incintei se determină cu aceleași formule dacă raza incintei este calculată cu relația:

$$r = \sqrt[n]{\rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \rho_3 \dots \rho_n} \quad (14.23)$$

$\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ sînt distanțele de la puțurile 1, 2... n la punctul în care se determină înălțimea apei;

— când incinta are forma unui dreptunghi cu laturile L și B , debitul extras dintr-un puț al incintei, și înălțimea apei în centrul incintei sau în oricare punct al ei se calculează cu aceleași formule privind:

$$r = \eta \frac{L+B}{4} = \eta \cdot L \cdot \frac{1 + \frac{B}{L}}{4} \quad (14.24)$$

unde η se ia din tabela 14.3;

Tabela 14.3

Valorile coeficientului η

$\frac{B}{L}$	0	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
η	1,0	1,05	1,08	0,12	1,16	1,18	1,18	1,18

pentru $\frac{B}{L} \leq 0,1$ $\eta = 0,25$ L ,

pentru $\frac{B}{L} > 0,33$ $\eta = \frac{L+B}{\pi}$.

b) *Puțuri așezate în rând.* La puțuri așezate la distanța a unul de altul într-un rând, debitul este:

— pentru curgerea cu suprafață liberă:

$$q = 1,36 k (2H - s_0) \frac{s_0}{\lg \frac{a}{2\pi r_0} + 1,36 \frac{R}{a}}; \quad (14.25)$$

— pentru strat aflat sub presiune:

$$q = 2,73 kM \frac{s_0}{\lg \frac{a}{2\pi r_0} + 1,36 \frac{R}{a}} \quad (14.26)$$

La puțuri așezate pe două rânduri unde: a este distanța între puțurile dintr-un rând, iar b este distanța dintre cele două rânduri de puțuri, debitul extras este:

— pentru curgerea cu suprafață liberă

$$q = 1,36 k (2H - s_0) \frac{s_0}{\lg \frac{a}{2\pi r_0} + 2,73 \frac{R}{a} - \lg \left[1 - \exp \left(-\frac{2\pi b}{a} \right) \right]}; \quad (14.27)$$

— pentru strat aflat sub presiune

$$q = 2,73 kM \frac{s_0}{\frac{a}{2\pi r_0} + 2,73 \frac{R}{a} - \lg \left[1 - \exp \left(-\frac{2\pi b}{a} \right) \right]} \quad (14.28)$$

4) **Filtrele aciculare** constau din țevi cu diametru 2'' introduse prin batre pînă la adîncimea de la care pot aspira pompele. Însemnînd cu l_0 lungimea filtrului prin care este posibilă intrarea apei, cu l_c lungimea tubului colector care leagă n filtre aciculare așezate la distanța $2a$ între ele și este deservit de o instalație proprie de pompare, calculele în vederea dimensionării unei instalații de filtre se efectuează după următoarele expresii [10] :

Relația între debitul pompat și coborîrea nivelului în filtru :

$$z_0 = H - h_{asp} + \xi \frac{Q}{nFk} + 0,134 \zeta \left(\frac{Q}{1\,000} \right)^2 \quad (14.29)$$

în care: Q și k în m^3/zi , respectiv m/zi , celelalte valori în m .

ξ este un coeficient avînd dimensiunea unei lungimi (ξ între 0,05 și 0,075 m);

F — suprafața părții filtrante;

ζ — coeficient de randament care pentru instalația PVU este egal cu

$$\zeta = 4\,700 \frac{a^2}{l_c^2} + l_c \left(0,00232 + \frac{0,000448}{a} \right) + 0,196 \quad (14.30)$$

iar pentru instalația tip IFU

$$\zeta = 3\,827 \frac{a^2}{l_c^2} + l_c \left(0,0104 + \frac{0,0014}{a} \right) + 3,336 \quad (14.31)$$

a și l_c în m .

a) *Curgerea cu nivel liber*. Debitul extras prin filtre așezate într-un rînd (alimentare simetrică) este

$$Q = \frac{kl_c(H^2 - z_0^2) \bar{\beta}}{R}; \quad (14.32)$$

$$z = \sqrt{H^2 - \frac{Q(R-x)}{kl_c}} \quad (14.33)$$

$$\bar{\beta} = \alpha\beta \quad (14.34)$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + 1,47 \frac{z_0}{R} \lg \frac{1}{\frac{\pi l_0}{\sin \frac{2z_0}{2z_0}}}}; \quad (14.34,a)$$

$$\beta = \frac{1}{1 + 1,47 \frac{a}{R} \lg \frac{a}{\pi r}}. \quad (14.34,b)$$

În cazul alimentării nesimetrice debitul extras se calculează cu :

$$Q = \frac{kl_c}{2} \left(\frac{H_1^2 - z_0^2}{R_1} + \frac{H_2^2 - z_0^2}{R_2} \right) \frac{2\bar{\beta}_1\bar{\beta}_2}{\bar{\beta}_1 + \bar{\beta}_2} \quad (14.35)$$

$\bar{\beta}_1$, respectiv $\bar{\beta}_2$ se calculează după expresiile (14 — 34), (14.34,a), (14.34, b) înlocuind R cu R_1 respectiv cu R_2 .

$$z_1 = \sqrt{H_1^2 - \left(\frac{H_1^2 - z_0^2}{R_1} - \frac{2Q}{kl_c} \cdot \frac{1 - \bar{\beta}_1}{2\bar{\beta}_1} \right) (R_1 - x)}; \quad (14.36)$$

$$z_2 = \sqrt{H_2^2 - \left(\frac{H_2^2 - z_0^2}{R_2} - \frac{2Q}{kl_c} \cdot \frac{1 - \bar{\beta}_2}{2\bar{\beta}_2} \right) (R_2 - x)}. \quad (14.36,a)$$

În cazul filtrelor așezate pe două rînduri (alimentare simetrică) (fig.14.6), debitul este :

$$Q = kl_c \frac{H^2 - z_0^2}{2R_1} \cdot \frac{2\bar{\beta}_1}{1 + \bar{\beta}_1}; \quad (14.37)$$

$$z_1 = \sqrt{H_1^2 - \frac{2Q}{kl_c} (R_1 - x)}; \quad (14.38)$$

$$z_2 = \sqrt{H_1^2 - \frac{2QR_1}{kl_c}}. \quad (14.38,a)$$

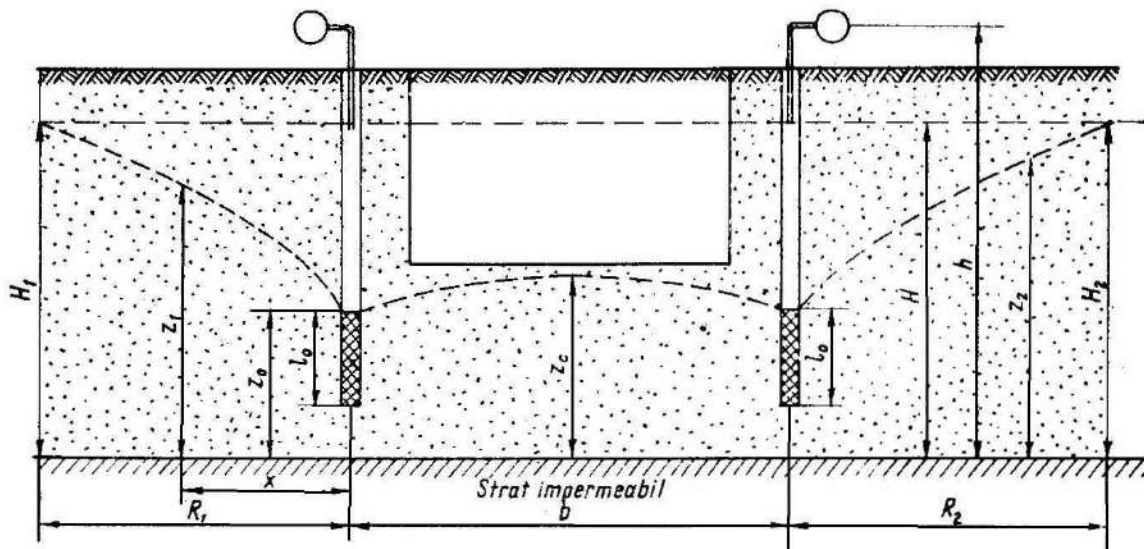


Fig. 14.6

Cînd filtrele sînt așezate pe un contur circular cu raza X_0 debitul este dat de :

$$Q = \frac{1,366 k(H^2 - z_0)}{n_0 \lg \frac{R}{X_0}} \cdot \frac{2\bar{\beta}_1}{1 + \bar{\beta}_1}. \quad (14.39)$$

Valorile $\bar{\beta}_1$, α și β din relația (14.39) se calculează cu relațiile (14.34), (14.34,a) și (14.34,b) în care R se înlocuiește cu expresia

$$R = X_0 \ln \frac{R}{X_0} = 2,3 X_0 \lg \frac{R}{X_0} \quad (14.39,a)$$

unde

$$X_0 = \frac{U}{2\pi} \text{ sau } X_0 = \sqrt{\frac{A}{\pi}}, \quad (14.39,b)$$

U și A fiind perimetrul, respectiv aria incintei.
Coborîrea nivelului apei în centrul incintei este dată de :

$$z_c = \sqrt{H^2 - \frac{Q n_0 \lg \frac{R}{X_0}}{1,366 k}}. \quad (14.40)$$

b) *Curgerea sub presiune.* Pentru filtre aciculare așezate într-un rînd și cu alimentare simetrică, debitul se calculează (fig.14.7) astfel :

$$Q = \frac{2\pi k M l_c (H - z_0)}{R} \bar{\beta} \quad (14.41)$$

$$z = H - \frac{Q(R - x)}{2k M l_c} \quad (14.42)$$

$$\bar{\beta} = \alpha \beta, \quad (14.43)$$

în care :

$$\alpha = \frac{1}{1 + 1,47 \frac{M}{R} \lg 1/\sin \frac{\pi l_0}{2M}} \quad (14.43,a)$$

iar β este dat de relația (14.34,b).

Pentru filtre așezate pe un contur circular cu raza X_0 debitul se calculează cu:

$$Q = \frac{2,73 \, kM(H - z_0)}{n_0 \lg \frac{R}{X_0}} \cdot \frac{2\bar{\beta}_1}{1 + \bar{\beta}_1} \quad (14.48)$$

Coeficienții $\bar{\beta}_1$, α și β se calculează după formulele (14.43), (14.43,a) și (14.34,b) înlocuind R conform relațiilor (14.39,a) și (14.39,b).

Coborîrea nivelului apei în centru este :

$$z_c = H - \frac{Qn_0 \lg \frac{R}{X_0}}{2,73kM} \quad (14.49)$$

n_0 = numărul de instalații de pompare.

Cînd se ține seama de timpul în care se produce o anumită coborîre a nivelului apei, R , raza de influență a puțului la timpul t se adoptă după formulele :

$$R = \sqrt{\frac{3ktH}{\mu}} \text{ pentru șiruri de puțuri:} \quad (14.50)$$

$$R = 2\sqrt{\frac{k'H}{\mu}} \text{ pentru un contur închis de puțuri} \quad (14.51)$$

unde: t este timpul de la începerea epuizmentului, în zile;

μ — coeficientul de cedare a apei, definit ca raportul între umiditatea corespunzătoare apei ce curge sub acțiunea gravitației și umiditatea totală (inclusiv apa legată). După date de laborator
 $\mu = 0,18 - 0,20$.

Pentru determinarea lui R se pot folosi de asemenea expresiile (14.5) și (14.6).

Dacă puțurile sînt așezate în apropierea unui râu, distanța de la centrul inelului la râu fiind L_0 ,

$$R = L_0 + \sqrt{L_0^2 + X_0^2}. \quad (14.51)$$

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 14.1. Să se determine coeficientul de permeabilitate a unui teren nisipos pe baza pomparii experimentale dintr-un puț central avînd raza 102,4 mm, cunoscînd că la un debit pompat de 5,5 l/s, nivelul apei din puț a scăzut cu 2,60 m. Poziția puțului este indicată în fig.14.8.

Să se determine apoi ce debit poate fi pompat din același puț, dacă talpa puțului se adâncește numai pînă la cota 74,90, respectiv 73,00 menținînd aceeași scădere a nivelului apei în puț.

Rezolvare. Debitul pompat într-o zi este :

$$Q = \frac{5,5 \times 24 \times 3\,600}{1\,000} = 475 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Pentru determinarea razei de acțiune se folosește formula (14.5) în care se introduce o valoare arbitrară pentru k care se corectează succesiv; admi-

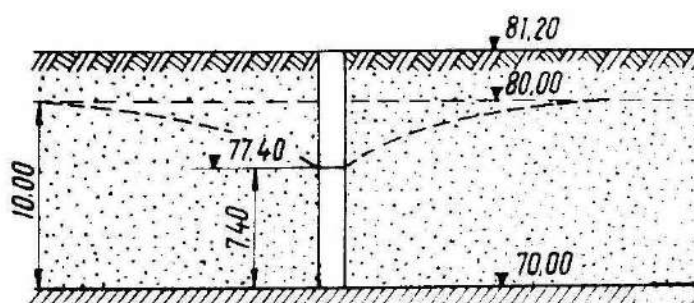


Fig. 14.8

țind pentru $k = 36 \text{ m/zi}$, rezultă $R = 3\,000 \times 2,6 \times 6 = 124 \text{ m}$.

Se folosește formula 14.1:

$$k = \frac{0,733 \times 475,0 \lg \frac{124}{0,1204}}{10,0^2 - 7,40^2} = 23,7 \text{ m/zi} = 0,000274 \text{ m/s}.$$

Pentru control se verifică din nou valoarea admisă pentru R

$$R = 3\,000 \times 2,60 \times \sqrt{0,000274} = 129.$$

Valoarea R , admisă inițial, fiind aproximativ egală cu cea obținută prin calcul, se poate considera rezultatul definitiv (se adoptă $R = 130 \text{ m}$).

În cazul cînd talpa puțului este la cota 74,90, puțul devine de tip imperfect.

Întrucît $l = 80 - 74,90 - 2,60 = 2,5 \text{ m} < 0,3 \times 10 \text{ m}$, debitul se calculează cu formula (14.9):

$$Q = 1,36 \times 23,7 \times 2,60 \left[\frac{\frac{2,50 + 2,60}{130}}{\lg \frac{130}{0,1024}} + \frac{2,50}{\lg \frac{0,66 \times 2,50}{0,1024}} \right] = 300 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Cînd talpa este la cota 73 m,

$$l = 80 - 73 - 2,60 = 4,40 \text{ m}; \quad \frac{l}{H} = \frac{4,40}{10} = 0,44 > 0,3;$$

în acest caz se aplică formula (14.10)

$$m_0 = H - s_0 - \frac{l}{2} = 10 - 2,60 - \frac{4,40}{2} = 5,20 \text{ m};$$

$$\frac{l}{m_0} = \frac{4,40}{5,20} = 0,85.$$

Din tabela 14.1 se obține $A = 0,525$

$$Q = 1,36 \times 23,7 \times 2,60 \left[\frac{4,40 + 2,60}{\lg \frac{130}{0,1024}} + \frac{2 \times 5,20}{2 \times 4,40 \left(2 \lg \frac{4 \times 5,20}{0,1024} - 0,525 \right) - \lg \frac{4 \times 5,20}{130}} \right];$$

$$Q = 1,36 \times 23,7 \times 2,60 \times 5,48 = 459 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Exemplul 14.2. Să se determine coeficientul de permeabilitate k pe baza pompării apei dintr-un puț avînd diametrul de 204,8 mm, în cazul cînd stratul acvifer se găsește sub presiune (fig.14.9). Grosimea stratului acvifer sub presiune este $M = 4$, iar la un debit pompat de 5,5 l/s, nivelul apei din puț scade cu 2,60 m.

Rezolvare. Păstrînd aceeași valoare pentru R , ca în problema precedentă, coeficientul de permeabilitate se calculează cu formula (14.3).

$$k = \frac{475 \lg \frac{130}{0,1024}}{2,73 \times 4 \times 2,60} = 51 \text{ m/zi}.$$

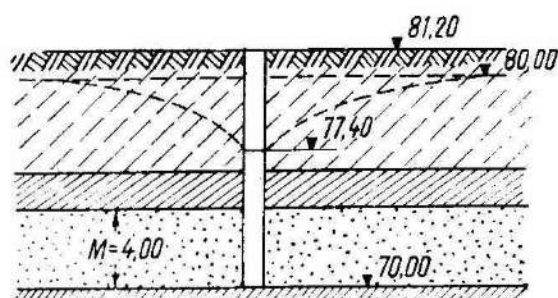


Fig. 14.9

Exemplul 14.3. Stîlpii cadrului central de 18 m deschidere ai unei hale industriale cu traveea de 12 m sînt fundați pe chesoane deschise duse pînă la cota 95 (fig. 14.10). Să se examineze dacă prin adîncirea unuia dintre chesoane ca puț perfect se poate asigura executarea în uscat a chesoanelor învecinate. Pămîntul are coeficientul de permeabilitate $k = 24 \text{ m/zi}$, diametrul chesonului este

de 4 m, iar prin pompare în chesonul-puț, nivelul apei subterane cu suprafața liberă scade la cota 90,50.

Rezolvare. Se determină în prealabil debitul care trebuie pompat din chesonul transformat în puț, $k = 24 \text{ m/zi} = 0,000278 \text{ m/s}$.

$R = 575 s_0 \sqrt{Hk} = 575 \times 7,5 \sqrt{9,5 \times 0,000278} = 221 \approx 220 \text{ m}$. Cu formula (14.7) se obține :

$$Q = \frac{1,36 \times 24 (19 - 7,5) 7,5}{\lg \frac{220}{2}} \approx 1\,378 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Înălțimea pânzei de depresie h_0 la o distanță r_i de puțul de pompare, se determină cu ajutorul formulei (14.7,a).

Considerînd puțul O drept puț central, se determină nivelul apei subterane în dreptul chesoanelor 1, 2, 3, 4 și 5;

$$h_{1,3} = \sqrt{9,5^2 - \frac{1\,378 \lg \frac{240}{12}}{1,36 \times 24}} = 5,93 \text{ m}; \text{ cota apei respective } 94,43;$$

$$h_{2,4} = \sqrt{9,5^2 - \frac{1\,378 \lg \frac{240}{21,7}}{1,36 \times 24}} = 6,64 \text{ m}; \text{ cota apei respective } 95,14;$$

$$h_5 = \sqrt{9,5^2 - \frac{1\,378 \lg \frac{240}{18}}{1,36 \times 24}} = 6,63 \text{ m}; \text{ cota apei respective } 95,13.$$

Se constată că prin funcționarea puțului O , săpătura la chesoanele 1, 3 se poate executa complet în uscat iar la chesoanele 2, 3 și 4 existența unui ni-

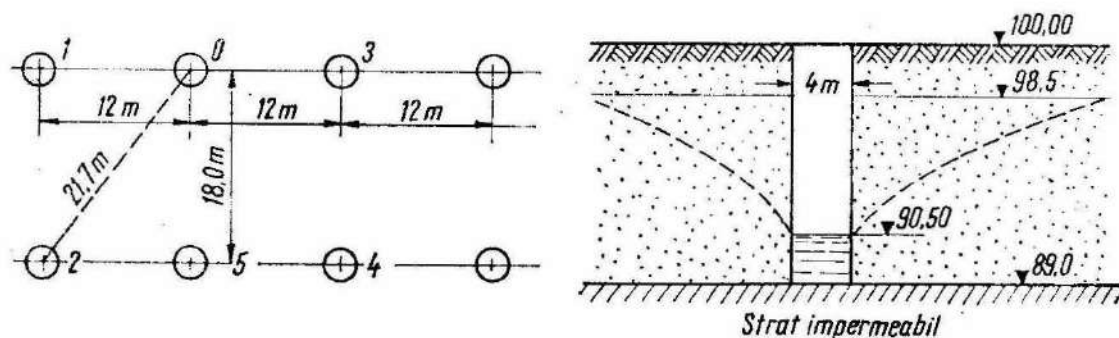


Fig. 14.10

vel de maximum 14 cm apă nu justifică vre-o măsură specială pentru evacuarea apei. În cazul de față s-a extins influența puțului central asupra a cinci chesoane. Un calcul tehnico-economic detaliat poate stabili numărul optim de chesoane care poate fi afectat unui puț central.

Metoda aceasta este aplicabilă numai în cazul când suprafața udată a puțului permite pomparea debitului de 1 378 m³/zi. În acest scop se face o verificare cu ajutorul formulei pentru debitul critic $Q_{cr} = \frac{2\pi rh \sqrt{k}}{15}$ (în care dimensiunile sînt date în metri și secunde).

$$Q = \frac{2 \times 2 \times 3,14 \times 1,5 \times \sqrt{0,000278}}{15} = 0,0209 \text{ m}^3/\text{s} = 1\,815 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Suprafața udată asigurînd pomparea cantității de 1 378 m³/zi, rezultatele obținute rămîn definitive.

Exemplul 14.4. Să se determine nivelul apei subterane în punctele *A*, *B* și *C* ale incintei de fundație din fig.14.11, sub influența pompării din două puțuri învecinate 1 și 2. Pămîntul are un coeficient de permeabilitate de 30 m/zi, în puțul 1 avînd $r_{01} = 0,1024$ m se obține în timpul pompării o coborîre a nivelului apei de 6 m, iar în puțul 2 cu $r_{02} = 0,152$ m se obține aceeași coborîre ($s_{01} = s_{02} = 6,0$ m).

Rezolvare. Puțul 1 lucrează ca puț perfect iar puțul 2 ca puț imperfect. Pentru determinarea nivelului apei subterane, este necesar să se stabilească în prealabil debitele pompate prin puțurile 1 și 2, cu ajutorul sistemului de ecuații (14.15).

Raza de acțiune a puțurilor se stabilește cu formula (14.6.) și se ia identică pentru cele două puțuri:

$$k = 30 \text{ m/zi} = 0,000347 \text{ m/s}.$$

$$R_1 = R_2 = R = 575 \times 6 \times \sqrt{10 \times 0,000347} = 204 \text{ m}$$

$$D_1 = 1,36 k (2H - s_{01}) s_{01} = 1,36 \times 30 \times (2 \times 10 - 6) 6 = 3\,430;$$

$$\rho_{1,2} = \rho_{2,1} = 18 \text{ m}; r'_{01} = r_0 = 0,1024 \text{ m}.$$

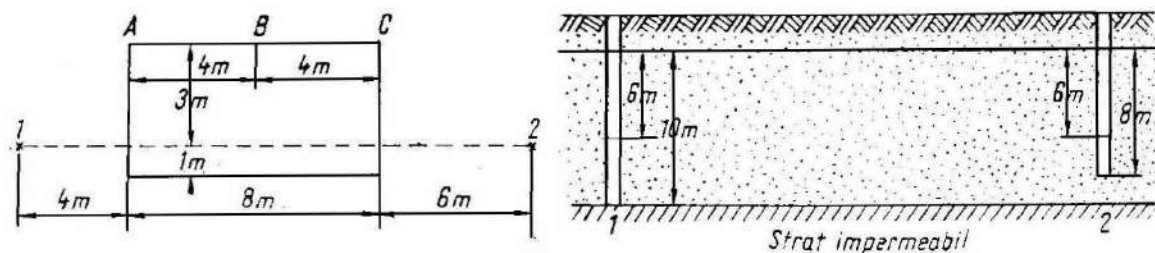


Fig. 14.11

$$D_2 = 2,73 kH \left(1 - \frac{s_{02}}{2l_2}\right) s_{02} = 2,73 \times 30 \times 10 \left(1 - \frac{6}{2 \times 8}\right) 6 = 3\,070;$$

$$r'_{02} = r_{02} e^{-\frac{H}{l}} = 0,1\,520 e^{-\frac{10}{8}} = 0,0436 \text{ m.}$$

Ecuațiile devin

$$q_1 \lg \frac{204}{0,1024} + q_2 \lg \frac{204}{18} = 3\,430;$$

$$q_1 \lg \frac{204}{18} + q_2 \lg \frac{204}{0,152} = 3\,070;$$

$$3,301 q_1 + 1,055 q_2 = 3\,430;$$

$$1,055 q_1 + 3,128 q_2 = 3\,070.$$

Soluția sistemului de ecuații este: $q_1 = 813 \text{ m}^3/\text{zi}$; $q_2 = 707 \text{ m}^3/\text{zi}$.

Pentru determinarea înălțimii apei într-un punct situat la distanța ρ_1 de puțul 1 și ρ_2 de puțul 2, se folosesc formulele (14.18) și (14.18,b) întrucît puțul 1 este perfect iar puțul 2 este imperfect.

Prin aplicarea principiului suprapunerii efectelor rezultă :

$$h = \sqrt{H^2 - \frac{1}{1,36 k} \left[q_1 \lg \frac{R}{\rho_1} + q_2 \lg \frac{R}{\rho_2} + q_2 \times 0,434 \left(\frac{H - l + s_0}{\rho_2} \right) \right]},$$

$$\rho_{1A} = 5 \text{ m}; \quad \rho_{1B} = 8,5 \text{ m}; \quad \rho_{1C} = 12,4 \text{ m};$$

$$\rho_{2A} = 14,35 \text{ m}; \quad \rho_{2B} = 10,45 \text{ m}; \quad \rho_{2C} = 6,7 \text{ m}.$$

$$h_A = \sqrt{10^2 - \frac{1}{1,36 \times 30} \left[813 \lg \frac{204}{5} + 707 \lg \frac{204}{14,35} + \frac{707 \times 0,434}{14,35} (10 - 8 + 6) \right]} = 6,62 \text{ m};$$

$$h_B = \sqrt{10^2 - \frac{1}{1,36 \times 30} \left[813 \lg \frac{204}{8,55} + 707 \lg \frac{204}{10,45} + 707 \frac{0,434}{10,45} (10 - 8 + 6) \right]} = 6,68 \text{ m};$$

$$h_C = \sqrt{10^2 - \frac{1}{1,36 \times 30} \left[813 \lg \frac{204}{12,4} + 707 \lg \frac{204}{6,7} + 707 \frac{0,434}{6,7} (10 - 8 + 6) \right]} = 6,48 \text{ m}.$$

Exemplul 14.5. O incintă de fundație este încadrată cu 12 puțuri, ca în fig.14.12. Cunoșcând coeficientul de permeabilitate $k = 24 \text{ m/zi}$ și raza de acțiune a puțurilor $R = 240 \text{ m}$, se cere să se determine debitul total Q ce trebuie pompat, pentru a asigura o coborîre a nivelului apei subterane în centrul fundației de $z_c = 5 \text{ m}$. Se va considera regimul de curgere liberă, nivelul static al pînzei de apă $H = 9 \text{ m}$ și se va admite că se pompează aceeași cantitate de apă din fiecare puț. Raza puțurilor $r_0 = 0,10 \text{ m}$.

Calculul se va efectua prin următoarele metode:

- metoda conturului circular echivalent;
- metoda directă pentru un grup de puțuri așezate pe un contur dreptunghiular.

Rezolvare. Distanțele între puțuri și centrul incintei sînt:

$$\rho_1 = 16 \text{ m}; \quad \rho_2 = \sqrt{8^2 + 16^2} = 17,9 \text{ m};$$

$$\rho_3 = \sqrt{8^2 + 8^2} = 11,3 \text{ m}; \quad \rho_4 = 8 \text{ m}.$$

- Raza cercului echivalent al incintei de puțuri se calculează cu relația (14.23).

Ținînd seama că $H - h_c = s_0$, relația (14.20) poate fi pusă sub forma

$$q = \frac{(2H - s_2) s_0 \times 1,36 k}{12 \lg \frac{R}{r}} = \frac{2 \times 9 - 5) 5 \times 1,36 \times 24}{12 \lg \frac{240}{13,17}} = 140 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Debitul total de pompat va fi $Q = 12 \times 140 \text{ m}^3/\text{zi} = 1\,680 \text{ m}^3/\text{zi}$.

- Cînd se consideră conturul dreptunghiular de puțuri se folosește formula (14.24).

$$\frac{B}{L} = \frac{16}{32} = 0,5; \text{ din tabela (14,3), } \eta = 1,17.$$

$$r = \eta \frac{B + L}{4} = 1,17 \frac{32 + 16}{4} = 14,1 \text{ m}.$$

Debitul se calculează cu formula (14,19,a):

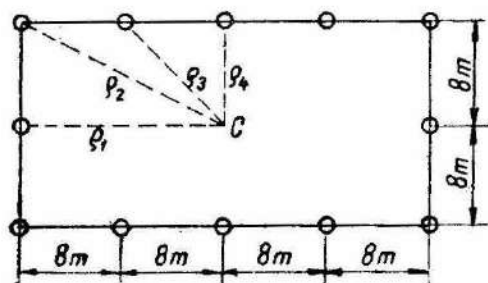


Fig. 14.12

$$q = \frac{(2 \times 9 - 5) 5 \times 1,36 \times 24}{12 \lg 240 - 11 \lg 14,1 - \lg 12 \times 0,10} = 133 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Exemplul 14.6. Să se calculeze puterea instalației de pompare necesară pentru epuizarea apei dintr-o groapă de fundație cu adîncimea de 6 m și dimensiunile în plan de $10 \times 6 \text{ m}$. Coeficientul de permeabilitate al

terenului este $k = 0,01$ cm/s. Nivelul apei subterane se găsește la adâncimea de 0,80 m iar stratul impermeabil la adâncimea de 9 m. Palplanșele care încadrează săpătura sînt bătute cu $t = 1$ m sub nivelul săpăturii.

Rezolvare. Debitul specific pe metru pătrat de incintă se calculează cu formula :

$$q = \frac{kh}{h + 2t} = \frac{0,36 \times 5,20}{5,20 + 2 \times 1} = 0,26 \text{ m}^3/\text{h}.$$

Debitul total este

$$Q = q (b \cdot l) = 0,26 (6 \times 10) = 15,6 \text{ m}^3/\text{h}.$$

Înălțimea de aspirație se obține adăugînd la adâncimea fundației adîncimea gropii sorbului de pompă, circa 0,80 m :

$$h_a = 5,20 + 0,80 = 6 \text{ m}.$$

Puterea pompei :

$$N = \frac{Qh_a}{75 \eta_1} = \frac{15,6 \times 6,00}{75 \times 0,4} = 3,12 \text{ CP}.$$

Puterea necesară a motoarelor :

$$N_i = \frac{N}{\eta_2} = \frac{3,12}{0,8} = 3,9 \text{ CP} \approx 4 \text{ CP}.$$

Conform prevederilor normativului pentru executarea fundațiilor, puterea necesară a pompelor se dublează instalîndu-se în consecință două pompe de cîte 4 CP.

Exemplul 14.7. Pentru apărarea de inundare a unui teritoriu, în urma ridicării nivelului în rîul apropiat prin bararea sa, s-a proiectat un drenaj orizontal, la o distanță de 40 m de la linia apelor medii (fig.14.13). Terenul constînd din nisipuri fine și mijlocii, are coeficient de permeabilitate de $k = 6$ m/zi. Pentru execuția drenului se cere efectuarea unei coborîri a nivelului apei subterane pînă sub fundul tranșeei drenului, care se lucrează în porțiuni de circa 400 m lungime. Cota stratului impermeabil + 55 m; cota apei în rîu + 67 m (la ape medii).

Se preconizează evacuarea apei printr-un rînd de filtre aciculare tip IFU de 6 cm diametru și avînd lungimea filtrului $l_0 = 1$ m, așezate la distanța de 0,75 m între ele și legate prin colectoare de $l_c = 60$ m lungime la o stație de pompare așezată la cota + 68, cu cîte o pompă la capătul fiecărui colector.

Să se calculeze debitul ce trebuie pompat la fiecare pompă, coborîrea apei în fiecare filtru și la marginea tranșeei. Datele necesare calculului sînt :

$$l_c = 60 \text{ m}; \quad 2a = 0,75; \quad n = \frac{60}{0,75} = 80 \text{ buc.}; \quad l_0 = 1 \text{ m};$$

$$d = 0,06 \text{ m}; \quad F = \pi d l_0 = 0,188 \text{ m}^2.$$

cota coborîrii $55 + 6,90 = 61,90$ m;
— pentru $Q = 6$ l/s = 518 m³/zi

$$z_0 = 13,00 - 6,20 + 0,06 \frac{518}{80 \times 0,188 \times 6} + 0,134 \times 4,33 \left(\frac{518}{1000} \right)^2 = 7,30 \text{ m};$$

cota nivelului în puțuri = $55,00 + 7,30 = 62,30$ m;
— pentru $Q = 8$ l/s = 691 m³/zi.

$$z_0 = 13,00 - 6,00 + 0,06 \frac{691}{80 \times 0,188 \times 6} + 0,134 \times 4,33 \left(\frac{691}{1000} \right)^2 = 7,94 \text{ m};$$

cota coborîrii = $55 + 7,94 = 62,94$ m.

În fig.14.14 este dată diagrama $z_0 = f_1(Q)$, z_0 în cote absolute.
Debitul Q pentru diferite coborîri z_0 se calculează după expresia (14.35) în care :

$$H_1 = H_2 = 12 \text{ m}; \quad R_1 = 38,50 \text{ m}; \quad \mu = 0,18; \quad t = 5 \text{ zile.}$$

După formula (14.50) rezultă

$$R_2 = \sqrt{\frac{3 \times 6 \times 12 \times 5}{0,18}} = 77,6 \text{ m.}$$

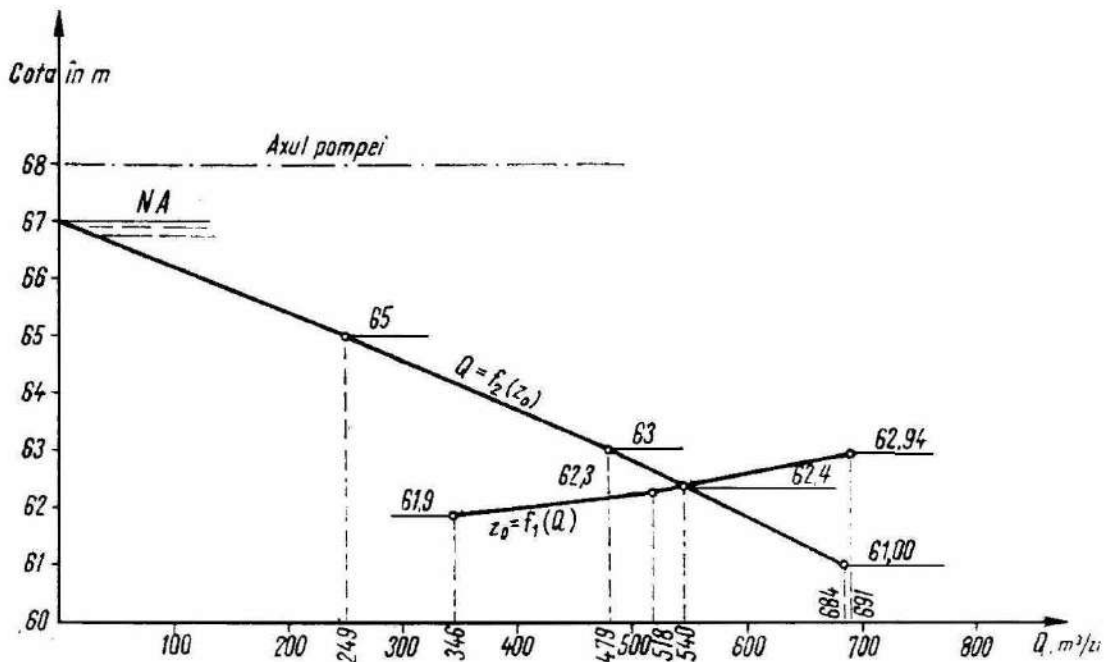


Fig. 14.14

Din relația (14.34,b) pentru $R = R_1$, $\beta_1 = 0,995$ iar pentru $R = R_2$, $\beta_2 = 0,997$.

Pentru $z_0 = 6$ m, la cota $55 + 6 = 61$, se obține din relația (14.34,a)

$$(R = R_1)\alpha_1 = 0,88; \quad \bar{\beta}_1 = \alpha_1 \beta_1 = 0,88 \times 0,995 = 0,875;$$

$$(R = R_2)\alpha_2 = 0,94; \quad \bar{\beta}_2 = \alpha_2 \beta_2 = 0,94 \times 0,997 = 0,936.$$

Debitul este:

$$Q = \frac{6 \times 60}{2} \left(\frac{12^2 - 6^2}{38,5} + \frac{12^2 - 6^2}{77,5} \right) \frac{2 \times 0,875 \times 0,936}{0,875 + 0,936} = 684 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Analog rezultă pentru $z_0 = 8$ m, cota $55 + 8 = 63$ m :

$$Q = 479 \text{ m}^3/\text{zi};$$

pentru $z_0 = 10$ m, cota $55 + 10 = 65$ m :

$$Q = 249 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

În fig.14.14 este reprezentată și diagrama $Q = f_2(z_0)$.
Din punctul de intersecție al celor două curbe $z_0 = f_1(Q)$ și $Q = f_2(z_0)$; se obține $z_0 = 7,4$ m (corespunzând cotei 62,40) și $Q = 540 \text{ m}^3/\text{s}$.

Pentru $R_2 = 77,6$ m se determină după formula (14.36,a) înălțimea z_2 la distanța $x = 2,40$ m (marginea stângă a tranșeei).

În acest scop se calculează coeficienții α , β , $\bar{\beta}$:

$$\alpha_2 = \frac{1}{1 + 1,47 \frac{7,4}{77,6} \lg \frac{1}{\sin \frac{\pi \times 1}{2 \times 7,4}}} = 0,914; \quad \beta_2 = 0,997;$$

$$\bar{\beta}_2 = 0,914 \times 0,997 = 0,91.$$

De unde

$$z_2 = \sqrt{\left(12^2 - \frac{12^2 - 7,40^2}{77,6} - \frac{2 \times 540}{6 \times 60} \times \frac{1 - 0,91}{2 \times 0,91} \right) (77,6 - 2,4)}$$

$z_2 = 8,30$ m corespunzător cotei 63,30 m.

Fundul tranșeei fiind la cota 64,20 m, coborîrea este satisfăcătoare.

Exemplul 14.8. Într-un strat acvifer de 15 m grosime avînd un coeficient de permeabilitate $k = 25$ m/zi se execută o tranșee avînd fundul la cota — 4,5 și de 4,5 m lățime. Nivelul apei se găsește la — 2,5 m. Se cere să se proiecteze elementele coborîrii nivelului apei (fig.14.15).

Rezolvare. Se aleg două șiruri de filtre aciculare de tip IFU așezate de-a lungul tranșeei; $l_0 = 1$ m; $d = 0,06$ m; $F = 0,188$ m²;

$$l_c = 75 \text{ m}; 2a = 1,50 \text{ m}; n = \frac{75}{1,5} = 50 \text{ buc.}; \text{pompa tip LIU 3}; \xi = 0,06.$$

Pentru obținerea curbei $z_0 = f_1(Q)$ se iau debitele $Q = 3$ l/s = 259 m³/zi;

$$Q = 7 \text{ l/s} = 605 \text{ m}^3/\text{zi}; Q = 9 \text{ l/s} = 777 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Din formula (14.31) rezultă:

$$\zeta = 3\,827 \frac{0,75^2}{75^2} + 75 \left(0,0104 + \frac{0,0014}{0,75} \right) + 3,336 = 4,64 \text{ m}.$$

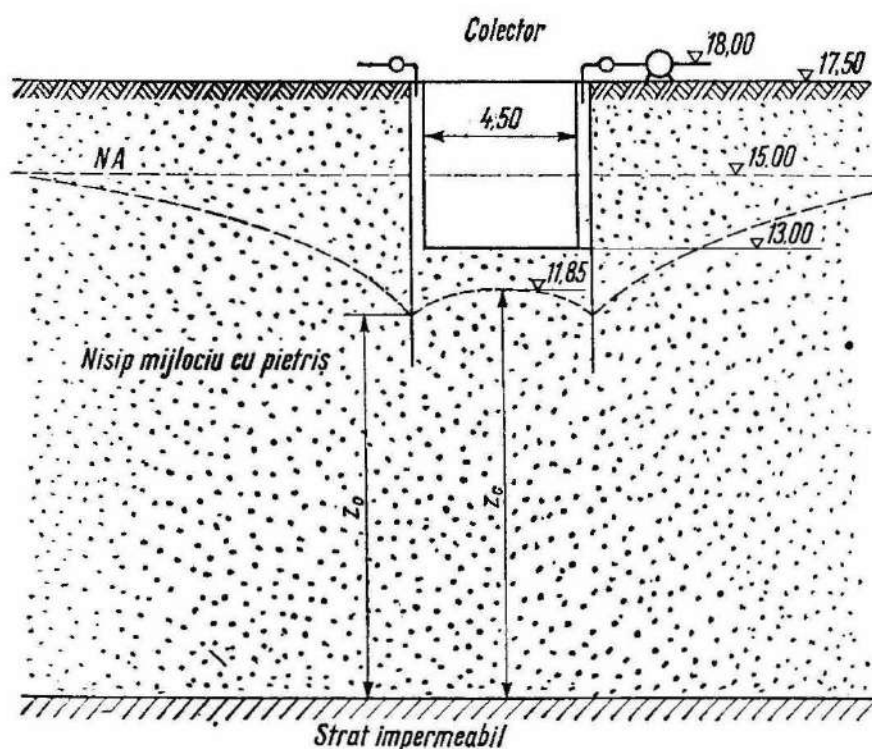


Fig. 14.15

Pentru $Q = 259 \text{ m}^3/\text{s}$ (înălțime de aspirație 7 m) (formula 14.29)

$$z_0 = (18 - 7,00) + 0,06 \frac{259}{50 \times 0,188 \times 25} + 0,134 \times 4,64 \left(\frac{259}{1000} \right)^2 = 11,11 \text{ m.}$$

În mod analog se obține:

— pentru $Q = 605 \text{ m}^3/\text{zi}$, $z_0 = 11,38 \text{ m}$;

— pentru $Q = 777 \text{ m}^3/\text{zi}$, $z_0 = 11,59 \text{ m}$.

Pentru trasarea curbei $Q = f_2(z_0)$, se iau pentru z_0 valorile $z_0 = 10 \text{ m}$; 11 m ; 13 m ; se adoptă $t = 2$ zile și $\mu = 0,20$.

Din relația (14.50) rezultă:

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \times 25 \times 2 \times 15,00}{0,20}} = 106,20 \text{ m.}$$

Folosind relația (14.34, b) se obține:

$$\beta = \frac{1}{1 + 1,47 \frac{0,75}{106,20} \lg \frac{0,75}{3,14 \times 0,06}} = 0,999 \approx 1;$$

pentru $z_0 = 10 \text{ m}$ și $R = 106,20$ după relația (14.34, a) $\alpha = 0,9$

$$\bar{\beta} = 0,9 \times 0,999 = 0,9.$$

Debitul se calculează cu relația (14.37):

$$Q = 25 \times 75 \frac{15^2 - 10^2}{2 \times 106,20} \cdot \frac{2 \times 0,09}{1 + 0,9} = 1046 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

În mod analog se obține:

pentru $z_0 = 11 \text{ m}$, $Q = 862 \text{ m}^3/\text{zi}$;

pentru $z_0 = 13 \text{ m}$, $Q = 456 \text{ m}^3/\text{zi}$.

În fig.14.16 sînt prezentate curbele

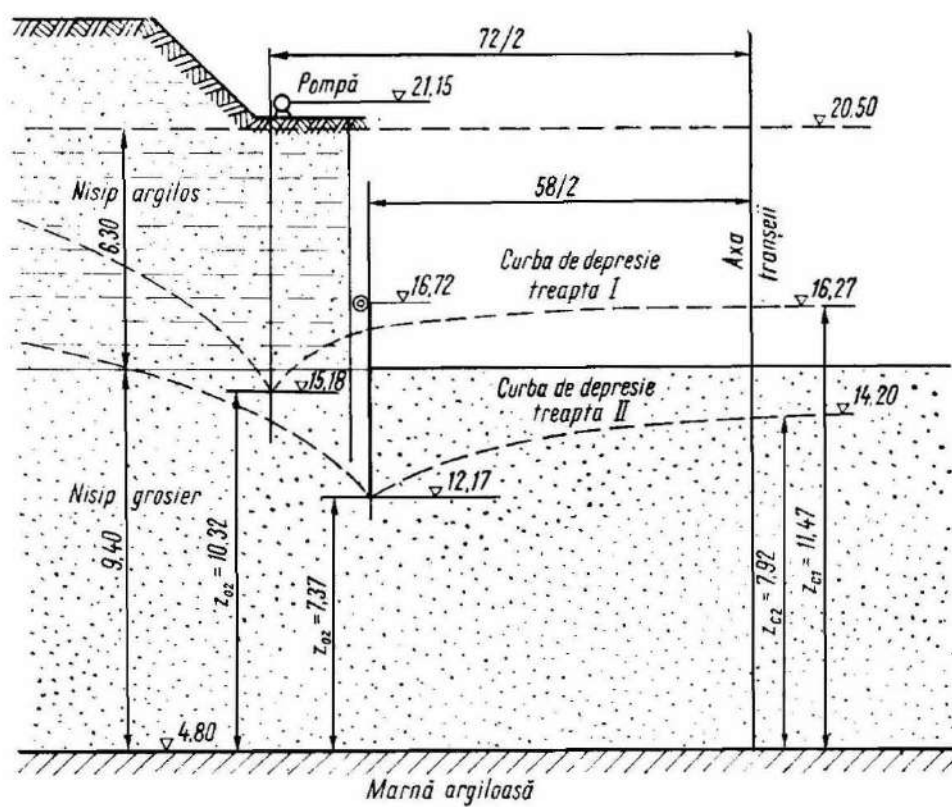
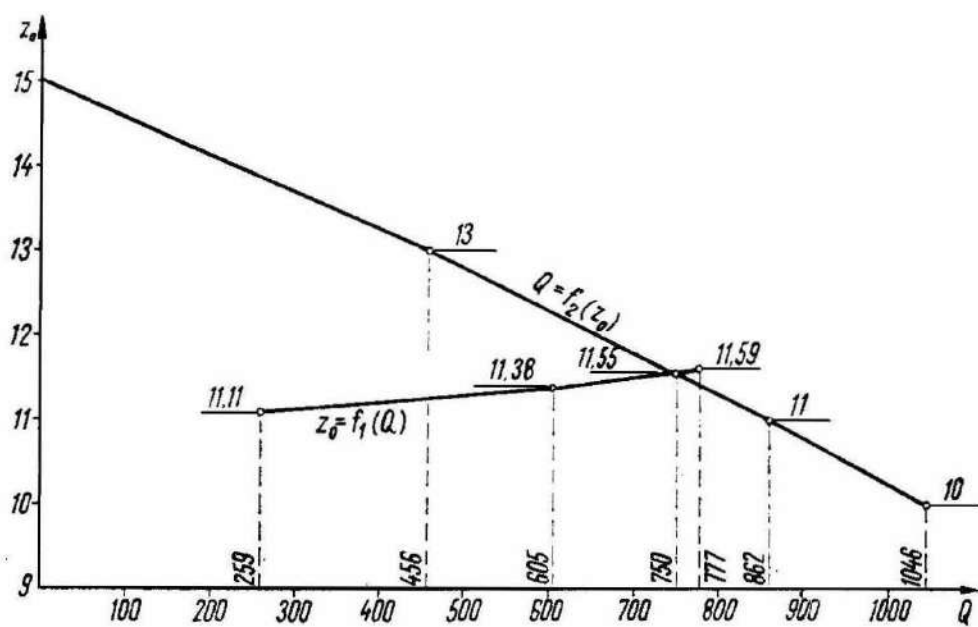
$$z_0 = f_1(Q) \text{ și } Q = f_2(z_0).$$

La intersecție rezultă:

$$z_0 = 11,55 \text{ m}; \quad Q = 750 \text{ m}^3/\text{zi} = 8,7 \text{ l/s.}$$

Coborîrea nivelului apei în axa tranșeei după formula (14.38, a):

$$z = \sqrt[3]{15^2 - \frac{2 \times 750 \times 106,20}{25 \times 75}} = 11,85 \text{ m.}$$



Se realizează o coborîre a nivelului pînzei de $15 - 11,85 = 3,15$ m iar fundul tranșeei se găsește cu 1,15 m deasupra nivelului coborît.

Debitul pompei este corespunzător cantității calculate de 8,7 l/s.

Exemplul 14.9. Incinta unei fundații de formă dreptunghiulară de 87×72 m, are adîncimea la 6,30 sub nivelul apei subterane. Profilul geologic este arătat în fig.14.17. Să se proiecteze coborîrea nivelului apei cu filtre aciculare.

Se alege o instalație de 335 filtre aciculare tip PVU-1 legate la două stații de pompare ($n_0 = 2$). Înălțimea de aspirație fiind la aceste pompe de circa 7 m, coborîrea se face în două trepte. Primul strat acvifer are un coeficient de permeabilitate $k_1 = 0,34$ m / zi iar al doilea strat $k_2 = 17,60$ m/zi. Calculele de coborîre pentru prima treaptă se vor face după formule de mișcare sub presiune, iar cele pentru a doua treaptă după formulele cu nivel liber.

Rezolvare. a) Calculul coborîrii primei trepte se face astfel: cota axei pompei este 21,15 m; cota apei subterane este 20,50; cota stratului impermeabil este 4,80 m.

$$n = \frac{335}{2} = 167 \text{ buc}; \quad 2a = \frac{2(87 + 72)}{335} = 0,95 \text{ m};$$

$$l_0 = 0,80 \text{ m}; \quad F = 0,06 \times \pi \times 0,80 = 0,15 \text{ m}^2.$$

$$H = 20,50 - 4,80 = 15,70 \text{ m}; \quad k_2 = 17,6 \text{ m/zi}; \quad h = 21,15 - 4,80 = 16,35 \text{ m};$$

$$h_{asp} = 7,05 \text{ m (din caracteristicile pompei);}$$

$$l_c = \frac{1}{2} (98 + 72) = 79,5 \text{ m};$$

pentru instalația IFU și pompa PVU-1 se ia coeficientul $\xi = 0,05$ m, iar din formula (14.30) rezultă $\zeta = 0,631$.

Se construiește diagrama (fig.14.18,a) $z_0 = f_1(Q)$ pentru:

$$Q = 20 \text{ l/s} = 1\,728 \text{ m}^3/\text{zi};$$

$$Q = 30 \text{ l/s} = 2\,592 \text{ m}^3/\text{zi};$$

$$Q = 40 \text{ l/s} = 3\,456 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Cu relația (14.29) se obține:

$$z_0 = 16,35 - 7,05 + 0,05 \frac{1\,728}{167 \times 0,15 \times 17,6} + 0,134 \times 0,631 \left(\frac{1\,728}{1\,000} \right)^2 = 9,75 \text{ m};$$

cota corespunzătoare: $4,80 + 9,75 = + 14,55$ m.

$$z_0 = 16,35 - 7,05 + 0,05 \frac{2\,592}{167 \times 0,15 \times 17,6} + 0,134 \times 0,631 \left(\frac{2\,592}{1\,000} \right)^2 = \\ = 10,16 \text{ m};$$

cota corespunzătoare; $4,80 + 10,16 = + 14,96$ m.

$$z_0 = 16,35 - 7,05 + 0,05 \frac{3\,456}{167 \times 0,15 \times 17,6} + 0,134 \times 0,631 \left(\frac{3\,456}{1\,000} \right)^2 = \\ = 10,7 \text{ m};$$

cota corespunzătoare : $4,80 + 10,70 = + 15,5$ m.

Pentru construcția curbei $Q = f_2(z_0)$ se folosește expresia (14.48) luînd $z_0 = 10$ m (cota 14,80).

Din formula (14.39,b) se obține

$$X_0 = \frac{2 \times (72 + 87)}{2 \times 3,14} = 50,6 \text{ m.}$$

Folosind formula (14.51) pentru $\mu = 0,2$, $t = 2$ zile; $H = 15,7$ m se obține

$$R = 2 \sqrt{\frac{17,6 \times 15,7 \times 2}{0,2}} \approx 107 \text{ m.}$$

Folosind relațiile (14.43), (14.43,a) și (14.43,b) și calculînd R_1 cu (14.39,a), se obține (luînd $M = 9,7$ m; $2a = 0,95$; $n_0 = 2$) :

$$R_1 = 50,6 \lg \frac{107}{50,6} = 38,00.$$

$$\alpha_1 = 0,750; \quad \beta_1 = 0,992; \quad \beta_1 = \alpha_1 \quad \beta_1 = 0,750 \times 0,992 = 0,744.$$

Debitul se calculează cu relația (14.48) :

$$Q = \frac{2,73 \times 9,70 \times 17,60 (15,70 - 10,00)}{2 \lg \frac{107}{50,6}} \times \frac{2 \times 0,744}{1 + 0,744} = 3\,480 \text{ m}^3/\text{zi.}$$

În cazul curgerii sub presiune, variația $Q = f_2(z_0)$ este reprezentată printr-o dreaptă care trece și prin punctul de cotă 20,50 unde $Q = 0$ (fig. 14.18,a).

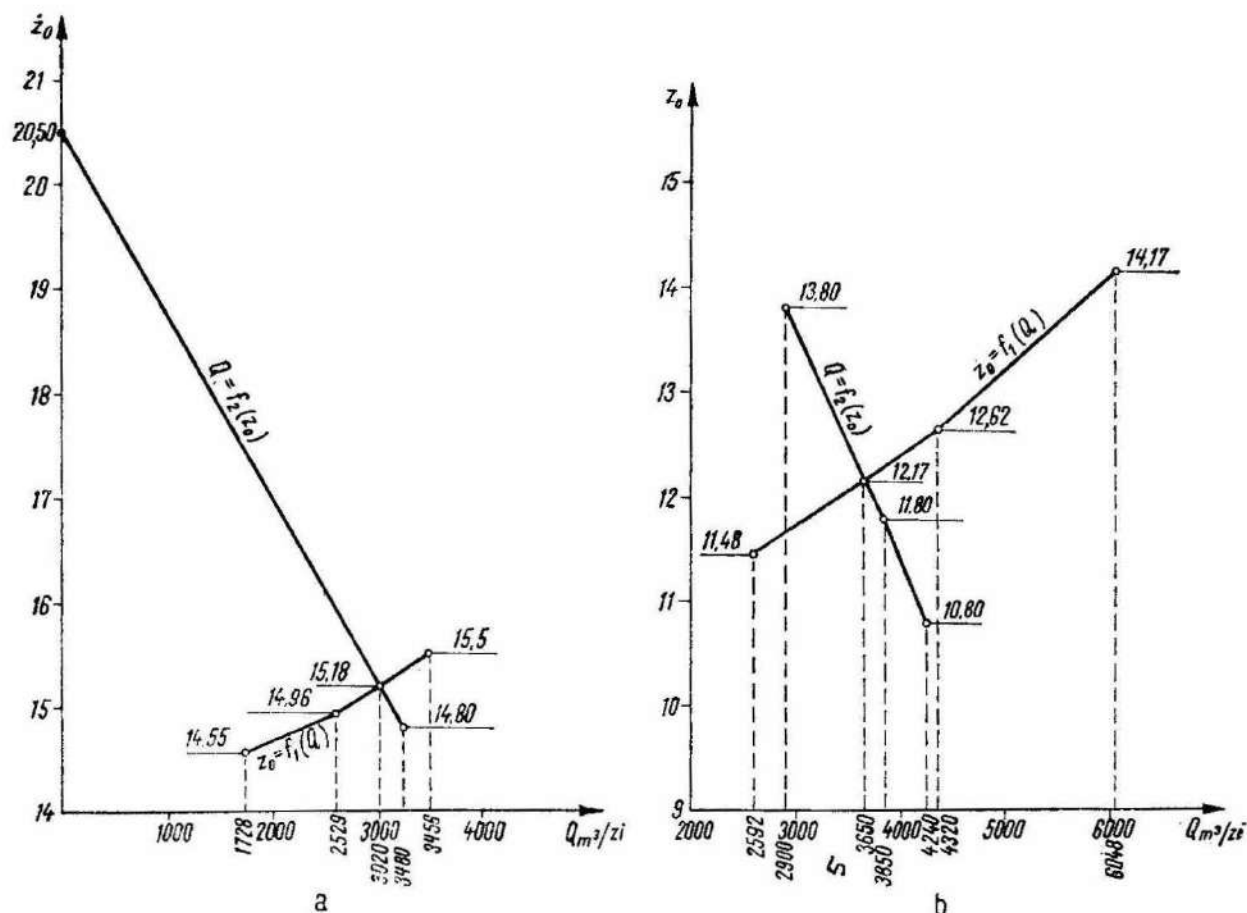


Fig. 14.18

În punctul de intersecție al celor două drepte rezultă o coborîre la cota 15,18 m deci un z_0 de $15,18 - 4,80 = 10,32$ m cu un debit [de $3\,020$ m³/zi. z_c în centrul incintei după relația (14.49) este :

$$z_c = 15,70 - \frac{3\,020 \times 3 \lg \frac{107}{50,6}}{2,73 \times 17,6 \times 9,7} = 11,47 \text{ m.}$$

După cum se vede, prin prima treaptă se reușește numai o coborîre pînă la cota $4,8 + 11,47 = 16,27$ deci cu $2,07$ m deasupra săpăturii.

Pentru lucrările de coborîre a nivelului apei în a doua treaptă se iau următoarele elemente de bază : perimetrul conturului de puțuri 58×66 m, cota apei subterane $19,50$ m; cota axei pompei $16,72$ m (se folosește o singură pompă tip PVU, $n_0 = 1$) :

$$h_{as,2} = 6,14 \text{ m; } H = 14,70 \text{ m; } h = 11,92; M = 9,70; k = 17,6 \text{ m/zi.}$$

Se folosesc 172 filtre la distanța $2a = \frac{2(58 + 66)}{172} = 1,44$ m:

$l_s = (58 + 66) = 124$ m; rezultă coeficientul $\zeta = 0,716$; $\xi = 0,075$ m; suprafața utilă $F = 0,15$ m².

Din relația (14.29) se determină $z_0 = f_1(Q)$. Pentru:

$$Q = 30 \text{ l/s} = 2\,592 \text{ m}^3/\text{zi}; \quad z_0 = 6,68 \text{ (cota } 11,48 \text{ m)};$$

$$Q = 50 \text{ l/s} = 4\,320 \text{ m}^3/\text{zi}; \quad z_0 = 7,82 \text{ (cota } 12,62 \text{ m)};$$

$$Q = 70 \text{ l/s} = 6\,048 \text{ m}^3/\text{zi}; \quad z_0 = 9,37 \text{ (cota } 14,17 \text{ m)}.$$

Pentru a obține curba $Q = f_2(z_0)$ se determină cu relația (14.39, b):

$$X_0 = \frac{58 + 66}{\pi} = 39,5 \text{ m.}$$

Se presupune că incinta se află în apropierea unui râu la distanța $L_0 = 140$ m de centrul incintei. În acest caz (formula 14.51):

$$R = 140 + \sqrt{140^2 - 39,5^2} = 274 \text{ m.}$$

$$R_1 = 2,3 \times 39,50 \lg \frac{274}{39,5} = 76,5 \text{ m};$$

pentru $R_1 = 76,5$ m și $2a = 1,44$ m; $\beta_1 = 0,99$.

Se determină Q pentru:

$$z_0 = 6 \text{ m (cota } 10,80); \quad \alpha_1 = 0,93; \quad \bar{\beta}_1 = \alpha_1 \beta_1 = 0,93 \times 0,99 = 0,92.$$

Fiind vorba de o curgere care parțial este sub presiune, **parțial cu nivel liber**, calculul debitului în funcție de z_0 se face după **expresia modificată**

$$Q \sim \frac{\pi k(2MH - M^2 - z_0^2)}{n_0 \lg \frac{R}{X_0}} \times \frac{2\bar{\beta}_1}{1 + \bar{\beta}_1}$$

$$Q = \frac{3,14 \times 17,6 (2 \times 9,70 \times 14,70 - 9,70^2 - 6,00^2)}{2,3 \times \lg \frac{274}{39,5}} \times \frac{2 \times 0,92}{1 + 0,92} = 4\,240 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

Analog pentru $z_0 = 7$ m (cota 11,80); $Q = 3\,850$ m³/zi;

$$z_0 = 9 \text{ m (cota } 13,80); \quad Q = 2\,900 \text{ m}^3/\text{zi}.$$

În fig.14.18, b sînt reprezentate curbele $z_0 = f_1(Q)$ și $Q = f_2(z_0)$.
Punctul de intersecție al celor două curbe dă

$$z_0 = 12,15 - 4,80 = 7,35 \text{ m};$$

$$Q = 3\,650 \text{ m}^3/\text{zi}$$

Coborîrea nivelului apei în centru se obține modificînd relația (14.40) ca mai înainte :

$$z_c = \sqrt{2MH - M^2 - \frac{Qn_0 \lg \frac{R}{X_0}}{1,36 k}}$$

$$z_c = \sqrt{2 \times 9,70 \times 14,70 - 9,70^2 - \frac{3\,650 \lg \frac{274}{39,5}}{1,36 \times 17,6}} = 7,92 \text{ m.}$$

Se obține astfel cota coborîrii nivelului apei $4,80 + 7,92 = 12,72$ deci cu circa 1,50 m sub nivelul fundului.

15

ZIDURI DE SPRIJIN

Zidurile de sprijin sînt acele construcții de zidărie de piatră (cu sau fără mortar), beton sau beton armat, menite să asigure stabilitatea unui mal vertical sau înclinat cu un unghi mai mare decît unghiul de taluz natural care limitează trecerea între două platforme situate la diferite cote de nivel. Astfel de construcții se întîlnesc la debleele și rambleele căilor de comunicații, la cheiurile porturilor fluviale și maritime, la culee de poduri, la zidurile marginale ale construcțiilor subterane etc.

Principalele solicitări sînt: încărcările verticale datorite greutății proprii a zidului și masivului de pămînt care se găsește deasupra acestuia, presiunea pămîntului și a apei care se exercită pe suprafața din spatele zidurilor. Aceste solicitări trebuie transmise prin intermediul zidului la terenul de fundație, astfel ca deformațiile produse prin încărcarea acestuia să rămîină în limitele compatibile cu condițiile de exploatare ale construcției din care zidul de sprijin face parte (bineînțeles că în această condiție este inclusă și stabilitatea masivului de pămînt aflat sub talpa de fundație). În acest capitol sînt tratate numai

zidurile de sprijin care au fundații de mică adâncime (rigide sau tălpi elastice), iar exemplele cu ziduri avînd fundații de adâncime vor fi tratate în cap. 20.

Ținînd seama că în cazul zidurilor de sprijin mărimea componentei orizontale a presiunii pămîntului și a apei este aproximativ de același ordin de mărime cu mărimea forțelor verticale, proiectarea zidurilor de sprijin din punct de vedere al verificării stabilității și rezistenței zidului și a terenului de fundații pune probleme speciale, de rezolvarea cărora depinde realizarea unor construcții economice și cu un grad de siguranță stabilit corespunzător importanței obiectului.

Proiectarea zidurilor de sprijin cuprinde următoarele etape.

a) *Determinarea presiunii pămîntului pe paramentul zidului.* În general, întrucît sînt îndeplinite condițiile ipotezei lui Coulomb (iar în anumite cazuri simplificate cele ale lui Rankine) se pot folosi metodele indicate în exemplele din cap. 8. O atenție deosebită trebuie dată determinării juste a unghiurilor δ (unghiul de frecare între zid și pămînt) și Φ (unghiul de frecare internă) avînd în vedere influența acestor valori asupra condițiilor de stabilitate. De asemenea, trebuie avută în vedere posibilitatea apariției unei presiuni hidrostatice sau hidrodinamice asupra zidului, a subpresiunii și a acțiunii hidrodinamice asupra terenului.

Atunci cînd prin dispozitive constructive posibilitatea de deplasare și rotire a zidului este împiedicată, distribuirea triunghiulară a presiunilor pe paramentul zidului nu mai este valabilă; în acest caz, se iau în considerație cele arătate în cap. 13 și prezentate în exemplul 15.3. Influența asupra repartizării presiunilor pe zid a unor încărcări izolate sau continue aplicate pe suprafața pămîntului se determină după teoria elasticității așa cum se arată în exemplul 15.3.

b) *Determinarea presiunilor pe teren.* Cunoscînd rezultanta R pe suprafața tălpii fundației zidului (cu componentele V și H și excentricitatea e), se calculează presiunile pe teren, repartizate, în cazul unei fundații continue de lățime b , după o lege trapezoidală conform formulei (fig. 15.1):

$$\sigma_{1,2} = \frac{V}{b} \left[1 \pm \frac{6e}{b} \right] \quad (15.1)$$

iar

$$\sigma_m = \frac{V}{b} \leq R^n \quad (15.2)$$

unde R^n este presiunea normată admisă după normele existente în diferite țări pentru terenurile respective.

În ceea ce privește σ_2 trebuie avut în vedere că excentricitatea rezultantei nu trebuie să întreacă pentru încărcări permanente valoarea $\frac{b}{12}$ la culee de poduri de cale ferată și $\frac{b}{7}$ la cele de șosea. Atunci cînd $e > \frac{b}{6}$ presiunea se calculează cu secțiunea redusă.

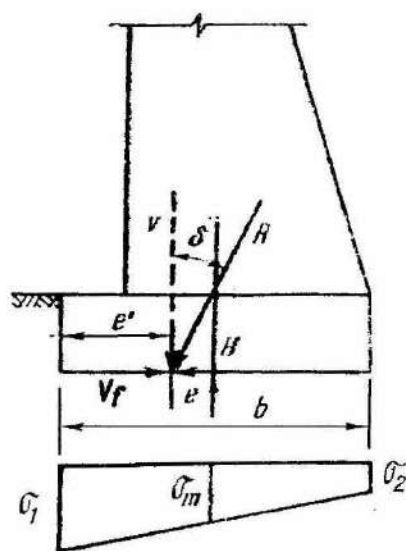


Fig. 15.1

În cazul în care nu se aplică metoda presiunilor admisibile, pentru a aprecia gradul de siguranță, se calculează încărcarea critică R_{cr} pentru fundația respectivă în funcție de valorile b , δ , Φ , c , așa cum s-a arătat în cap. 9. Raportul $\frac{R_{cr}}{R}$ arată gradul de siguranță căutat. Acest lucru este valabil când $e < \frac{b}{5}$.

Totodată, cu metodele arătate în cap. 7 se calculează tasările totale și diferențiale care se produc în urma încărcării terenului. Aceste tasări trebuie să fie compatibile cu condițiile de exploatare a construcției. La calculul tasărilor culeelor de poduri trebuie avut în vedere și încărcarea care se produce prin executarea rambleului în spatele acestor culee.

c) Verificarea la alunecare Componentele V și H ale rezultantei R , trebuie să satisfacă relația:

$$H \leq \frac{1}{n_s} V \cdot f \quad (15.3)$$

Tabela 15.1

Valorile coeficientului n_s

Categoria construcției *)	I	II	III	IV
Încărcări fundamentale	1,30	1,20	1,15	1,10
Încărcări extraordinare	1,10	1,10	1,05	1,05

*) Categoriile sînt date conform STAS 4273-61.

Tabela 15.2

Valorile coeficientului de frecare f

Argile și șisturi argiloase plastice	Argile și șisturi argiloase tari	Argile nisipoase, nisipuri argiloase	Nisipuri	Pietrișuri și bolovă- nișuri	Stîncă compactă
0,25	0,30	0,30	0,40	0,50	0,60

în care n_s variază după importanța construcției potrivit valorilor din tabela 15.1, iar f după tabela 15.2.

În cazul cînd relația (15.3) nu poate fi îndeplinită decît prin mărirea componente V , ceea ce ar duce la majorarea greutateii zidului, se poate obține o mărire a coeficientului n_s prin înclinarea tălpii cu unghiul α față de orizontală (fig. 15.2)

$$n_s = \frac{f(V \cos \alpha + H \sin \alpha)}{H \cos \alpha - V \sin \alpha} \quad (15.4)$$

Din motive constructive $\alpha \leq 10^\circ$.

d) *Verificarea la răsturnare față de muchia inferioară extremă a fundației.* Momentul de răsturnare M_r este dat de componentele orizontale ale tuturor solicitărilor dirijate spre platforma inferioară, iar momentul de stabilitate de toate componentele verticale care dau un moment în direcția opusă (fig. 15.3).

Coeficientul de siguranță la răsturnare este dat de relația:

$$n_s = \frac{\sum x_i(G_i + E_{vi})}{\sum y_i(E_{hi} + H)} \geq 1,5. \quad (15.5)$$

Această relație este valabilă numai în cazul unui teren de fundație incompresibil. Pentru terenuri compresibile, stabilitatea la răsturnare trebuie pusă în legătură cu echilibrul limită al pămîntului. Pentru o fundație continuă de lățime b expresia presiunii limită a fost dedusă în cap. 9 ($v_1 = v_2 = v_3 = 1$).

$$p_{cr} = cN_c + \gamma_1 h_f N_q + \gamma N_\gamma b. \quad (15.6)$$

Repartizarea pe talpă a presiunilor în stare limită este deci trapezoidală așa cum arată fig. 15.4. Prin răsturnarea zidului, masivul de pămînt

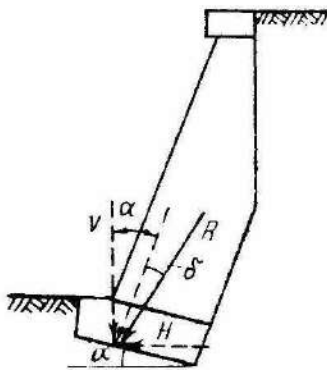


Fig. 15.2

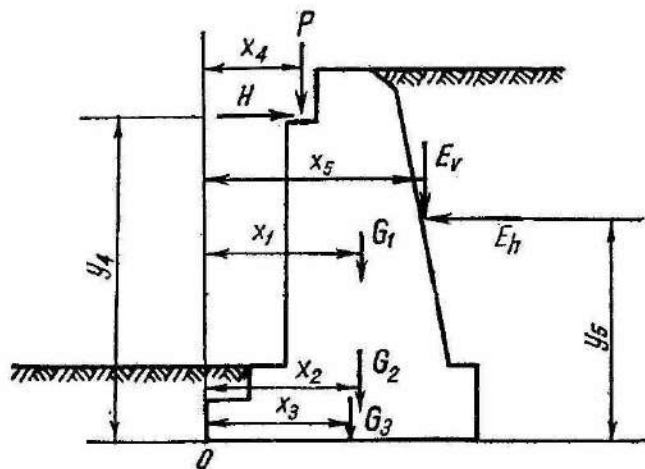


Fig. 15.3

ajunge în stare limită pe o lungime care rezultă din cele două condiții de echilibru :

$$\left. \begin{aligned} R_{ucr} &= (cN_c + \gamma_1 h_f N_q) x + \gamma N_\gamma \frac{x^2}{2} \\ R_{ucr} e' &= (cN_c + \gamma_1 h_f N_q) \frac{x^2}{2} + \frac{1}{6} \gamma N_\gamma x^3 \end{aligned} \right\} \quad (15.7)$$

$$x = \frac{3}{2} \left(e' - \frac{cN_c + \gamma_1 h_f N_q}{\gamma N_\gamma} \right) + \sqrt{\frac{9}{4} \left(e' - \frac{cN_c + \gamma_1 h_f N_q}{\gamma N_\gamma} \right)^2 + 6 \frac{cN_c + h_f N_q e'}{\gamma N_\gamma}} \quad (15.8)$$

unde: N_q , N_γ , N_c rezultă din tabela 9.2, γ_1 reprezintă greutatea volumetrică a pământului aflat deasupra tălpii fundației, γ ceea a pământului aflat dedesubtul ei, iar h_f adâncimea de fundare.

Coeficientul de siguranță la răsturnare este definit prin

$$n_s = \frac{R_{ucr}}{R_v} \quad (15.9)$$

În ceea ce privește formele constructive ale zidurilor de sprijin se disting două grupe mari avînd metode deosebite de proiectare: ziduri de sprijin de greutate și ziduri de sprijin cu consolă.

Prima grupă reduce excentricitatea rezultantei forțelor exterioare la nivelul tălpii fundației, prin mărirea componentei verticale, sporind volumul de beton al zidului. În acest fel însă, rezistența betonului este insuficient folosită, ceea ce duce la soluții neeconomice. Proiectantul are însă posibilitatea ca printr-o alegere judicioasă a conturului și a formei zidului să corecteze aceste neajunsuri și să reducă volumul betonului la un minim strict necesar. Exemplele de calcul 15.1 și 15.2 arată acest lucru. În ceea ce privește prevederea drenului din spatele zidului, acesta are scopul de a evita formarea unei presiuni hidrostatice în spatele zidului. Totuși, în cazul unei umpluturi permeabile care permite un flux de apă mai mare decît capacitatea de drenare a drenului, se poate forma o presiune hidrodinamică în spatele zidului, ceea ce mărește solicitarea la răsturnare așa cum arată fig 15.5 *a* și de care trebuie ținut seama la calculele de stabilitate. De aceea, atunci cînd umplutura în dosul zidului se execută ulterior construcției lui, se recomandă a executa drenuri de forma arătată în fig. 15.5, *b*.

Zidurile de sprijin din grupa a doua preiau presiunea pământului printr-un perete vertical de beton armat care acționează ca o consolă încastrată în placa inferioară așezată pe pămînt. La înălțimi mai mari forma în L devine neeconomică. Peretele vertical se reazemă pe niște contraforți care împreună cu placa inferioară preiau presiunile transmise prin acest perete.

Stabilitatea la alunecare și răsturnare este asigurată prin greutatea masivului de pămînt care este situat deasupra plăcii inferioare. În exemplul

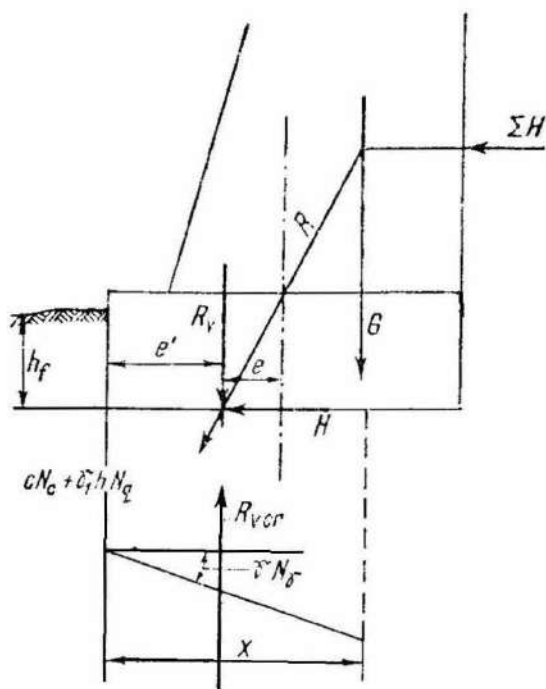


Fig. 15.4

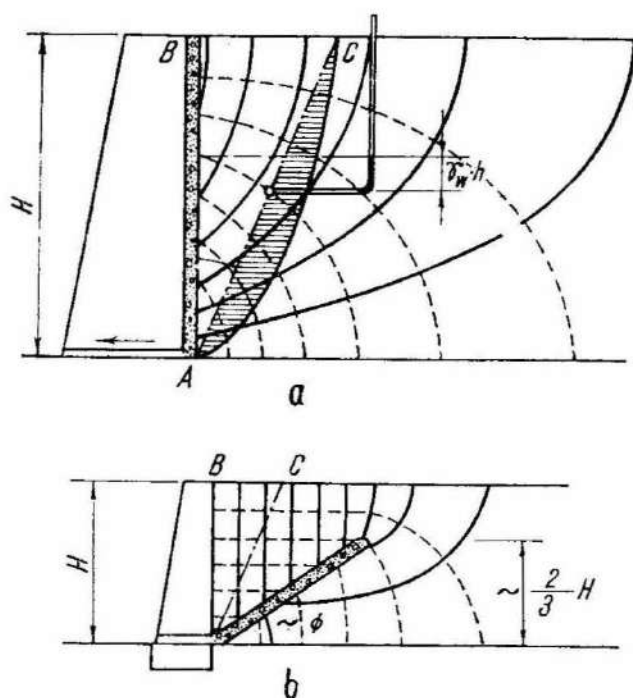


Fig. 15.5

15.5 este arătat modul cum se calculează eforturile transmise de presiunea pământului.

Forme de ziduri care caută să combine principiile de acțiune a celor două tipuri sînt zidurile de greutate cu dispozitive constructive de descărcare, prin care se caută micșorarea presiunilor pămîntului care acționează asupra zidului; aceste tipuri se adoptă mai ales la ziduri cu înălțime mare.

Astfel de măsuri constructive pot fi următoarele:

a) Înlocuirea pământului afânat din dosul zidului cu un material cu granule colțuroase, bine îndesat, care se execută în trepte (în vederea reducerii volumului masivului de piatră spartă) astfel ca suprafața de alunecare să rămână în interiorul acestui masiv.

b) Ziduri masive cu console de beton armat încastrate în dosul zidului. Efectul de descărcare se produce, (după cum se arată în exemplul 15.4), prin micșorarea presiunii pământului pe partea inferioară a zidului, prin luarea în considerare la verificarea la alunecare, a frecării de-a lungul consolei și prin micșorarea momentului de răsturnare în urma acțiunii greutateii masivului de pământ aflat deasupra consolei.

Nu se recomandă folosirea sistemului cu plăci descărcătoare care se sprijină pe pământul din spatele zidului așezat la taluz natural cu toate că în mod aparent s-ar elimina acțiunea presiunii pământului asupra construcției. Se poate observa însă, că la verificarea stabilității, pe secțiunea verticală preluarea componentei orizontale a presiunii pământului nu este asigurată decât de forțele de frecare a plăcilor pe porțiunea unde ele reazemă pe pământul natural. Acest lucru nefiind suficient pentru echilibrarea forțelor orizontale, asupra

peretelui vertical se exercită o presiune orizontală aproape egală cu presiunea care se exercită în cazul cînd pămîntul ar acționa direct pe acest perete.

c) În fig. 15.6 se prezintă secțiunile unui zid de chei din blocuri prefabricate tip Ravier. La verificarea stabilității lui trebuie ținut seama de următoarele: presiunea umpluturii din piatră spartă din spatele zidului se exercită în mod continuu numai pe partea superioară la înălțimea blocului B1. De la această adîncime umplutura este așezată cu taluzul ei natural astfel că presiunea pe frontonul format de nervura blocurilor este mult mai mică decît

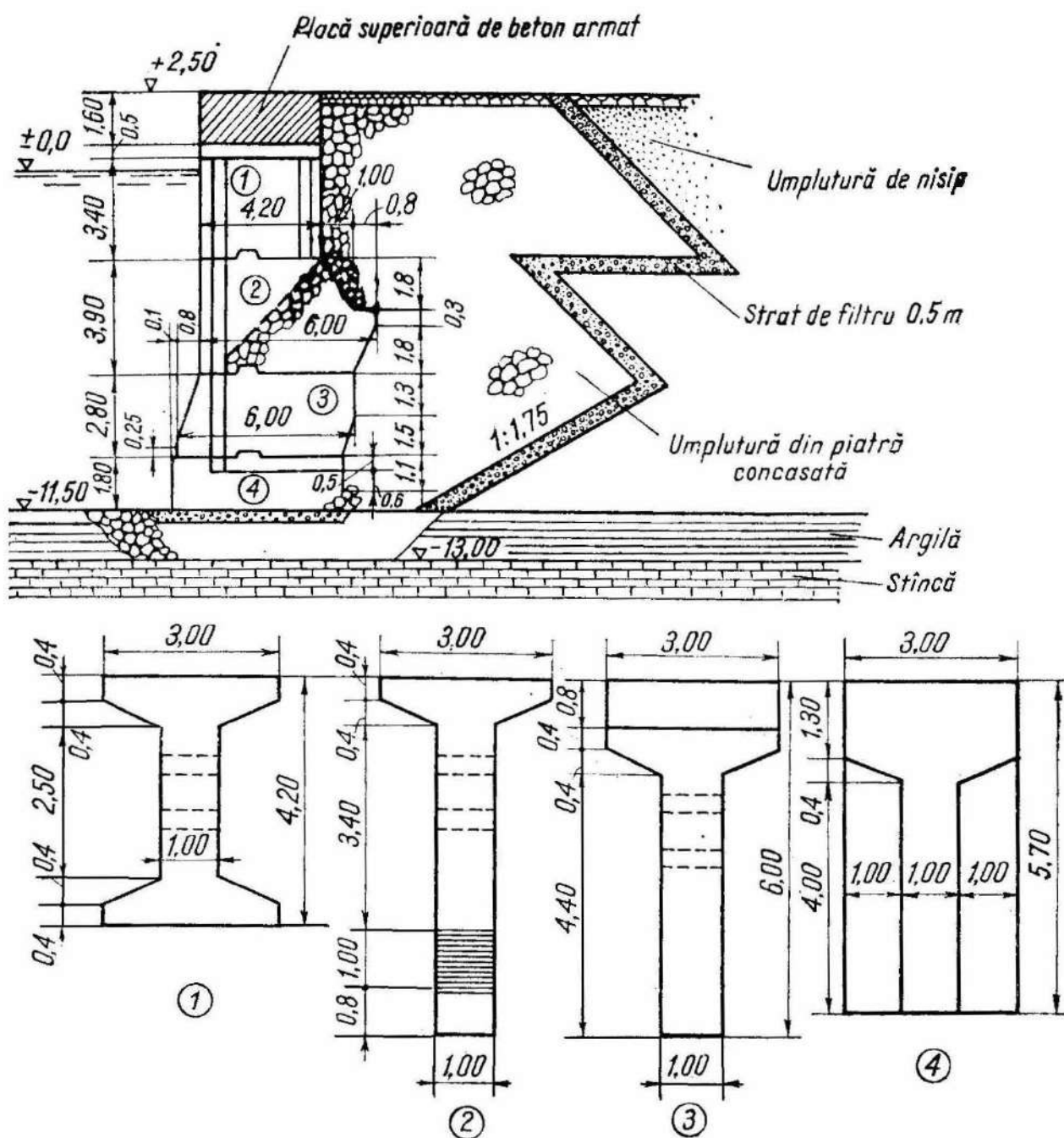


Fig. 15.6

dacă umplutura s-ar așeza direct în spatele zidului frontal. Lățimea nervurii fiind de numai 1 m, se poate considera că presiunea umpluturii pe această porțiune nu se exercită, producându-se o arcuire a umpluturii care transmite presiunea din spatele nervurii pe părțile adiacente. La verificarea stabilității fiecărui bloc trebuie avut în vedere efectul stabilizator al frecării pe pereții laterali ai blocurilor. Bineînțeles nu trebuie omis a verifica stabilitatea masivului în întregime ducând o secțiune verticală în dosul nervurilor. Rezultanta presiunilor pământului pe acest plan este înclinată față de orizontală cu unghiul $\delta = \Phi$ iar greutatea umpluturii care se găsește între zidul frontal și secțiunea verticală se poate considera ca un factor stabilizator.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 15.1. Pentru sprijinirea unui debleu de 5 m înălțime, se cere să se proiecteze un zid de sprijin de greutate, care să îndeplinească condițiile puse de verificările presiunii pe teren, a stabilității la alunecare și răsturnare, cu un volum de beton cât mai redus.

Caracteristicile terenului din spatele zidului sînt date prin $\Phi = 30^\circ$; $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$; $c = 0$; greutatea volumetrică a betonului este $2,20 \text{ t/m}^3$. Coeficientul de frecare între beton și pămînt pe talpa fundației $f = 0,5$. Pentru calcule preliminare se ia un coeficient de siguranță la alunecare și răsturnare $n_s = 1,5$. Presiunea admisibilă pe terenul de fundație este 20 t/m^2 .

Rezolvare. Se va analiza în primul rînd influența înclinării paramen-tului zidului asupra mărimii presiunii active a pămîntului, deducînd volumul de beton minim necesar pentru asigurarea stabilității la alunecare.

Se analizează variantele *a*, *b*, *c*, *d*, *e* din fig. 15.7.

Presiunea pămîntului se ia perpendiculară pe parament în variantele *a*, *d*, *e*, iar în variantele *b* și *c* se admite că acționează după o direcție orizontală.

Valoarea presiunii pămîntului se calculează cu relațiile (8.1) și (8.2).

Componenta orizontală în variantele *d* și *e* este $E_{aH} = E_a \sin \alpha$ iar pentru variantele *a*, *b*, și *c*, $E_{aH} = E_a$.

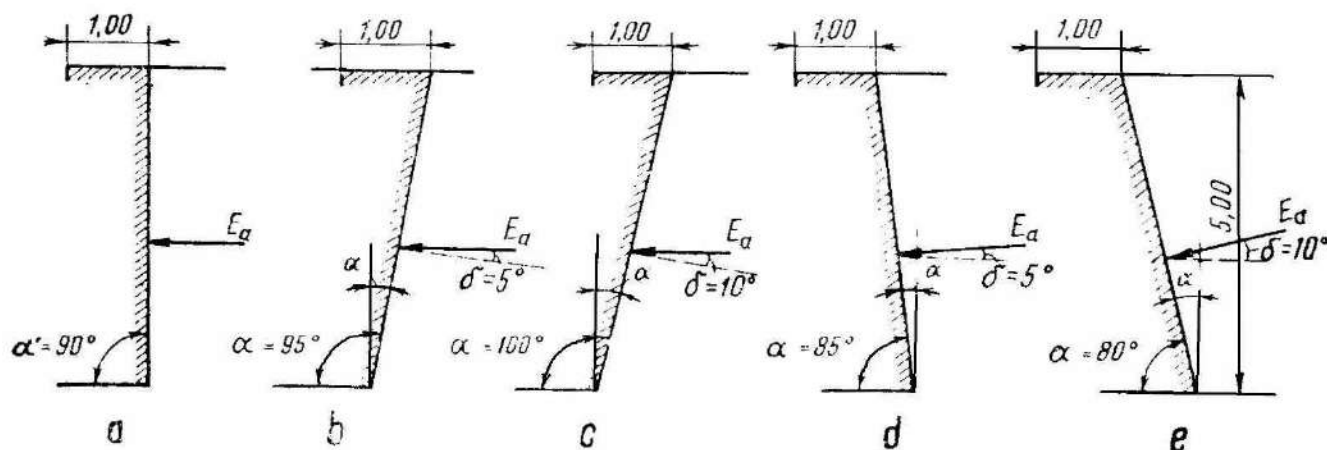


Fig. 15.7

Greutatea necesară pentru asigurarea stabilității la alunecare se obține din relația (15.3):

$$G + E_a \cos \alpha \geq \frac{n_s E_{aH}}{f} \text{ în variantele } d \text{ și } e$$

și din relația

$$G \geq \frac{n_s E_{aH}}{f} \text{ în variantele } a, b \text{ și } c.$$

Luind din motive constructive lățimea coronamentului egală cu 1 m, greutatea zidului se determină din relația

$$G = \frac{b+1}{2} \times 5 \times 2,20, \text{ deci } b = 0,182 G - 1 \text{ (} G \text{ în t, } b \text{ în m).}$$

În tabela 15.3 este prezentată fiecare variantă și calculele care permit determinarea coeficientului de stabilitate la răsturnare în jurul punctului *B* (muchia exterioară). Toate notațiile se pot observa pe fig. 15.8.

Tabela 15.3

Varianta	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
K_a	0,334	0,298	0,262	0,364	0,396
E_a , t	7,5	6,7	5,9	8,2	8,9
E_{aH} , t	7,5	6,7	5,9	8,16	8,77
G_{min} , t	22,5	20,0	17,40	24,4	24,8
b , m	3,10	2,64	2,17	3,45	3,51
e_G , m	1,11	0,78	0,53	1,14	1,57
$G \cdot e_G$, tm	24,98	15,6	9,22	27,8	39,0
$E_a \cdot d \sin \alpha$, tm *)	12,52	11,18	9,84	13,68	14,85
$G + E_a \cos \alpha$, t.	22,5	20,00	17,40	25,11	26,39
e_A , m	1,67	1,35	1,11	1,66	2,05
$e = e_A - \frac{b}{2}$, m	0,12	0,03	0,02	-0,06	0,29
σ_{max} , t/m ²	8,83	8,12	8,42	8,03	11,25
$e_B = b - e_A$, m	1,43	1,29	1,06	1,79	1,46
$G e_B + E_a \cos \alpha e_E$, tm**)	32,18	25,80	18,45	46,02	41,78
n_s la răsturnare	2,57	2,32	1,88	3,36	2,82

*) Întrucît în variantele *d* și *e* $\sin \alpha \sim 1$ nu s-a mai luat în calcul.

**) Valoarea $\cos \alpha$ s-a luat în calcul la variantele *d* și *e*.

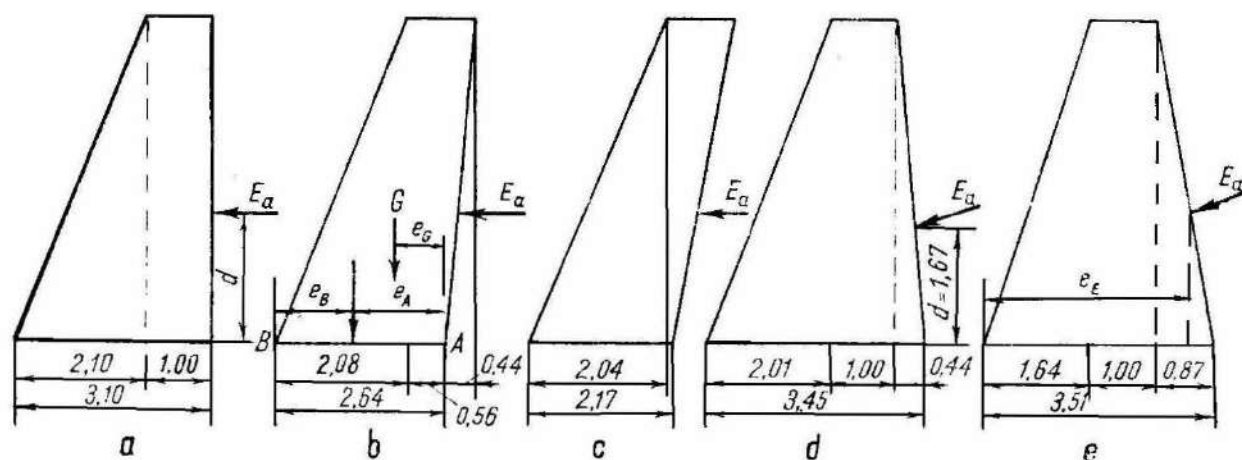


Fig. 158

Cunoscînd E_a , $E_a \cos \alpha$, G și b (calculate conform indicațiilor date înainte) se stabilesc dimensiunile zidului și poziția centrului de greutate e_G . Distanța rezultantei față de muchia interioară, e_A se calculează cu formula

$$e_A = \frac{Ge_G + E_a d}{G + E_a \cos \alpha}$$

ai cărei termeni sînt dați de asemenea în tabelă. Coeficientul de siguranță la răsturnare se calculează cu relația

$$n_s = \frac{Ge_B + E_a \cos \alpha e_E}{E_a \sin \alpha d}$$

unde e_E este distanța componentei verticale $E_a \cos \alpha$ de muchia B .

Din analiza comparativă a elementelor cuprinse în tabelă se fac următoarele constatări:

— excentricitățile sînt mici, situîndu-se în treimea centrală a tălpii zidului;

— dimensionarea zidurilor de sprijin este dictată în general de criteriul de stabilitate la alunecare, celelalte criterii precum: nedepășirea presiunii maxime pe teren și asigurarea stabilității la răsturnare fiind satisfăcute cu valori acoperitoare;

— înclinarea paramentului are o influență importantă asupra volumului de beton al zidului, care poate avea o variație cuprinsă între -23% și $+10\%$ în raport cu schema avînd paramentul vertical;

— stabilitatea zidurilor de sprijin de greutate la care rezultanta se găsește în treimea centrală a bazei zidului este în general asigurată.

Pentru a obține ziduri de sprijin economice, trebuie urmărită mărirea stabilității la alunecare; acest lucru se poate realiza prin înclinarea tălpii de fundație. În cele ce urmează, s-a ales o secțiune de zid cu talpa de fundație înclinată cu 10° față de orizontală, înclinarea paramentului și forța E fiind

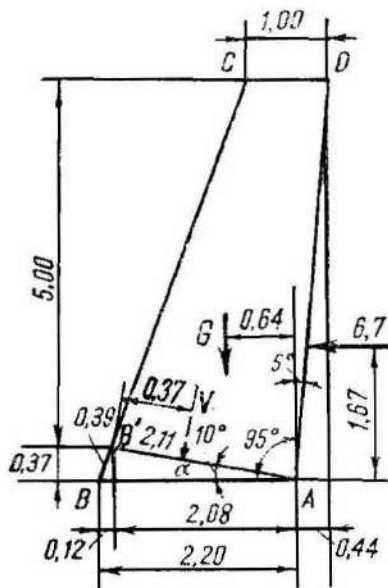


Fig. 15.9

aceleași ca în varianta *b* (v. fig. 15.8) studiată anterior; lățimea bazei a fost redusă la 2,20 m (fig. 15.9).

Secțiunea zidului este

$$A = \frac{1 + 2,20}{2} \times 5 - \frac{1}{2} 2,11 \times 2,20 \sin 10^\circ = 7,60 \text{ m}^2/\text{m}.$$

Greutatea zidului

$$G = 7,60 \times 2,20 = 16,72 \text{ t/m}.$$

Poziția centrului de greutate a zidului, calculată prin descompunerea în suprafețe elementare, este $e_G = 0,64$ m. Coeficientul de siguranță la alunecare în cazul unei suprafețe de contact orizontale $n_s = \frac{0,50 \times 16,72}{6,7} = 1,25$; dacă talpa are o înclinare de 10° solicitările devin

$$G \cos 10^\circ = 16,72 \times 0,985 = 16,47 \text{ t}$$

$$G \sin 10^\circ = 16,72 \times 0,174 = 2,91 \text{ t}$$

$$E_a \cos 10^\circ = 6,7 \times 0,985 = 6,60 \text{ t}$$

$$E_a \sin 10^\circ = 6,7 \times 0,174 = 1,17 \text{ t}$$

Coeficientul de stabilitate la alunecare este (relația 15.4):

$$n_s = \frac{0,5 (16,47 + 1,17)}{6,6 - 2,91} = 2,38 > 1,3.$$

Stabilitatea la răsturnare a zidului, în raport cu punctul B' :

$$M_s = 16,72 \times (2,08 - 0,64) = 24,08 \text{ tm/m};$$

$$M_r = 6,7 \times (1,67 - 0,37) = 8,71 \text{ tm/m};$$

$$n'_s = \frac{24,08}{8,71} = 2,86 > 1,5.$$

Verificarea presiunilor pe teren:

Componenta normală pe terenul de fundație este

$$V = 16,47 + 1,17 = 17,64 \text{ t};$$

$$e'_B = \frac{24,08 - 8,71}{17,64} = \frac{15,37}{17,64} = 0,87 \text{ m}.$$

Excentricitatea rezultantei tuturor forțelor este

$$\frac{2,11}{2} - 0,87 = 0,19 \text{ m} < \frac{2,11}{6} = 0,35 \text{ m}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{17,64}{2,11 \times 1} \left(1 + \frac{6 \times 0,19}{2,11} \right) = 8,36 (1 + 0,54) = 12,9 \text{ t/m}^2 < 20 \text{ t/m}^2.$$

După cum rezultă din acest exemplu, există în continuare posibilitatea de îmbunătățire a secțiunii zidului, prin reducerea greutateii sale, în limitele pe care le mai permit stabilitatea la alunecare și presiunile admisibile pe terenul de fundație.

Exemplul 15.2. Să se proiecteze o culee de pod din beton ținând seama de următoarele date (fig. 15.10):

- secțiunea transversală: lățimea elevației 7,50 m; lățimea fundației 7,70 m, grosimea zidurilor întoarse 0,40 m;
- deschiderea podului: $L = 22 \text{ m}$;
- greutatea tablierului: $g = 10 \text{ t/m}$;
- încărcarea utilă $q = 4,84 \text{ t/m}$;
- forța de frînare: $E_f = 13 \text{ t}$;
- forța de frecare la reazeme: $F_{fr} = 32 \text{ t}$.

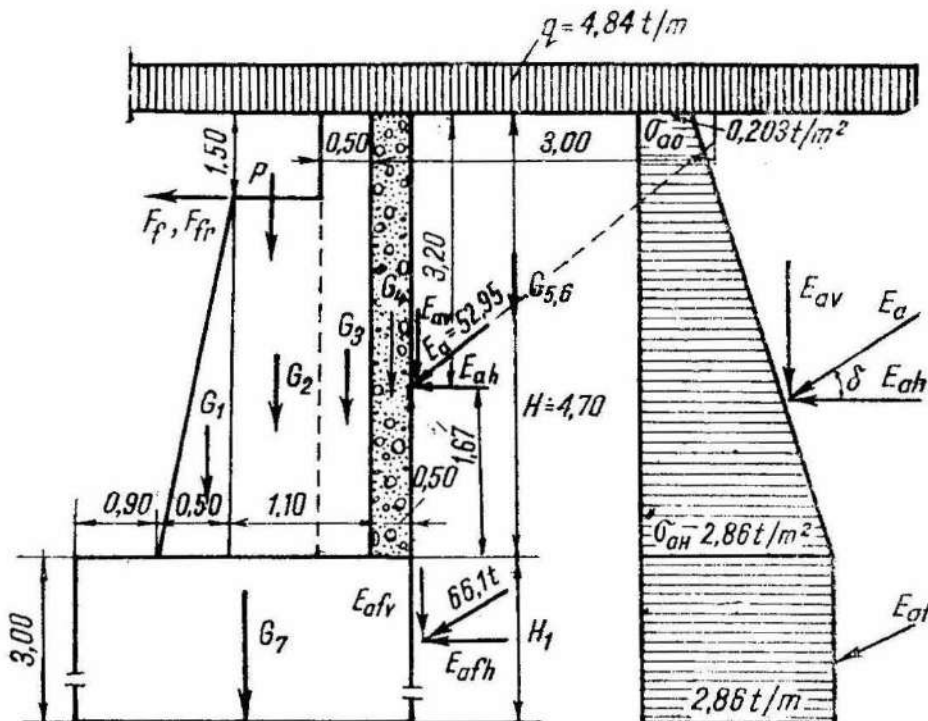


Fig. 15.10

Pământul este caracterizat prin : $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$; $\sigma_a = 4 \text{ kg/cm}^2$; $\Phi = 30^\circ$; $c = 0$; $\delta = 10^\circ$. Alte date necesare sînt: $\gamma_b = 2,2 \text{ t/m}^3$; $\gamma_{dren} = 2 \text{ t/m}^3$; $f = 0,60$; $\alpha = 90^\circ$.

Rezolvare. Calculul împingerii pământului pe elevația culeei:

Încărcarea utilă fiind $4,84 \text{ t/m}$, pe un metru lățime de culee revine o supra-sarcină

$$q' = \frac{4,84}{7,5} = 0,65 \text{ t/m}^2.$$

Din tabela 8.1 pentru $\Phi = 30^\circ$, $\delta = 10^\circ$, $\alpha = 90^\circ$ rezultă

$$K_a = 0,309.$$

$$H_e = \frac{0,65}{1,80} = 0,36 \text{ m}.$$

$$E_a = \frac{1}{2} \times 1,8 \times 4,70^2 \times 0,309 \left(1 + \frac{2 \times 0,36}{4,7} \right) = 7,06 \text{ t/m};$$

$$\sigma_{a0} = \frac{\sin \alpha}{\cos \delta} \gamma H_e K_a = \frac{1,8 \times 0,36 \times 0,309}{0,985} = 0,203 \text{ t/m}^2;$$

$$\sigma_{aH} = \frac{\sin \alpha}{\cos \delta} \gamma (H_e + H) K_a = \frac{1,8 \times 5,06 \times 0,309}{0,985} = 2,86 \text{ t/m}^2;$$

$$z = \frac{H}{3} \frac{2\sigma_{a0} + \sigma_{aH}}{\sigma_{a0} + \sigma_{aH}} = \frac{4,70}{3} \times \frac{2 \times 0,203 + 2,860}{0,203 + 2,860} = 1,67 \text{ m}.$$

Valoarea împingerii totale a pământului pentru elevația întregii culee

$$E_a = 7,06 \times 7,50 = 52,95 \text{ t}.$$

Componentele verticale și orizontale sînt:

$$E_{av} = E_a \sin \delta = 52,95 \times 0,174 = 9,2 \text{ t};$$

$$E_{ab} = E_a \cos \delta = 52,95 \times 0,985 = 52,2 \text{ t}.$$

Conform prescripțiilor pentru calculul infrastructurilor de poduri, diagrama presiunilor pe înălțimea fundației culeei se menține constantă și egală cu σ_{aH} .

Valoarea împingerii pământului pe fundația culeei, necesară pentru verificarea stabilității culeei la nivelul tălpii de fundație, este

$$E_{af} = 3 \times 2,86 \times 7,7 = 66,1 \text{ t};$$

$$E_{afb} = 66,1 \times 0,985 = 65,1 \text{ t};$$

$$E_{afv} = 66,1 \times 0,174 = 11,5 \text{ t}.$$

Calculul greutateii culeei și a sarcinilor din suprastructură este următorul:

$$P = \frac{1}{2} 22 (10 + 4,84) = 163,24 \text{ t}$$

$$G_1 = \frac{1}{2} 3,20 \times 0,50 \times 7,50 \times 2,20 = 13,20 \text{ t}$$

$$G_2 = 3,20 \times 0,60 \times 7,50 \times 2,20 = 31,7 \text{ t}$$

$$G_3 = (4,70 \times 0,50 \times 2,2 + 0,5 \times 0,65) 7,50 = 41,2 \text{ t}$$

$$G_4 = (4,70 \times 0,50 \times 2 + 0,5 \times 0,65) 7,50 = 37,7 \text{ t}$$

$$G_{5,6} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3,20 \times 2,20 \times 0,40 + 3 \times 0,65 \times 0,40 = 5 \text{ t}$$

$$G_7 = 3 \times 3 \times 7,70 \times 2,20 = 152 \text{ t}.$$

a) Pentru verificarea eforturilor unitare în rostul fundație-elevație, numai pentru sarcini fundamentale, se procedează astfel (întrucât drenul nu acționează, împingerea se consideră aplicată pe peretele zidului):

$$P + \Sigma G_i + E_{av} = 163,24 + 13,20 + 31,7 + 41,2 + 5 + 9,2 = 268,5 \text{ t}$$

$$\Sigma M = 52,2 \times 1,67 + 13,2 \times 0,47 - 41,2 \times 0,55 - 2 \times 5 \times 1,80 - 9,2 \times 1,05 = 43,1 \text{ tm}$$

$$e = \frac{43,1}{268,5} = 0,16 \text{ m}.$$

De unde rezultă:

$$\sigma_{1,2} = \frac{268,5}{1 \times 7,50} \left[1 \pm \frac{6 \times 0,16}{1,6} \right] = 22,35 (1 \pm 0,6)$$

$$\sigma_1 = 35,7 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = 8,94 \text{ t/m}^2.$$

b) În ipoteza cu culee fără pod și rambleul încărcat, se obține:

$$(\Sigma G_i + E_{av}) = 268,50 - 163,24 = 105,26 \text{ t}$$

$\Sigma M = 43,1 \text{ tm}$ (neschimbat întrucît forța P trece prin centrul secțiunii).

Excentricitatea are valoarea

$$e = \frac{43,1}{105,26} = 0,41 \text{ m.}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{105,26}{1,6 \times 7,5} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,41}{1,6} \right) = 8,8 (1 \pm 1,54)$$

$$\sigma_1 = 22,3 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = -4,75 \text{ t/m}^2.$$

c) În ipoteza cu ansamblul de sarcini fundamentale și accidentale, față de ipoteza a), intervine în plus efectul frînării și frecării pe reazem.

$$(\Sigma G_i + P + E_{av}) = 268,5 \text{ t}; \quad M = 43,1 + (32 + 13) \cdot 3,2 = 43,1 + 144 = 187,1 \text{ tm.}$$

$$e = \frac{187,1}{268,5} = 0,7 \text{ m.}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{268,5}{1,6 \times 7,5} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,7}{1,6} \right) = 22,35 (1 \pm 2,63) \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_1 = 81,2 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = -36,5 \text{ t/m}^2.$$

Eforturile de întindere obținute sînt inferioare celor admise pentru beton. Verificarea stabilității la nivelul elevație-fundație se face astfel:

$$M_s = 13,20 \times 0,33 + 31,7 \times 0,80 + 41,2 \times 1,35 + 2 \times 5 \times 2,60 + 9,2 \times 1,60 = 126,3 \text{ tm.}$$

$$M_r = 52,2 \times 1,67 = 87,2 \text{ tm}$$

$$n_s = \frac{126,3}{97,2} = 1,45 \approx 1,5.$$

d) Verificarea eforturilor unitare pe planul de fundare se face astfel:

În conformitate cu normele românești pentru poduri, la calculul presiunilor pe terenul de fundație se ține seama numai de împingerea pământului pe înălțimea elevației culeei.

— Ipoteza cu sarcini fundamentale:

$$(\Sigma G_i + P + E_{av}) = 268,5 + 37,7 + 152 = 458,2 \text{ t}$$

$$M = 52,2 \times 4,67 + 13,2 \times 0,27 - (163,2 + 31,7) 0,20 - 41,2 \times 0,75 - \\ - 37,7 \times 1,25 - 2 \times 5 \times 2 - 9,2 \times 1,50 = 96,73 \text{ tm}$$

$$e = \frac{96,73}{458,2} = 0,21 \text{ m} < 0,25 = \frac{3}{12}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{458,2}{7,70 \times 3} \left[1 \pm \frac{6 \times 0,21}{3} \right] = 19,8 (1 \pm 0,40)$$

$$\sigma_1 = 27,8 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = 11,9 \text{ t/m}^2.$$

— Ipoteza cu sarcini fundamentale și accidentale:

$$(\Sigma G_i + P + E_{av}) = 458,2 \text{ t}$$

$$M = 96,73 + 45 \times 6,2 = 375,73 \text{ tm}$$

$$e = \frac{375,73}{458,2} = 0,82 \text{ m};$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{458,2}{3 \times 7,70} \left[1 \pm \frac{6 \times 0,82}{3} \right] = 19,8 (1 \pm 1,64) \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_1 = 52,2 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = -12,7 \text{ t/m}^2.$$

Rezultă că este necesară mărirea lățimii tălpii de fundație.

e) Verificarea stabilității la nivelul tălpii de fundație în ipoteza cu podul descărcat și rambleul încărcat se face astfel:

— Stabilitatea la răsturnare:

$$M_s = 13,20 \times 1,23 + 31,7 \times 1,70 + 41,2 \times 2,25 + 37,7 \times 2,75 + \\ + 2 \times 5 \times 3,5 + 152,0 \times 1,5 + 9,2 \times 3 + 11,5 \times 3 = 590,85 \text{ tm}$$

$$M_r = 52,2 \times 4,67 + 65,1 \times 1,50 = 341,5 \text{ tm}.$$

$$n_s = \frac{590,85}{341,5} = 1,73 > 1,5.$$

— Stabilitatea la alunecare (fără tablier):

$$N = 306,2 - 163,2 + 152 + 11,5 = 306,5 \text{ t}$$

$$H = 52,2 + 65,1 = 117,3 \text{ t}$$

$$n_s = \frac{0,6 \times 306,5}{117,3} = 1,57 > 1,5.$$

Exemplul 15.3. Să se proiecteze dispozitive constructive în vederea micșorării solicitărilor orizontale pentru a asigura stabilitatea zidului din fig. 15.11, fără a majora volumul de beton. Dimensiunile zidului sînt date în fig. 15.11. Platforma din spatele zidului poartă o suprasarcină $q = 3 \text{ t/m}^2$. Caracteristicile pămîntului de umplură sînt:

$\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$; $\Phi = 30^\circ$; $\delta = 0^\circ$; $\gamma_{\text{beton}} = 2,2 \text{ t/m}^3$; $\gamma_{\text{beton armat}} = 2,4 \text{ t/m}^3$.

Terenul de fundație este alcătuit dintr-o argilă nisipoasă. Coeficientul de frecare pe talpa fundației $f = 0,4$ iar $\sigma_a = 30 \text{ t/m}^2$.

Rezolvare: Împingerea pămîntului pe paramentul zidului (fără a lua în considerație efectul de descărcare al consolei)

$h_e = \frac{q}{\gamma} = \frac{3}{1,80} = 1,67 \text{ m}$; pentru $\beta = 0$; $\delta = 0$; $\Phi = 30^\circ$ din tabela 8.1 rezultă $K_a = 0,334$;

$$\sigma_0 = qK_a = 3 \times 0,334 = 1 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_4 = 1,8 (1,67 + 5,00 + 1,50) 0,334 = 4,9 \text{ t/m}^2.$$

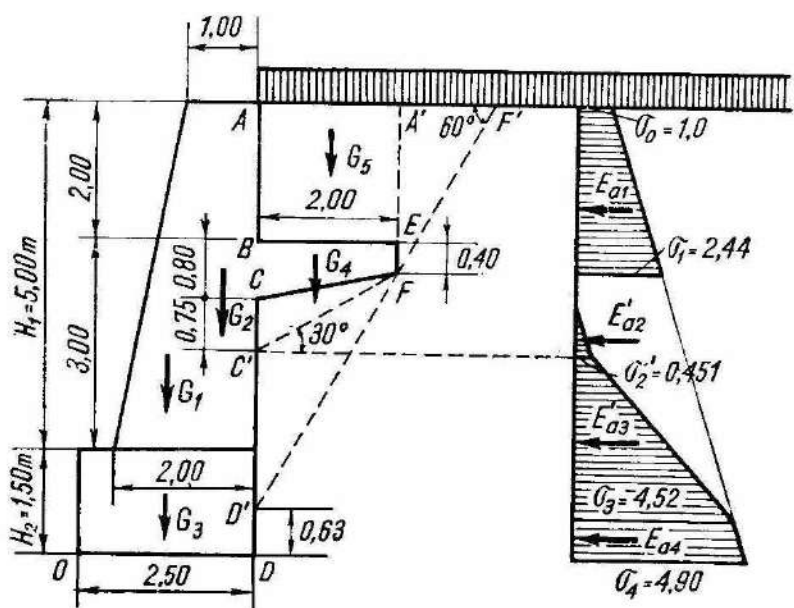


Fig. 15.11

Împingerea totală este:

$$E_a = \frac{\sigma_0 + \sigma_4}{2} (5 + 1,50) = 19,15 \text{ t/m.}$$

Greutatea zidului (fără consolă) este:

$$G_z = 2,50 \times 1,50 \times 2,2 + \frac{2+1}{2} 5 \times 2,2 = 8,25 + 16,5 = 24,75 \text{ t/m.}$$

În aceste condiții, coeficientul de siguranță la alunecare

$$n_s = \frac{fG}{E_a} = \frac{0,4 \times 24,75}{19,15} = 0,516 < 1,3.$$

În consecință sînt necesare măsuri constructive. Prin executarea consolei, repartizarea presiunilor se modifică după cum urmează:

Pe porțiunea $A'F$ acționează presiunea E_{a1} conform diagramei de presiuni din figură. (Deși E_{a1} este înclinat din cauza frecării pe planul $A'F$ cu $\delta = \Phi = 30^\circ$, pentru simplificare se calculează presiunea activă cu același coeficient $K_a = 0,334$.)

$$\sigma'_1 = \sigma_1 = 3 K_a + 1,8 \times 2,4 K_a = 0,334 (3 + 1,8 \times 2,4) = 2,44 \text{ t/m}^2$$

$$E'_{a1} = E_{a1} = \frac{1 + 2,44}{2} 2,40 = 4,13 \text{ t/m.}$$

Pentru a ține seama de frecarea care se produce de-a lungul planului $A'F$ (pământ pe pământ), componenta orizontală E'_{a1h} și cea verticală E'_{a1v} sînt:

$$E'_{a1h} = 4,13 \cos 30^\circ = 3,52 \text{ t/m}; E'_{a1v} = 4,13 \sin 30^\circ = 2,06 \text{ t/m.}$$

Pe porțiunea CD a paramentului acționează presiunile arătate în diagramă (linia FC' este înclinată cu unghiul Φ față de orizontală și linia FD' cu unghiul planului de alunecare prin punctul D' ($45^\circ + \frac{\Phi}{2}$ față de orizontală).

$$\sigma'_2 = 1,8 \times 0,75 \times 0,334 = 0,451 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_3 = \sigma_3 = 1 + 1,80 (6,5 - 0,63) 0,334 = 4,52 \text{ t/m}^2$$

$$E'_{a2} = \frac{1}{2} 0,451 \times 0,75 = 0,169 \text{ t/m.}$$

$$E'_{a3} = \frac{1}{2} (0,451 + 4,52) \times 2,32 = 5,766 \text{ t/m.}$$

$$E'_{a4} = E_{a4} = \frac{4,52 + 4,9}{2} 0,63 = 2,97 \text{ t/m.}$$

Totalul presiunilor pământului E' (pe direcția orizontală) este egal cu

$$E'_a = 3,52 + 0,169 + 5,766 + 2,97 = 12,425 \text{ t/m.}$$

Totalul încărcărilor verticale transmise pe pământ este:

- greutatea zidului: $G_z = 24,75 \text{ t/m}$;
- greutatea consolei: $G_c = \frac{0,4 + 0,8}{2} 2 \times 2,4 = 2,88 \text{ t/m}$;
- greutatea prisme de pământ $ABEA'$: $G_p = 2 \times 2 \times 1,87 = 7,20 \text{ t/m}$;
- componenta verticală a presiunii pământului pe porțiunea $A'F$: $E'_{a1v} = 2,06 \text{ t/m}$;
- suprasarcina corespunzătoare consolei: $Q = 3 \times 2 = 6 \text{ t/m}$;

$$G_z + G_c + G_p + E'_{a1v} + Q = 24,75 + 2,88 + 7,20 + 2,06 + 6 = 42,89 \text{ t/m.}$$

Coeficientul de siguranță la alunecare se determină prin

$$n_s = \frac{f \Sigma G}{E'_a} = \frac{0,40 \times 42,89}{12,425} = 1,38 > 1,3.$$

Deci, prin executarea consolei fără a mări volumul de beton al zidului, se obține o mărire a coeficientului de siguranță pînă la o valoare supraunitară.

Pentru cazul cînd nu există suprasarcină, diagrama presiunilor este reprezentată în fig. 15.12.

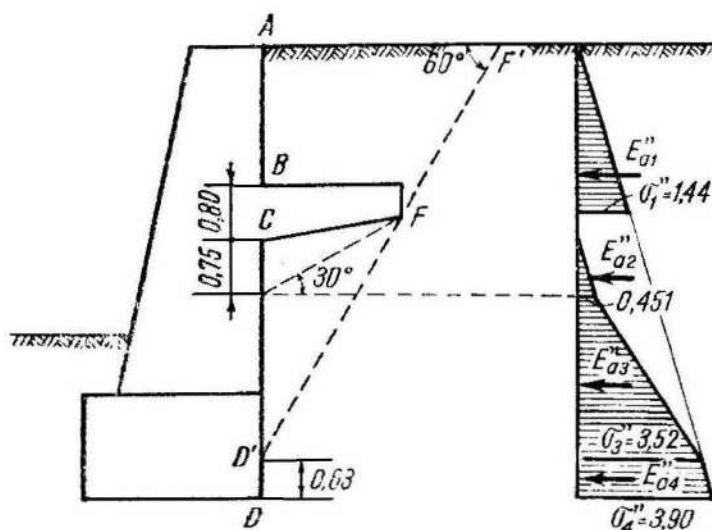


Fig. 15.12

Valorile presiunii pământului sînt următoarele:

$$E''_{a1} = \frac{1}{2} 1,44 \times 2,40 = 1,728 \text{ t/m.}$$

$$E''_{a1h} = 1,728 \cos 30^\circ = 1,498 \text{ t/m.}$$

$$E''_{a1v} = 1,728 \sin 30^\circ = 0,864 \text{ t/m.}$$

$$E''_{a2} = 0,169 \text{ t/m (ca în cazul precedent)}$$

$$E''_{a3} = \frac{1}{2} (0,451 + 3,52) 2,32 = 4,6 \text{ t/m.}$$

$$E''_{a4} = \frac{1}{2} (3,52 + 3,9) 0,63 = 2,33 \text{ t/m}$$

$$E''_a = 1,498 + 0,169 + 4,60 + 2,33 = 8,597 \text{ t/m.}$$

de unde rezultă :

$$G = G_z + G_e + G_p + E''_{a1v} = 36,89 \text{ t/m}; n_s = \frac{0,4 \times 36,89}{8,597} = 1,72 > 1,5.$$

Verificarea la răsturnare în jurul punctului O (pentru cazul fără suprasarcină) se face astfel :

Momentul de răsturnare este :

$$\begin{aligned} M_r &= E''_{a1b} \times 4,90 + E''_{a2} \times 3,20 + E''_{a3} \times 1,49 + E''_{a4} \times 0,31 = \\ &= 1,498 \times 4,90 + 0,169 \times 3,20 + 4,6 \times 1,49 + 2,33 \times 0,3 = 15,47 \text{ tm}. \end{aligned}$$

Momentul de stabilitate este :

$$\begin{aligned} M_s &= \left(2,50 \times 1,50 \times 1,25 + \frac{1 \times 5}{2} 1,17 + 1 \times 5 \times 2 \right) 2,2 + 2,88 \times 3,50 + \\ &+ 7,2 \times 3,50 + 0,864 + 4,50 = 77,90 \text{ tm/m}. \end{aligned}$$

Coeficientul de siguranță la răsturnare

$$n_s = \frac{M_s}{M_r} = \frac{77,90}{15,47} = 5,04 > 1,5.$$

După cum se vede, coeficientul la răsturnare este mult superior celui necesar, iar dacă se consideră și suprasarcina, raportul între momentul de stabilitate și cel de răsturnare devine și mai favorabil.

Verificarea presiunilor transmise pe teren (inclusiv suprasarcina).

Pentru a găsi excentricitatea e se calculează momentul în jurul centrului suprafeței de contact OD :

$$\begin{aligned} 42,89 e &= + 2,20 \left(1 \times 5 \times 0,75 - \frac{1 \times 5}{2} 0,08 \right) + (2,28 + 7,20 + 6) 2,25 - \\ &- \left(1 \times 2,4 \times 5,3 + \frac{1,44}{2} \times 2,40 \times 4,90 + 0,169 \times 3,2 + \right. \\ &+ \left. \frac{(0,451 + 4,52) 2,32}{2} 1,43 + \frac{4,52 + 4,90}{2} 0,63 \times 0,31 \right) = 2,20 + 3,55 + 16,08 \times \\ &\times 2,25 - 30,88 = 44 - 30,88 = 13,12 \text{ tm/m}. \end{aligned}$$

$$e = \frac{13,12}{42,89} = 0,306 \text{ m.}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\Sigma G_i}{b} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right) = \frac{42,89}{2,50} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,306}{2,50} \right) = 17,16 (1 \pm 0,734)$$

$$\sigma_1 = 29,74 \text{ t/m}^2 < 30 \text{ t/m}^2; \sigma_2 = 4,53 \text{ t/m}^2.$$

Exemplul 15.4. Să se determine repartizarea presiunilor pământului de-a lungul peretelui vertical al unei construcții subterane cu dimensiunile arătate în fig. 15.13. Deasupra platformei acționează o supraîncărcare $q = 4 \text{ t/m}^2$ și o încărcare liniară $P = 5 \text{ t/m}$ transmisă de o fundație care se găsește la o distanță de 2 m de la marginea exterioară a zidului.

Rezolvare. Pământul nisipos are următoarele caracteristici:

$$\Phi = 30^\circ; \gamma = 1,65 \text{ t/m}^3.$$

I p o t e z a I. Aplicînd teoria lui Coulomb și folosind metoda grafică a lui Culmann, rezultă diagrama presiunilor arătată în fig. 15.13 (pentru $\Phi = 30^\circ$ din tabela 8.1 rezultă $K_a = 0,334$).

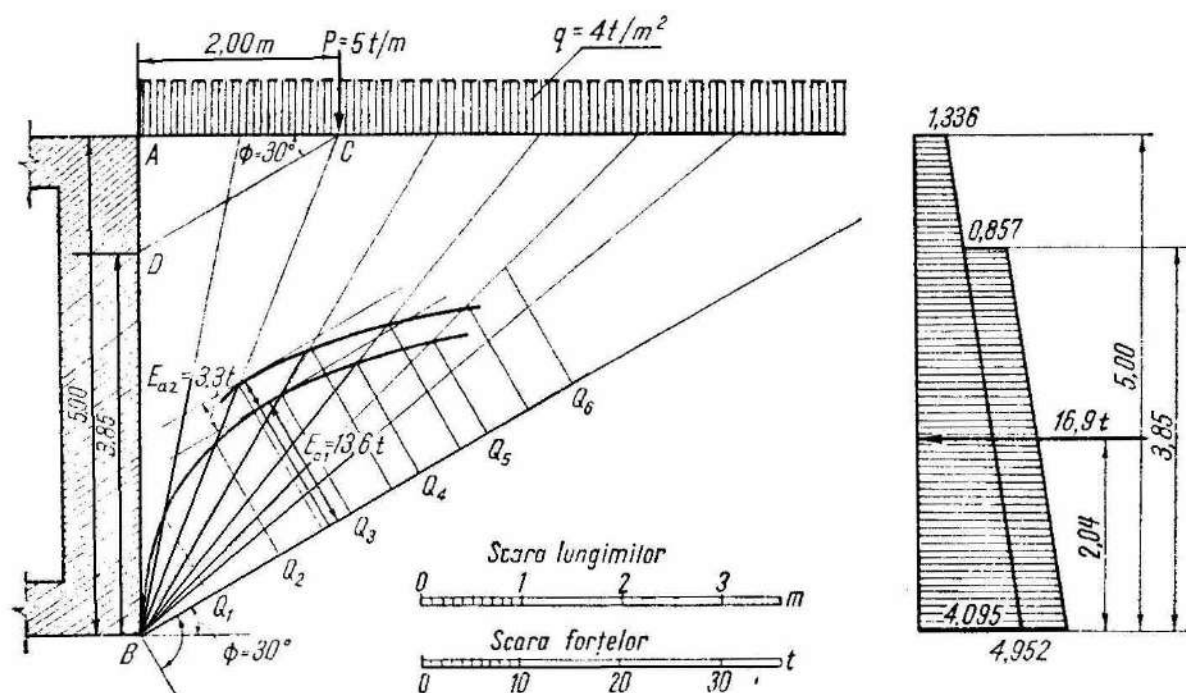


Fig. 15.13

Repartizarea presiunilor este trapezoidală cu ordonatele σ_0 și σ_h egale cu:

$$\sigma_0 = 4 \times 0,334 = 1,336 \text{ t/m}^2;$$

$$\sigma_h = 1,336 + 1,65 \times 5 \times 0,334 = 4,095 \text{ t/m}^2.$$

Presiunea totală $E_{a1} = \frac{1,336 + 4,095}{2} \times 5 = 13,6 \text{ t}$ și corespunde și cu tul metodei grafice.

Influența încărcării liniare de 5 t/m se determină după metoda grafică. Presiunea suplimentară E_{a2} în urma acțiunii acestei încărcări este egală cu 3,3 t și se repartizează pe o lungime DB determinată de intersecția conturului zidului cu dreapta CD (dreaptă care trece prin punctul de aplicare al încărcării și este înclinată cu unghiul Φ).

$$DB = 5 - 2 \operatorname{tg} 30^\circ = 3,85 \text{ m.}$$

Presiunea unitară suplimentară este:

$$\sigma_p = \frac{3,3}{3,85} = 0,857 \text{ t/m}^2.$$

Rezultanta totală a presiunilor se obține astfel:

$$E_a = E_{a1} + E_{a2} = 13,60 + 3,3 = 16,9 \text{ t.}$$

Distanța rezultantei de la talpa zidului este egală cu:

$$16,9d = \frac{1,336 \times 5^2}{2} + \frac{(4,095 - 1,336) 5^2}{6} + \frac{0,857 \times 3,85^2}{2};$$

$$d = 2,04 \text{ m.}$$

Momentul maxim de încovoiere al zidului vertical în urma acțiunii presiunilor pământului, considerîndu-l ca o grindă pe două reazeme de 5 m deschidere are loc într-o secțiune C la o distanță $x_0 = 2,28 \text{ m}$ de la talpa zidului și este egal cu $M_{CI} = 11,10 \text{ tm}$. Considerînd peretele încastrat în A și B , momentele respective de încastrare sînt egale cu: $M_{AI} = 5,37 \text{ tm}$; $M_{BI} = 7,85 \text{ tm}$.

I p o t e z a a I I-a. Aplicarea teoriei lui Coulomb la calculul presiunilor pe ziduri care nu se pot deplasa în direcția orizontală și unde marginea superioară nu se poate roti în jurul punctului inferior de sprijin, nu este justificată din punct de vedere teoretic deoarece condițiile la limite care stau la baza teoriei lui Coulomb, respectiv a lui Rankine, nu sînt îndeplinite. Observațiile efectuate la excavațiile unde au fost măsurate presiunile exercitate pe pereții verticali au indicat că repartizarea presiunilor nu se face liniar ci după o formă parabolică. De aceea, schematizînd diagrama reală se presupune o repartizare în forma unui trapez așa cum se arată în fig. 15.14, *a, b*.

Întreaga presiune este egală cu suprafața diagramei *ABCDE* în cazul unui nisip mai afînat, iar pentru un nisip mai îndesat diagrama presiunilor este prezentată prin *ABC'D'E*.

$$\sigma_0 = q \cdot K_a = 4 \times 0,334 = 1,336 \text{ t/m}^2.$$

Înălțimea trapezului este egală cu

$$\begin{aligned} \sigma_a &= 0,8 \times \gamma \times h \times K_a + qK_a = 1,336 + 0,8 \times 1,65 \times 5 \times 0,334 = \\ &= 3,54 \text{ t/m}^2. \end{aligned}$$

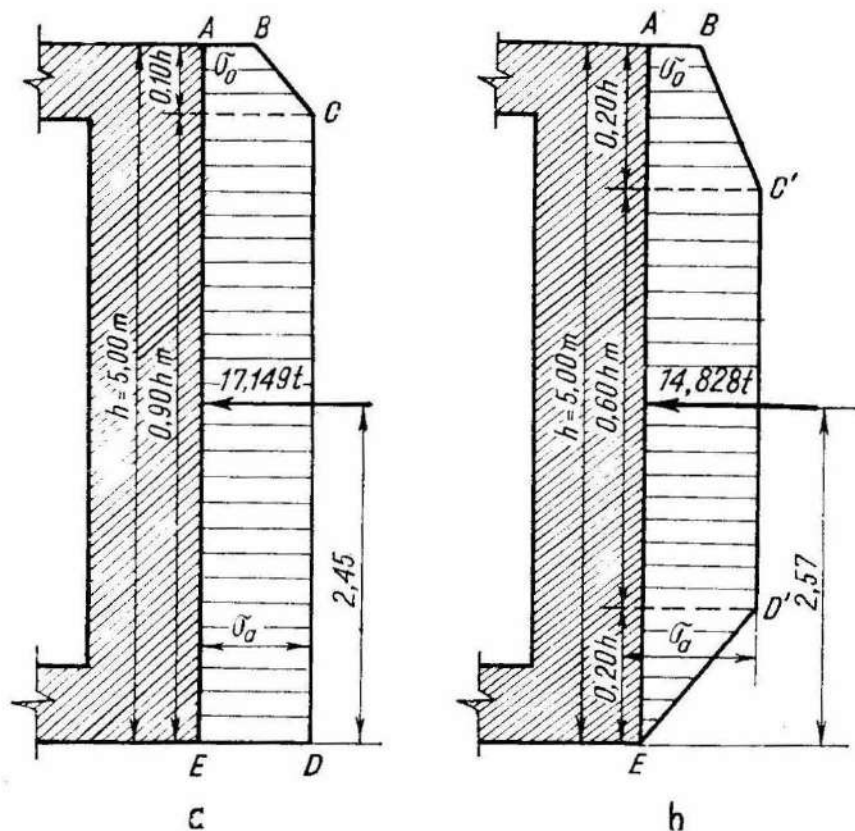


Fig. 15.14

În primul caz (suprafața $ABCDE$):

$$E_{a1} = 5 \times 3,540 - \frac{1}{2} \times 0,10 \times 5(3,54 - 1,336) = 17,149 \text{ t.}$$

În cazul al doilea: (suprafața $ABC'D'E$):

$$\begin{aligned} E_{a2} &= 5 \times 3,54 - \frac{1}{2} \times 0,20 \times 5(3,54 - 1,336) - \frac{0,2 \times 5 \times 3,54}{2} = \\ &= 14,828 \text{ t.} \end{aligned}$$

Distanța d_1 a presiunii E_{a1} de la talpa inferioară se obține în primul caz prin:

$$E_{a1}d_1 = 3,54 \times \frac{5^2}{2} - \frac{1}{2} \times 0,10 \times 5(3,54 - 1,336) \left(5 - \frac{0,5}{3}\right) = 41,59 \text{ tm.}$$

$$d_1 = 2,45 \text{ m.}$$

Distanța d_2 a rezultantei E_{a2} în cazul al doilea este:

$$E_{a2}d_2 = 3,54 \frac{5^2}{2} - \frac{0,2 \times 5}{2} (3,54 - 1,336) \cdot (5 - 0,33) - \frac{3,540 \times 1^2}{6} = 38,48 \text{ tm}$$

$$d_2 = 2,57 \text{ m.}$$

În ceea ce privește influența încărcării liniare $P = 5 \text{ t/m}$ asupra presiunilor laterale pe zid, aceasta se calculează după teoria elasticității spațiului semiinfiniț elastic.

Pentru a compensa faptul că de-a lungul zidului vertical nu se pot produce deplasări orizontale, se consideră și efortul unitar produs de o încărcare simetrică cu cea care acționează în realitate.

Expresia respectivă pentru efortul unitar orizontal într-un astfel de mediu în urma unei încărcări continue P se scrie

$$\sigma_y = \frac{2P}{\pi R} \sin^2 \beta \cdot \cos \beta ; \quad \sin \beta = \frac{d}{R}; \quad \cos \beta = \frac{z}{R};$$

$$R = \sqrt{d^2 + z^2}; \quad d = 2 \text{ m.}$$

$$\sigma_y = \frac{2 \times 5}{\pi} \frac{z \cdot d^2}{(z^2 + d^2)^2} = 12,74 \frac{z}{(z^2 + d^2)^2},$$

unde z variază de la 0 pînă la 5 m. Rezultatele sînt date în tabela 15.4.

Diagrama presiunilor este arătată în fig. 15.15, *a* iar cea cumulată cu presiunile pământului (în ipoteza nisipului afânat) în fig. 15.15, *b*. Rezultanta presiunilor în urma acțiunii încărcării *P* este egală cu 2,67 t la o distanță de 3,74 m de la talpa fundației.

Tabela 15.4

z	$z^2 + d^2$	$(z^2 + d^2)^2$	$\frac{z}{(z^2 + d^2)^2}$	σ_y t/m ²
0,50	4,25	18	0,275	3,545
1,00	5,00	25	0,040	0,509
2,00	8,00	64	0,031	0,395
3,00	13,00	169	0,018	0,229
4,00	20,00	400	0,010	0,127
5,00	29,00	841	0,006	0,076

Momentul maxim de încovoiere la care este solicitat zidul este egal cu:
— în cazul nisipului afânat

$$M_{II} = 12,3 \text{ tm la o distanță } x_0 = 2,45 \text{ m;}$$

— în cazul nisipului îndesat

$$M_{II} = 12,15 \text{ tm la o distanță } x_0 = 2,55 \text{ m.}$$

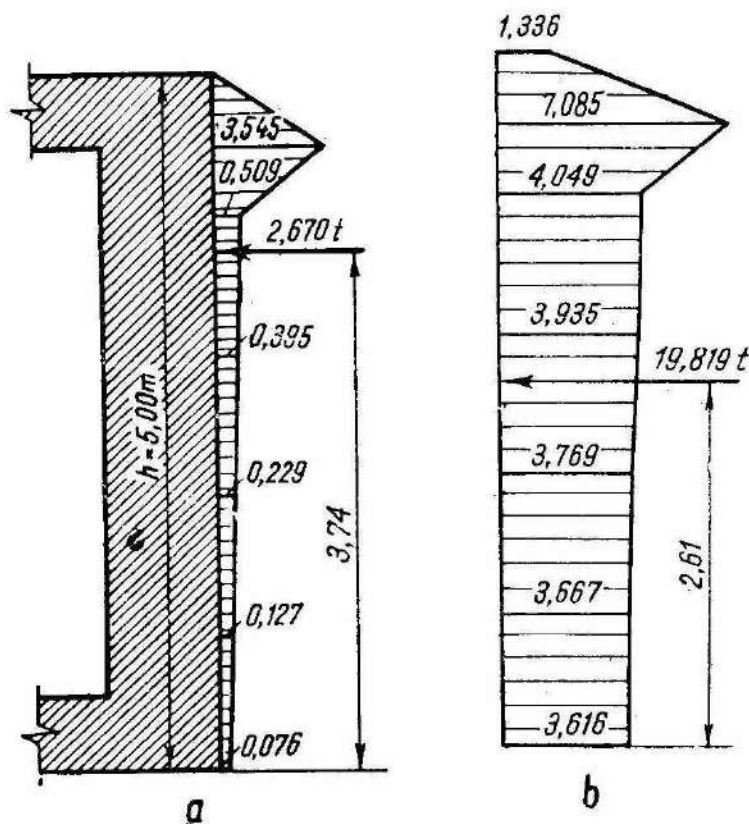


Fig. 15.15

I p o t e z a a I I I -a. În cazul unui pământ pur coeziv avînd $\Phi = 0$; $c = 2,5 \text{ t/m}^2$; $\gamma = 1,65 \text{ t/m}^3$ rezultă următoarea repartizare de presiuni: Înălțimea echivalentă pentru suprasarcina $q = 4 \text{ t/m}^2$ este:

$$h_e = \frac{4}{1,65} = 2,43 \text{ m};$$

presiunea într-un punct de pe zid situat la adîncimea z de la suprafață:

$$\sigma_z = \gamma(z + h_e) - 2c.$$

Adîncimea la care presiunea devine zero este egală cu:

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma} - h_e = \frac{5}{1,65} - 2,43 = 0,6 \text{ m}.$$

Presiunea la adîncimea $h = 5 \text{ m}$ este:

$$\sigma_h = 1,65(5 + 2,43) - 2 \times 2,5 = 12,26 - 5 = 7,26 \text{ t/m}^2.$$

Diagrama presiunilor este reprezentată în fig. 15.16, *a*.

Considerînd numai partea pozitivă (ceea ce constituie o ipoteză nefavorabilă dar reală) rezultă:

$$\begin{aligned} E_a &= 7,26 (5 - 0,60) \frac{1}{2} = \\ &= 15,972 \text{ t}; \end{aligned}$$

se aplică la o distanță de la talpă egală cu

$$d = \frac{1}{3} \times 4,40 = 1,47 \text{ m}.$$

La diagrama presiunilor (v. fig. 15.16, *a*) se adaugă cea produsă de supraîncărcarea de 5 t/m (v. fig. 15.15, *a*). Se obține diagrama resultantă din fig. 15.16, *b*.

Momentul maxim de încovoiere în urma acțiunii presiunii E_a rezultă pentru grinda de 5 m

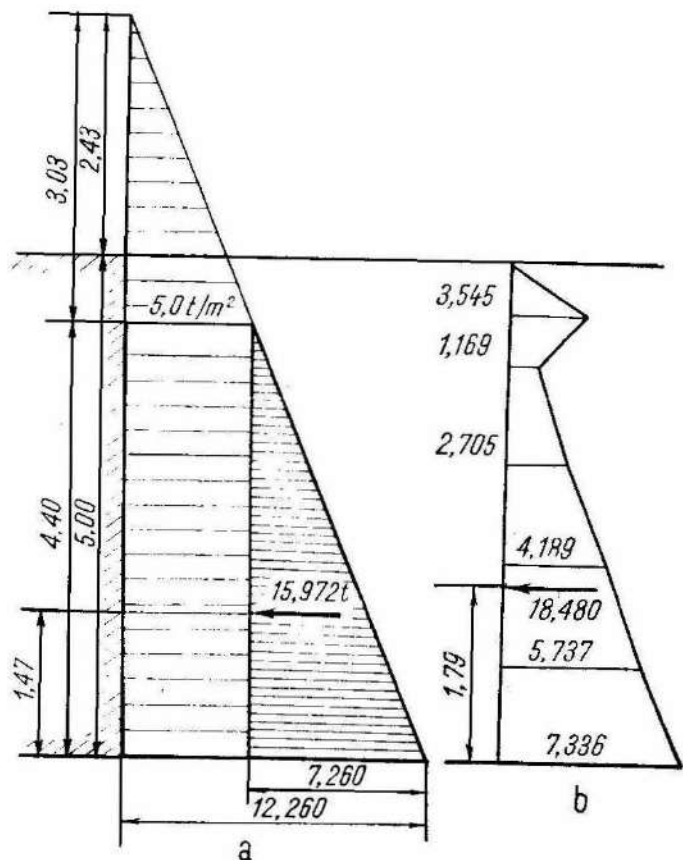


Fig. 15.16

deschidere, $M_{pIII} = 15,5 \text{ tm}$; la acesta se adaugă momentul produs de încărcarea liniară $M_{tIII} = 1,11 \text{ tm}$, deci în total $M_{tIII} = 16,61 \text{ tm}$.

I p o t e z a a I V-a. Teoria lui Coulomb nu este aplicabilă în cazul de față, tot așa cum s-a arătat mai înainte la pământuri necoezive.

De aceea se înlocuiește diagrama de repartizare liniară a presiunilor cu o diagramă trapezoidală, așa cum se arată în fig. 15.17. Înălțimea trapezului, b , se consideră egală cu presiunea maximă la baza zidului în cazul distribuției triunghiulare a presiunii:

$$E' = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \gamma h^2 + qh - 2ch;$$

împărțind E' prin $\frac{h}{2}$ rezultă înălțimea trapezului

$$b = \gamma h + 2q - 4c;$$

$$b = 1,65 \times 5 + 2 \times 4 - 4 \times 2,50 = 6,25 \text{ t/m}^2.$$

Totalul presiunii

$$E_a = \frac{2,75 + 5}{2} \times 6,25 = 24,20 \text{ t}$$

care acționează la o distanță d de la talpă.

$$d = \frac{5 \times 6,25 \times 2,50 - 6,25(0,75 \times 4,50 + 0,375 \times 0,25)}{24,20} = 2,34 \text{ m.}$$

la care se adaugă diagrama presiunilor în urma acțiunii încărcării liniare, așa cum a rezultat din fig. 15.15, a . Momentul maxim la care este solicitat peretele în urma presiunii pământului conform diagramei presiunilor din fig. 15.17, ipoteza a IV-a rezultă: $M_{pIV} = 16,20 \text{ tm}$ la care se adaugă presiunea în urma acțiunii încărcării liniare $M_{tIV} = 1,05 \text{ tm}$, deci în total: $M_{tIV} = 16,2 + 1,05 = 17,25 \text{ tm}$.

I p o t e z a a V-a. După Tshebotarioff se recomandă a verifica solicitările peretelui vertical cu o repartizare corespunzătoare metodei denumite de presiune neutră, reprezentată în diagrama din fig. 15.18 (presiunile se iau egale cu 0,5 din presiunea hidrostatică). Pentru suprasarcina $q = 4 \text{ t/m}^2$ înălțimea echivalentă este $h_e = \frac{4}{1,65} = 2,43 \text{ m}$; latura $BD = 0,5 \gamma(h + h_e) = 0,5 \times$

$$\times 1,65 (5 + 2,43) = 6,14 \text{ t/m}^2.$$

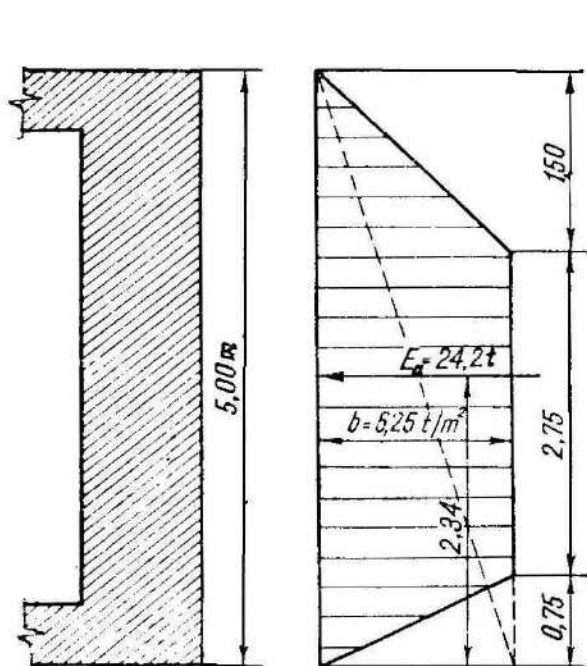


Fig. 15.17

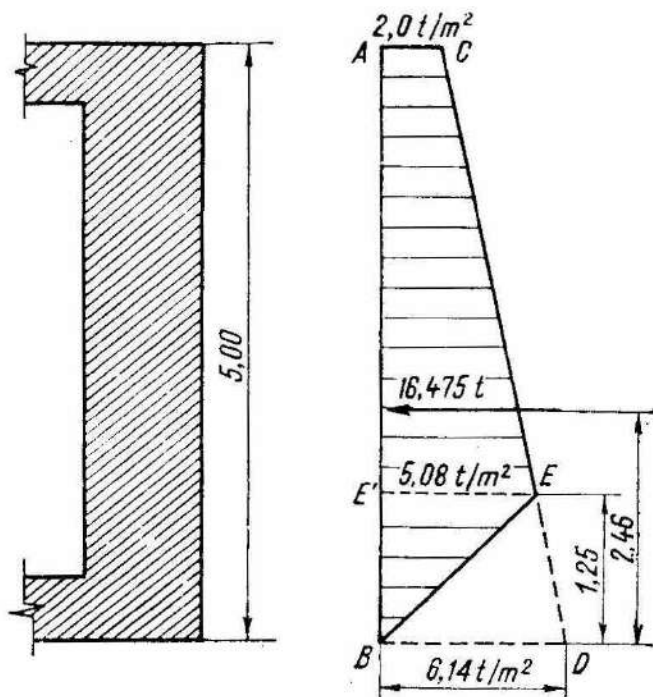


Fig. 15.18

Punctul E se găsește față de bază la o distanță

$$d = 0,25 h = 0,25 \times 5 = 1,25 \text{ m.}$$

Presiunea totală este egală cu suprafața $ABEC$ din diagrama presiunilor.

$$AC = 0,5 \times 1,65 \times 2,43 = 2 \text{ t/m}^2;$$

$$EE' = \frac{2,0}{2,43} \times 6,18 = 5,08 \text{ t/m}^2;$$

$$\text{suprafața } ABEC = E_a = \frac{5,08 \times 1,25}{2} + \frac{2 + 5,08}{2} \times 3,75 = 16,475 \text{ t}$$

care acționează la o distanță d_1 de la bază

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{0,5 \times 5,08 \times 1,25 \times 0,833 + 2 \times 3,75 \times 3,125 + 3,08 \times 3,75 \times 0,5 \times 2,50}{16,475} = \\ &= \frac{40,48}{16,475} = 2,46 \text{ m.} \end{aligned}$$

Momentul maxim care rezultă din această repartizare este egal cu :

— din presiune: $M_{pV} = 14,62 \text{ tm}$;

— din încărcarea liniară $M_{IV} = 1,45 \text{ tm}$;

$$M_{tV} = 16,07 \text{ tm.}$$

În tabela 15.5 sînt arătate în mod comparativ momentele de încovoiere maxime în cîmp (calculate în ipoteza simplei rezemări) și de pe reazem (calculate în ipoteza unei încastrări totale) care se produc în peretele vertical în urma diferitelor ipoteze de repartizare a presiunilor.

Tabela 15.5

Ipoteza de încărcare	M_A tm	M_B tm	M_C tm
Ipoteza I	5,37	7,85	11,10
Ipoteza II (nisip afînat)	8,57	7,93	12,30
Ipoteza II (nisip îndesat)	8,29	7,42	12,15
Ipoteza III	7,49	11,16	16,61
Ipoteza IV	12,48	12,97	17,25
Ipoteza V	8,61	8,26	16,07

D i s c u ț i e. După cum se observă din tabelă, între ipoteza I și II (valabile pentru nisipuri), există diferențe la momentul din cîmp care merg pînă la 10%, iar la momentul de încastrare din partea superioară, pînă la 30%.

Comparînd ipotezele III, IV și V (valabile pentru pămînturile argiloase) se observă că cele mai mari momente apar în cazul repartizării trapezoidale (ipoteza IV).

Exemplul 15.5. Să se verifice stabilitatea și să se dimensioneze elementele de beton armat ale zidului de sprijin în formă de consolă cu talpă de beton armat din fig. 15.19. Caracteristicile pămîntului:

$$\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3; \quad \Phi = 30^\circ; \quad c = 0; \quad \gamma_b = 2,3 \text{ t/m}^3.$$

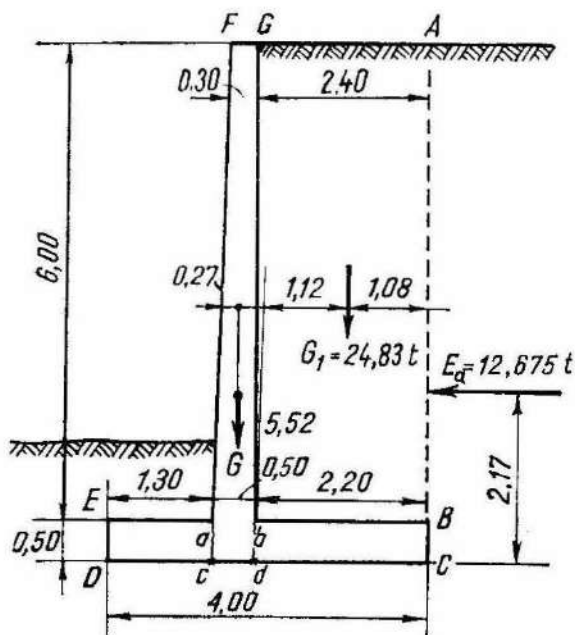


Fig. 15.19

Rezolvare. Pentru verificarea stabilității se aplică două metode: prima consideră prismul $AGbB$ ca acționînd împreună cu zidul la răsturnare.

Presiunea pămîntului, pe planul vertical AB se calculează cu ajutorul formulei lui Rankine (pentru simplificare se ia

$$K_a = \frac{1}{3} \text{ deși se admite } \delta = \Phi = 30^\circ).$$

$$E_a = \frac{1}{2} \times 1,8 \times 6,5^2 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2} \right) = \frac{1}{2} \times 1,8 \times 6,5^2 \times \frac{1}{3} = 12,675 \text{ t/m}.$$

Greutatea masivului de pămînt

$$G_1 = \frac{2,4 + 2,2}{2} \times 6 \times 1,8 = 24,83 \text{ t/m}.$$

Greutatea pentru un metru de zid :

$$G = \left(\frac{0,3 + 0,5}{2} \times 6 + 4 \times 0,50 \right) 2,3 = 5,52 \times 4,60 = 10,12 \text{ t.}$$

Coeficientul de siguranță la alunecare al zidului este

$$n_s = \frac{0,40(24,83 + 10,12)}{12,675} = 1,1 < 1,5.$$

Admițînd însă că pe planul AC presiunea E_a acționează de fapt înclinată cu un unghi $\delta \approx \Phi$, calculul de stabilitate la alunecare se modifică în felul următor (acceptînd simplificarea menționată înainte):

$$E_{ab} = 12,675 \cos 30^\circ = 10,98 \text{ t.}$$

$$E_{av} = 12,675 \sin 30^\circ = 6,34 \text{ t.}$$

$$n_s = \frac{0,40(34,95 + 6,34)}{10,98} = 1,5$$

adică coeficientul de siguranță crește. În ipoteza că pe planul AC acționează E_a în direcția orizontală (așa cum a fost calculat), suma momentelor forțelor în raport cu centrul suprafeței de contact cu terenul este

$$M = 12,675 \times \frac{6,50}{3} + 5,52 \times 0,47 - 24,83 \times 0,92 = 7,19 \text{ tm}$$

$$e_0 = \frac{7,19}{24,83 + 10,12} = \frac{7,19}{34,95} = 0,206 \text{ m,}$$

de unde :

$$\sigma_{1,2} = \frac{34,95}{4 \times 1} \left[1 \pm \frac{6 \times 0,206}{4} \right] = 8,735(1 \pm 0,309)$$

$$\sigma_1 = 14,44 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = 6,02 \text{ t/m}^2.$$

Stabilitatea la răsturnare în jurul punctului D este :

$$n_s = \frac{5,52 \times 1,53 + 4,60 \times 2,0 + 24,83 \times 2,92}{12,675 \times 2,17} = \frac{90,15}{27,505} = 3,28 > 1,5.$$

Dimensionarea secțiunilor ab , ac și bd se face ca pentru elemente de consolă, în secțiunea lor de încastrare.

Pentru dimensionarea secțiunii ab a peretelui vertical, se calculează împingerea pe înălțimea peretelui vertical:

$$E_{a1} = \frac{1}{2} \times 1,8 \times 6,0^2 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2} \right) = \frac{1}{2} \times 1,8 \times 6,0^2 \times \frac{1}{3} = 10,8 \text{ t/m.}$$

Solicitările secțiunii sînt:

- forță de compresiune de 5,52 t;
- forță tăietoare de 10,8 t;
- moment încovoietor $10,8 \times 2 = 21,6 \text{ tm.}$

Forța de compresiune fiind mică în raport cu dimensiunile secțiunii, se poate neglija în dimensionarea secțiunii.

Pentru un beton de marca B 200 și un procent de armare minim de 0,7%, secțiunea de $1,00 \times 0,50 \text{ m}$ are un coeficient de siguranță, conform normelor pentru calculul secțiunilor din beton armat:

$$c = \frac{\theta b h_0^2}{M} = \frac{18,90 \times 100 \times 47^2}{2\,160\,000} = 1,93.$$

Efortul unitar principal de întindere din încovoiere este:

$$\sigma_1 = \frac{T}{bz} = \frac{10\,800}{100 \times \frac{7}{8} 50} = 2,5 \text{ kg/cm}^2,$$

admisibil pentru elemente executate cu beton de marca B 200.

În ceea ce privește calculul presiunii pămîntului și al volumului masivului de pămînt care conlucrează pentru asigurarea stabilității zidului, ipoteza făcută înainte nu este în concordanță cu condițiile cinematice în cazul producerii presiunii active: cînd se produce o rotire a zidului în jurul muchiei din față se dezvoltă un plan de alunecare BC (fig. 15.20) a cărui înclinare este egală cu $\left(45^\circ + \frac{\Phi}{2}\right) = 60^\circ$ față de orizontală. Presiunea pămîntului se exercită de-a lungul unei suprafețe frînte $ABCD$, iar greutatea prismului de pămînt BCb , trebuie inclusă la forțele care contribuie la stabilitatea zidului.

Calculele de stabilitate și de verificare a presiunilor se conduc după cum urmează:

Valoarea împingerii pămîntului pe porțiunea AB este

$$E_{a1} = \frac{1}{2} \times 1,8 \times 2,19^2 \times 0,334 = 1,44 \text{ t/m;}$$

presiunea pe zid în punctul B este egală cu $1,8 \times 2,19 \times 0,334 = 1,316 \text{ t/m}^2$.

Determinarea presiunii în punctul C se face cu ajutorul construcției grafice din fig. 15.21 și rezultă $6,2 \text{ t/m}^2$.

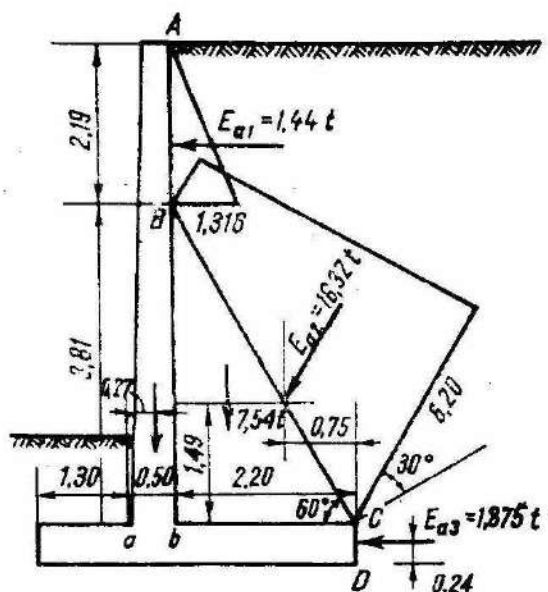


Fig. 15.20

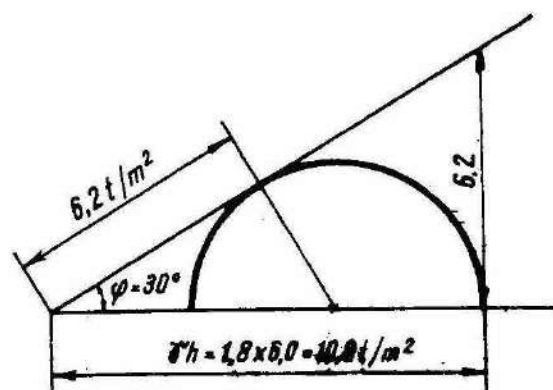


Fig. 15.21

Împingerea pământului pe suprafața $BC = \sqrt{3,81^2 + 2,20^2} = 4,35$ m
va fi

$$E_{a2} = \frac{1}{2} (1,316 + 6,2) 4,35 = 16,32 \text{ t/m.}$$

și are proiecțiile

$$E_{a2v} = 16,32 \sin 60^\circ = 14,12 \text{ t/m. și } E_{a2b} = 16,32 \cos 60^\circ = 8,16 \text{ t/m.}$$

Împingerea pământului pe fața CD se determină cu formula cunoscută:

$$E_{a3} = \frac{1}{2} 1,8(6,5^2 - 6,0^2) 0,334 = 1,875 \text{ m.}$$

$$\begin{aligned} \text{Greutatea prismului de pământ } BCb \text{ este } & \frac{1}{2} \times 1,8 \times 2,20 \times 3,81 = \\ & = 7,54 \text{ t/m.} \end{aligned}$$

Cu presiunile astfel determinate se refac calculele de verificare a stabilității la alunecare și răsturnare:

$$n_{s \text{ alunecare}} = \frac{0,40(7,54 + 10,12 + 14,12)}{1,44 + 8,16 + 1,875} = \frac{0,40 \times 31,78}{11,475} = 1,10 < 1,5;$$

$$\begin{aligned} n_{s \text{ răsturnare}} &= \frac{5,52 \times 1,57 + 4,60 \times 2 + 7,54 \times 2,53 + 14,12 \times 3,27}{1,418 \times 5,04 + 8,16 \times 1,99 + 1,875 \times 0,24} = \frac{83,14}{23,84} = \\ &= 3,5 > 1,5. \end{aligned}$$

Eforturile unitare pe terenul de fundație; excentricitatea este:

$$e =$$

$$= \frac{1,418 \times 5,04 + 8,16 \times 1,99 + 1,875 \times 0,24 + 5,52 \times 0,43 - 7,54 \times 0,53 - 14,12 \times 1,27}{7,54 + 10,12 + 14,12}$$

$$e = \frac{4,29}{31,78} = 0,135 \text{ m.}$$

De unde rezultă:

$$\sigma_{1,2} = \frac{31,78}{4 \times 1} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,135}{4} \right) = 7,95(1 \pm 0,20)$$

$$\sigma_1 = 9,54 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = 6,35 \text{ t/m}^2.$$

Solicitările secțiunii *ab* sînt:

- forță de compresiune 5,52 t;
- forță tăietoare $1,44 + 8,16 = 9,60 \text{ t}$;
- moment încovoietor: $1,44 \times 4,54 + 8,16 \times 1,49 = 18,69 \text{ tm}$.

Din cele expuse înainte rezultă că solicitările în cazul unor suprafețe de alunecare luate după linia frîntă *ABCD* sînt mai reduse. Pentru a obține o siguranță la alunecare mai mare ($n_s \geq 1,5$) se impun măsuri constructive.

În ceea ce privește calculul de stabilitate la răsturnare trebuie menționat că raportul între momentul de stabilitate și cel de răsturnare nu poate constitui un criteriu valabil întrucît un teren compresibil nu admite o răsturnare a zidului fără a se produce o scufundare în pămînt. În acest fel, noțiunea de coeficient de siguranță la răsturnare trebuie pusă în concordanță cu starea de echilibru limită.

Se presupune de pildă că talpa zidului, modificată așa cum arată fig. 15.22 este așezată la o adîncime de 2m într-un teren avînd caracteristicile $\Phi = 20^\circ$; $c = 0,1 \text{ kg/cm}^2$; $\gamma = 1,70 \text{ t/m}^3$.

Componenta verticală din greutatea zidului se reduce cu $0,50 \times 0,50 \times 2,3 = 0,575 \text{ t}$ iar greutatea pămîntului din spate crește cu $4,90 \text{ t/m}$. Coeficientul de răsturnare calculat ca raportul între momentul de răsturnare și de stabilitate se modifică în modul următor:

- momentul de răsturnare: $12,675 \times 2,17 = 27,5 \text{ tm}$;
- momentul de stabilitate: $5,52 \times 0,57 + 3,50 \times 0,50 \times 2,30 \times 1,75 + 29,73 \times 2,20 = 75,56 \text{ tm}$;

$$V = (10,12 - 0,575) + 24,83 + 4,90 = 39,27 \text{ t.}$$

$$n_s = \frac{75,56}{27,5} = 2,75 > 1,5; \quad e' = \frac{75,56 - 27,5}{39,27} = 1,22.$$

Plecînd de la sarcina critică a cărei repartizare este arătată în fig. 15.22 rezultă (coeficienții N_c , N_q și N_γ sînt luați din tabela 9.2):

$$cN_c + qN_q = 1 \times 14,80 + 1,7 \times 2,0 \times 6,40 = 36,55 \text{ t/m}^2;$$

$$\gamma N_\gamma = 1,70 \times 1,80 = 3,06$$

$$V_{cr} = 36,55 x + \frac{3,06x^2}{2}$$

$$V_{cr} e' = 36,55 \frac{x^2}{2} + \frac{2 \times 3,06x^3}{6}$$

$$1,19(36,55 + 1,53x) = 18,27x + 1,02x^2$$

$$x^2 + 16,12x - 42,65 = 0; \quad x = 2,31 \text{ m.}$$

$$V_{cr} = 36,55 \times 2,31 + 1,53 \times 2,31^2 = 92,55 \text{ t}$$

$$n_s = \frac{V_{cr}}{V} = \frac{92,55}{39,27} = 2,35 < 2,70.$$

După cum se vede, coeficientul de siguranță la răsturnare, considerînd comportarea terenului la atingerea stării limită, ajunge la alte valori (mai mici) decît cele obținute prin aplicarea formulei obișnuite.

Talpa zidului este formată dintr-o placă de beton armat în care este încastrat peretele vertical. În cazul unei înălțimi mai mari, se prevăd la distanțe de 4—6 m nervuri verticale care sînt legate cu placa tălpii inferioare transmițînd astfel încărcările pe terenul de fundație.

Placa inferioară este solicitată pe partea superioară de greutatea masivului de pămînt, care din cauza excentricității se repartizează trapezoidal iar pe partea inferioară de presiunile transmise pe teren. Cu toate că rezultantele celor două solicitări coincid, repartizarea lor este inegală și de aceea se nasc în diferitele secțiuni verticale momente de încovoiere care trebuie preluate de secțiunea de beton armat și de armătura respectivă.

Se consideră deci o placă de beton armat de lățimea $2b = 3,50 \text{ m}$ încărcată excentric pe suprafața exterioară cu o încărcare continuă, a cărei rezultantă în direcția verticală $V = 39,27 \text{ t}$ este aplicată la o distanță de centru $e_0 = 0,31 \text{ m}$. Repartizarea încărcării se consideră trapezoidală, așa cum arată fig. 15.23. Parametrii trapezului rezultă din:

$$y_m = \frac{V}{b}; \quad \frac{4y_1 b^2}{6} = Ve_0;$$

$$y_m = \frac{39,27}{3,50} = 11,20 \text{ t/m}^2; \quad \frac{y_1 \times 1,75^2}{6} \times 4 = 39,27 \times 0,31$$

$$y_1 = 6,9 \text{ t/m}^2.$$

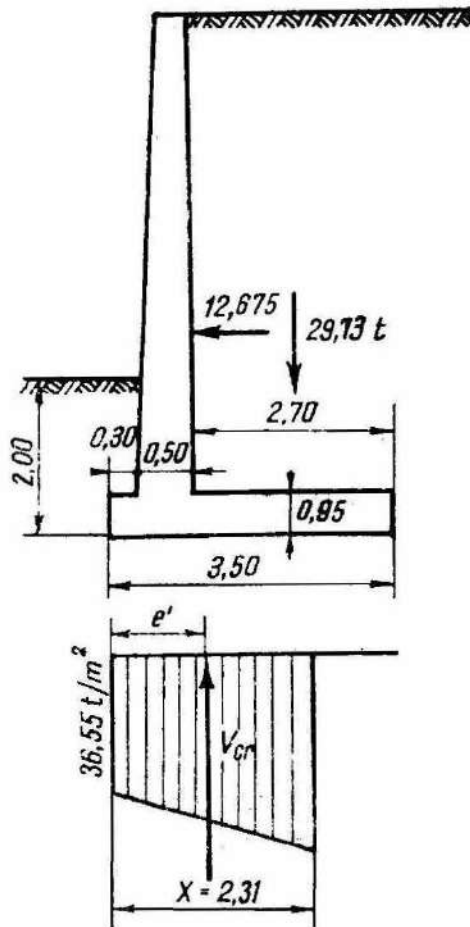


Fig. 15.22

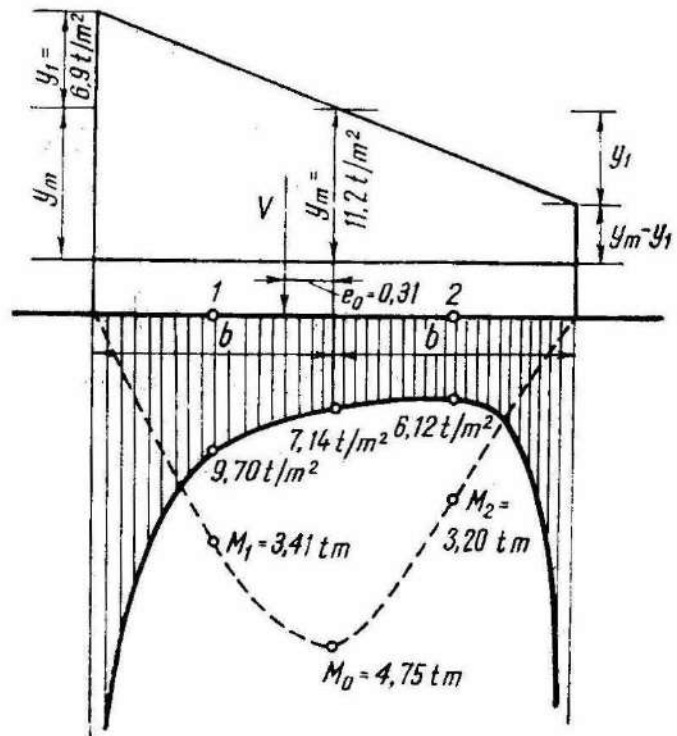


Fig. 15.23

Repartizarea presiunilor pe talpa plăcii, considerînd-o ca un element absolut rigid rezultă după teoria elasticității și este egală cu

$$p(x) = \frac{P}{\pi} \frac{1}{\sqrt{b^2 - x^2}} \left(1 \pm \frac{2e_0 x}{b^2} \right); \quad p(0) = \frac{P}{\pi b} = \frac{39,27}{3,14 \times 1,75} = 7,14 \text{ t/m}^2$$

(semnul minus se referă la partea din dreapta față de centrul plăcii). Tot astfel se obțin și valorile presiunilor în punctele $x = \pm \frac{b}{2}$ care sînt trecute pe figuri.

Momentele M_0 ; M_1 ; M_2 în punctele avînd abscisa respectiv $x = 0$;

$x = \pm \frac{b}{2}$, sînt date de expresiile:

$$M_0 = \int_0^b p_x \cdot x \cdot dx - \frac{b^2 y_m}{2} - \frac{y_1 \cdot b^2}{3} = \frac{P}{\pi} \left[\int_0^b \frac{x \cdot dx}{\sqrt{b^2 - x^2}} + \frac{2e_0}{b^2} \cdot \frac{x^2 \cdot dx}{\sqrt{b^2 - x^2}} \right] - \frac{b^2}{6} (3y_m + 2y_1) = \frac{P}{\pi} \left(B_1 + \frac{2e_0}{b^2} C_1 \right) - \frac{b^2}{6} (3y_m + 2y_1);$$

$$M_1 = \int_{\frac{b}{2}}^b p_x \left(x - \frac{b}{2} \right) dx - \frac{b^2}{8} (y_m + 0,5y_1) - \frac{y_1 b^2}{24} = \frac{P}{\pi} \left[B_2 + \frac{2e_0}{b^2} C_2 - \right. \\ \left. - \frac{b}{2} \left(A_2 + \frac{2e_0}{b^2} B_2 \right) \right] - \frac{b^2}{24} (3y_m + 2,5y_1);$$

$$M_2 = \int_{\frac{b}{2}}^b p_x \left(x - \frac{b}{2} \right) dx - \frac{b^2(y_m - y_1)}{8} - \frac{y_1 \cdot b^2}{48} = \frac{P}{\pi} \left[B_2 - \frac{2e_0}{b^2} C_2 - \right. \\ \left. - \frac{b}{2} \left(A_2 - \frac{2e_0}{b^2} B_2 \right) \right] - \frac{b^2}{48} (6y_m - 5y_1);$$

în care:

$$B_1 = \int_0^b \frac{x \cdot dx}{\sqrt{b^2 - x^2}}; \quad C_1 = \int_0^b \frac{x^2 \cdot dx}{\sqrt{b^2 - x^2}}; \quad A_2 = \int_{\frac{b}{2}}^b \frac{dx}{\sqrt{b^2 - x^2}};$$

$$B_2 = \int_{\frac{b}{2}}^b \frac{x \cdot dx}{\sqrt{b^2 - x^2}}; \quad C_2 = \int_{\frac{b}{2}}^b \frac{x^2 \cdot dx}{\sqrt{b^2 - x^2}}$$

Pentru $x = 0$:

$$B_1 = b; \quad C_1 = \frac{b^2}{2} \cdot \frac{\pi}{2}; \quad P = V = 39,27 \text{ t}; \quad e_0 = 0,31 \text{ m};$$

$$y_m = 11,2 \text{ t/m}; \quad y_1 = 6,9 \text{ t/m}.$$

$$M_0 = V \left(\frac{b}{\pi} + \frac{e_0}{2} \right) - \frac{b^2}{6} (3y_m + 2y_1) = 39,27 \left(\frac{1,75}{3,14} + \frac{0,31}{2} \right) - \\ - \frac{1,75^2}{6} (3 \times 11,2 + 2 \times 6,9) = 4,75 \text{ tm}.$$

Pentru $x = + \frac{b}{2}$:

$$A_2 = \frac{\pi}{3}; \quad B_2 = \frac{b}{2} \sqrt{3}; \quad C_2 = \frac{b^2}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{3} \right);$$

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \frac{P}{\pi} \left[\frac{b}{2} \sqrt{3} + e_0 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{b}{2} \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{e_0 \sqrt{3}}{2} \right] - \frac{b^2}{24} (3y_m + 2,5 y_1) = \\
 &= V \left[\frac{b}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\pi} - \frac{1}{3} \right) + e_0 \left(\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \right) \right] - \frac{b^2}{24} (3y_m + 2,5 y_1) = \\
 &= 39,27[0,875(0,552 - 0,333) + 0,31(0,333 - 0,138) - \\
 &\quad - \frac{1,75^2}{24} (3 \times 11,2 + 2,5 \times 6,9)] = 3,41 \text{ tm.}
 \end{aligned}$$

Pentru $x = -\frac{b}{2}$

$$\begin{aligned}
 M_2 &= \frac{P}{\pi} \left[\frac{b}{2} \sqrt{3} - e_0 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{b}{2} \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{e_0 \sqrt{3}}{2} \right] - \frac{b^2}{48} (6y_m - 5y_1) = \\
 &= P \left[\frac{b}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\pi} - \frac{1}{3} \right) + e_0 \left(\frac{\sqrt{3}}{4\pi} - \frac{1}{3} \right) \right] - \frac{b^2}{48} (6y_m - 5y_1) = \\
 &= 39,27[0,875(0,552 - 0,333) + 0,31(0,138 - 0,333)] - \frac{1,75^2}{48} (6 \times 11,2 - \\
 &\quad - 5 \times 6,9) = 3,20 \text{ tm.}
 \end{aligned}$$

În fig. 15.23 este desenată diagrama momentelor în secțiunile plăcii, pentru care urmează a fi dimensionată armătura.

16

CONLUCRAREA ÎNTRE SUPRASTRUCTURĂ, FUNDAȚIE ȘI TERENUL DE FUNDAȚIE. CALCULUL GRINZILOR ȘI PLĂCILOR PE MEDIU ELASTIC

În general, fundațiile se calculează presupunând o repartizare liniară a presiunilor pe suprafața de contact între fundație și terenul de fundație cu condiția ca rezultanta acestor presiuni să echilibreze încărcările exterioare.

În realitate, repartizarea presiunilor sub talpa de fundație depinde de deformabilitatea terenului de fundație și a elementului de construcție care transmite încărcările pe teren, respectînd condiția că în orice punct al suprafeței de contact cele două deplasări să fie identice.

Calculul fundațiilor în cazul unei repartizări liniare a presiunilor pe teren este dat în cap. 17 și 18. De asemenea, în aceste capitole sînt date și exemple de calcul folosind expresiile rezultate din rezolvarea problemei de contact între un corp absolut rigid și un mediu compresibil.

În prezentul capitol este tratat calculul fundațiilor după metode care țin seama de conlucrarea între două medii deformabile, care rămân permanent în contact pe toată suprafața.

În principiu există mai multe metode prin care se exprimă conlucrarea între teren și fundație; în exemplele de calcul care urmează sînt prezentate numai două metode de calcul, care sînt cele mai cunoscute și a căror aplicare în practică este cea mai simplă.

1) Calculul fundațiilor după metoda coeficientului de pat (denumită și metoda Winkler-Fuss) presupune o dependență liniară între presiunea p transmisă pe teren și deplasarea y în punctul respectiv.

$$p = k \cdot y \quad (16.1)$$

în care coeficientul de proporționalitate k , în kg/cm^3 sau t/m^3 , reprezintă coeficientul de pat.

Valorile acestui coeficient sînt date în tabele literatura de specialitate, în funcție de natura terenului de fundație.

Coeficientul k poate fi stabilit și cu ajutorul valorii E determinată prin încercări pe teren, folosind următoarele relații;

$$k = \frac{E}{(1 - \nu)^2 H} \text{ sau } k = \frac{(1 - \nu) E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu) H} \quad (16.2)$$

unde H este grosimea stratului compresibil.

Pentru grinda de lățime b infinit de lungă, încărcată cu o sarcină concentrată P , din rezolvarea ecuației diferențiale de bază care exprimă relațiile între linia deformată a grinzii și încărcarea p , în t/m^2 , de pe suprafața de contact, rezultă următoarele expresii pentru solicitările M , Q și deplasările din orice secțiune situate la o distanță x de punctul de aplicație al forței concentrate.

Notînd cu $l_e = \sqrt[4]{\frac{4EI}{kb}}$ și cu $\bar{x}$ abscisele adimensionale $\bar{x} = \frac{x}{l_e}$, solicitările au următoarele expresii:

$$M = \alpha Pl_e \quad (16.3)$$

$$Q = \beta P \quad (16.4)$$

$$y = \gamma \frac{P}{l_e b k} \quad (16.5)$$

în care α , β , γ sînt funcții de $\bar{x}$ ale căror valori sînt date în tabele reproduse în literatura de specialitate [14]. De asemenea, se poate determina valoarea coeficienților α , β , γ cu ajutorul tablei 17.2, cunoscînd următoarele relații:

$$\alpha = \frac{\Psi}{4}; \quad \beta = \frac{\Theta}{2}; \quad \gamma = \frac{\Phi}{2}, \quad (16.6)$$

După cum se știe, curbele care reprezintă α , β , γ sînt și linii de influență; în orice secțiune a grinzii, solicitările datorite unui șir de încărcări concentrate sau uniform distribuite se pot determina prin însumarea produselor între încărcările respective și valorile α , β , γ extrase din tabele pentru abscisele $\bar{x}$ ale punctelor de aplicație.

Pentru a calcula cu aceleași expresii și tabele grinzi cu lungime finită, se introduc patru forțe fictive V_1, V_2, V_3, V_4 , ale căror valori se determină din următoarele patru condiții de margine: momentele și forțele tăietoare la cele două capete ale grinzii trebuie să se anuleze. Pentru simplificarea calculului se așază V_1 la distanța $\bar{x} = \frac{\pi}{2}$ de la marginea din stînga a grinzii iar V_3 la aceeași distanță dar de la marginea din dreapta a grinzii. După cum se vede din tabelă, o astfel de așezare a forțelor fictive dă $\beta = 0$ pentru marginile grinzii. De asemenea, se așază V_2 , respectiv V_4 , la distanța $\bar{x} = \frac{\pi}{4}$ de capetele grinzii; în felul acesta, momentele de la margine (coeficientul α) datorită acestor forțe devin egale cu zero. Pentru simplificare se neglijează de asemenea influența forțelor fictive V asupra solicitărilor de la marginea opusă a grinzii atunci cînd ele sînt situate la distanțe mari ($\bar{x} > 5$), cînd grinda are o lungime mare.

Din tabele reiese: pentru $\bar{x} = \frac{\pi}{4}$; $\alpha = 0$;

$\beta = -0,160$; iar pentru $\bar{x} = \frac{\pi}{2}$; $\alpha = -0,052$; $\beta = 0$.

Cu aceste simplificări, cele patru condiții de margine se scriu:

$$\begin{aligned} M_A = \Sigma F_i \alpha_{iA} &= 0; & -0,052 V_1 + \Sigma P_i \alpha_{iA} &= 0; \\ Q_A = \Sigma F_i \beta_{iA} &= 0; & -0,160 V_2 - \Sigma P_i \beta_{iA} &= 0; \\ M_B = \Sigma F_i \alpha_{iB} &= 0; & -0,052 V_3 + \Sigma P_i \alpha_{iB} &= 0; \\ Q_B = \Sigma F_i \beta_{iB} &= 0; & +0,160 V_4 + \Sigma P_i \beta_{iB} &= 0. \end{aligned} \quad (16.7)$$

Cu F_i s-au notat toate forțele, P_i și V_i , care acționează asupra grinzii de lungime infinită.

Rezultă:

$$\begin{aligned} V_1 &= + \frac{\Sigma P_i \alpha_{iA}}{0,052}; & V_2 &= - \frac{\Sigma P_i \beta_{iA}}{0,160}; \\ V_3 &= + \frac{\Sigma P_i \alpha_{iB}}{0,052}; & V_4 &= - \frac{\Sigma P_i \beta_{iB}}{0,160}. \end{aligned} \quad (16.8)$$

Aceste forțe fictive se adaugă la cele care acționează pe grindă determinînd prin însumare solicitările ei.

2) Calculul grinzilor și plăcilor pe mediu deformabil, după teoria spațiului sau planului semiinfinit elastic evită unele deficiențe de natură fizică ale metodei Winkler, dar necesită un volum de calcul mai mare. În principiu, în cazul unei grinzi care reazemă pe un mediu tasabil, calculul după metoda Jemocikin se desfășoară în felul următor:

O grindă de lungime l și lățime b este încărcată cu forțele care rezultă din calculul static, inclusiv eventualele solicitări care apar din anumite condiții pe contur (marginii încastrate etc.). Grinda se împarte într-un număr de cîmpuri, avînd lungimea $c = \frac{l}{n}$, astfel că fiecare cîmp constituie un dreptunghi cu laturile b și c . Repartizarea continuă a presiunilor reactive de pe talpă se aproximează presupunînd că în interiorul unui cîmp i presiunea p_i se distribuie uniform și poate fi înlocuită cu o rezultantă $X_i = p_i \cdot b \cdot c$. Rezultă o grindă avînd solicitările exterioare și rezemată pe un număr n de forțe concentrate X_i reprezentînd reazemele tasabile.

Pentru a putea folosi metodele cunoscute din statica construcțiilor, se consideră în mod convențional grindă încastrată la unul din capete. În felul acesta se poate scrie un sistem de ecuații de condiție (canonice) din care se determină necunoscutele X_i (în cazul în care grindă este încărcată simetric se obține reducerea la jumătate a numărului de necunoscute X_i considerînd încastrarea la mijlocul grinzii):

$$\begin{aligned} X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} + X_3\delta_{13} + \dots X_n\delta_{1n} + \Delta_{1p} + y_0 + a_1\varphi_0 &= 0 \\ X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} + X_3\delta_{23} + \dots X_n\delta_{2n} + \Delta_{2p} + y_0 + a_2\varphi_0 &= 0 \\ \vdots & \\ X_1\delta_{n1} + X_2\delta_{n2} + X_3\delta_{n3} + \dots X_n\delta_{nn} + \Delta_{np} + y_0 + a_n\varphi_0 &= 0 \end{aligned} \quad (16.9)$$

la care se adaugă ecuațiile de echilibru:

$$\Sigma X_i = \Sigma P;$$

$$\Sigma X_i a_i = \Sigma M.$$

În acest sistem de ecuații, y_0 și φ_0 reprezintă deplasarea și rotirea grinzii în încastrare.

Coeficienții δ_{ik} reprezintă deplasarea reazemului din punctul i în urma acțiunii reacțiunii unitare X_k din punctul k . Ei se compun din deplasarea v_{ik} datorită încovoierii grinzii și din deplasarea y_{ik} datorită tasării mediului elastic (terenului).

$$\delta_{ik} = v_{ik} + y_{ik} \quad (16.10)$$

unde

$$v_{ik} = \frac{c^2}{6E_b I} \cdot w_{ik} \text{ iar } y_{ik} = \frac{1 - \nu^2}{\pi E c} F_{ik}$$

După înlocuirea acestor expresii în relația (16.10) se obține

$$\delta_{ik} = \alpha w_{ik} + F_{ik} \quad (16.11)$$

unde :

$$\alpha = \frac{\pi E c^4}{6 E_b I (1 - \nu^2)} \quad \text{în cazul spațial} \quad (16.12)$$

și

$$\alpha = \frac{\pi E c^3}{6 E_b I (1 - \nu)} \quad \text{în cazul deformației plane.} \quad (16.13)$$

Coeficientul w_{ik} poate fi calculat cu formula :

$$w_{ik} = \left(\frac{a_k}{c} \right)^2 \left(3 \frac{a_i}{c} - \frac{a_k}{c} \right) \quad (16.14)$$

în care a_k și a_i sînt distanțele punctului k respectiv i de la încastrarea convențională.

Coeficientul F_{ik} se extrage din tabelele aflate în literatura de specialitate [14] atît pentru cazul spațial cît și pentru cazul deformației plane.

Numărul de cîmpuri de lungime c depinde de gradul de exactitate cerut. În calculul grinzii pe mediu tasabil cu această metodă trebuie menționate următoarele :

— spre margine valorile X_i cresc foarte repede ceea ce influențează solicitările într-o măsură foarte mare;

— valorile y_{ik} din formula (16.10) care se obțin din tabele pentru F_{ik} reprezintă numai diferențele de tasări față de un punct fix deoarece prin rezolvarea problemei Flamant pentru semiplan s-ar obține valori infinite;

— în ecuațiile canonicetoți termenii sînt de fapt înmulțiți cu un coeficient β care în cazul spațial este egal cu $\beta = \frac{\pi E c}{1 - \nu^2}$, iar în cazul deformației plane

cu $\beta = \frac{\pi E}{1 - \nu^2}$. De aceea, pentru a obține valorile reale ale deplasărilor y_0 și φ_0 mărimile respective care rezultă din rezolvarea sistemului (16.9) trebuie înmulțite cu acești factori.

Cînd talpa fundației are o formă mai complicată iar împărțirea suprafeței de contact în dreptunghiuri ar prezenta dificultăți la calculul deplasărilor y_{ik} , se poate proceda astfel : se împarte această suprafață în diferite cîmpuri, înlocuindu-le apoi prin cercuri de suprafață egală încărcate cu o presiune medie p_i .

Valorile y_{ik} depind în acest caz numai de raportul între raza cercului i și distanța punctului k față de centrul cercului i . Valorile respective F sînt date în tabele [14] sau pot fi determinate după metodele arătate în cap. 7.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 16.1. Să se verifice dimensionarea tălpii continue de fundație pentru trei stâlpi avînd sarcinile: $P_I = 200$ t; $P_{II} = 100$ t; $P_{III} = 150$ t.

Presiunea admisibilă pe teren este: $\sigma_a = 3$ kg/cm², iar coeficientul de pat al terenului: $k = 10$ kg/cm³.

Fundația este executată din beton B 170, cu armături din oțel OL 38 ($E_b = 160\,000$ kg/cm²).

Rezolvare. Sarcinile stîlpilor fiind sensibil diferite între ele, metoda aproximativă de calcul, considerînd grinda continuă încărcată uniform, nu poate fi folosită. De aceea se va utiliza metoda de calcul a grinzii pe mediu elastic, cu coeficient de pat aplicînd procedeul „forțelor fictive exterioare”.

Grinda se verifică în următoarele secțiuni (fig. 16.1, a):

— la extremități (secțiunile 0 și 16) unde presiunea pe teren ar putea fi maximă;

— în secțiunile de la marginile stîlpilor (1, 3, 7, 9, 13, 15), pentru determinarea eventualelor presiuni maxime pe teren, a momentelor pe reazeme și a forțelor tăietoare maxime, reduse la marginea reazemelor;

— în secțiunile din axele stîlpilor (2, 8, 14), pentru determinarea momentelor maxime în axa reazemelor (M_{max}), față de care momentele reduse a marginile reazemelor nu pot fi mai mici de $0,85 M_{max}$;

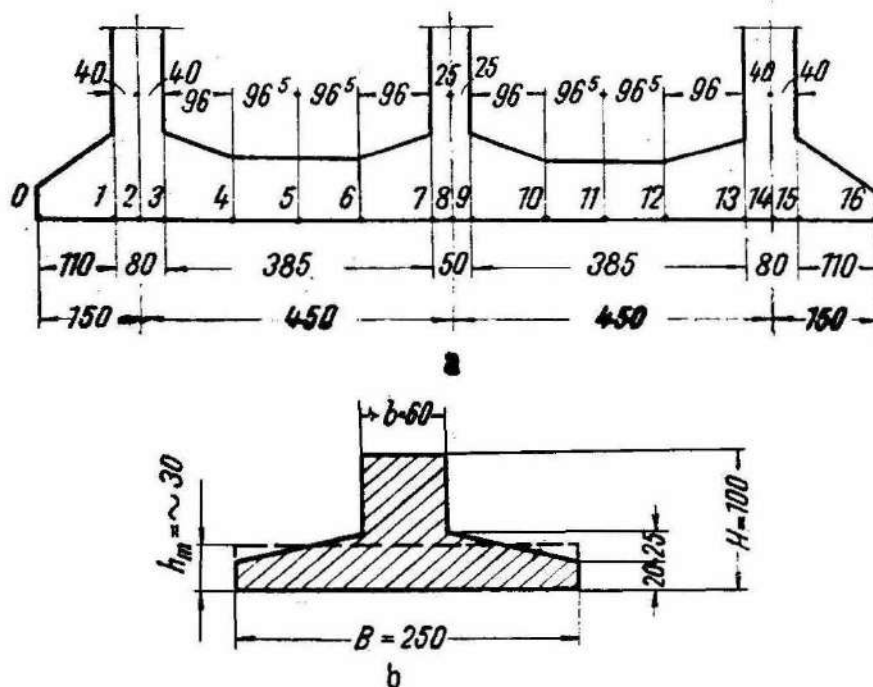


Fig. 16.1

— în secțiunile din mijlocul deschiderii între stâlpi (5, 11), pentru aflarea momentelor maxime din câmp, care se produc în apropierea acestor secțiuni;

— în secțiunile de la marginile vutelor (4, 6, 10, 12), pentru verificarea la forță tăietoare și pentru trasarea completă a diagramei momentelor în câmp.

Pentru calculul momentului de inerție al tălpilor, se admit următoarele dimensiuni (fig. 16.1, b):

$$H = 1,0 \text{ m}; \quad b = 60 \text{ cm}; \quad B = 2,5 \text{ m}; \quad h_{med} = 30 \text{ cm}.$$

$$\frac{B}{b} = \frac{250}{60} = 4,17; \quad \frac{h_{med}}{H} = \frac{30}{100} = 0,30.$$

Cu tabela 1 din STAS 3599-52 se calculează:

$$I = \eta \frac{bH^3}{12} = 1,80 \frac{60 \times 100^3}{12} = 9 \times 10^6 \text{ cm}^4.$$

$$l_e = \sqrt[4]{\frac{4EI}{kB}} = \sqrt[4]{\frac{4 \times 160\,000 \times 9 \times 10^6}{10 \times 250}} = 219 \text{ cm}.$$

Schema de calcul a grinzii, după introducerea forțelor fictive și transformarea lungimilor în mărimi adimensionale $\bar{x} = \frac{x}{l_e}$, este dată în fig. 16.2.

Pentru determinarea forțelor fictive V_1, V_2, V_3, V_4 se folosesc relațiile (16.8). Coeficienții α și β pentru secțiunile 0 și 16 se găsesc în tabela 16.1:

$$V_1 = \frac{1,8}{0,052} = + 34,7 \text{ t}; \quad V_2 = + \frac{36,1}{0,160} = + 226 \text{ t};$$

$$V_3 = + \frac{1,0}{0,052} = + 19,2 \text{ t}; \quad V_4 = + \frac{26,3}{0,160} = + 164 \text{ t}.$$

Tabela 16.1

Forța	P_t	$\bar{x}_0$	$\bar{x}_{16}$	α_{i0}	β_{i0}	α_{i16}	β_{i16}	$P\alpha_{i0}$	$P\beta_{i0}$	$P\alpha_{i16}$	$P\beta_{i16}$
P_I	200	0,685	4,795	+0,018	-0,195	+0,002	0	+3,6	-39,0	+0,4	0
P_{II}	100	2,740	2,740	-0,021	+0,029	-0,021	+0,029	-2,1	+2,9	-2,1	+2,9
P_{III}	150	4,795	0,685	+0,002	0	+0,018	-0,195	+0,3	0	+2,7	-29,2
							Σ	+1,8	-36,1	+1,0	-26,3

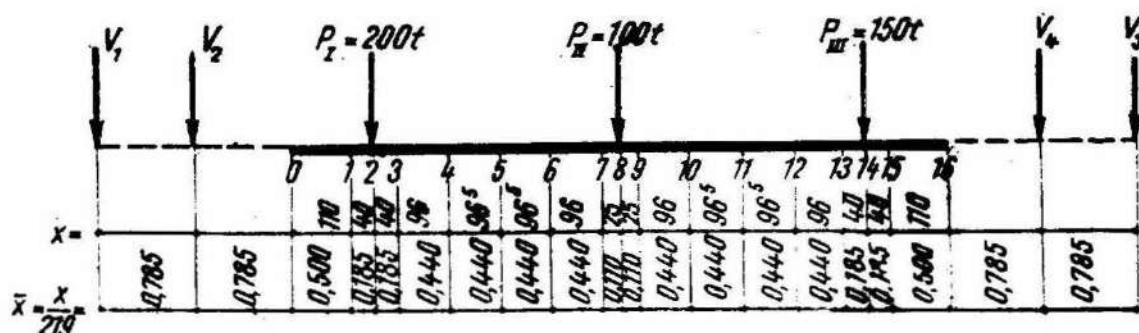


Fig. 16.2

Calculul presiunii pe teren al forței tăietoare și al momentului încovoietor în secțiunile 0—16 se face în felul următor:

Pentru secțiunea 0 se determină numai p_0 ($M_0 = 0$, $Q_0 = 0$). De asemenea, se neglijează efectul forțelor V_3 , V_4 , care sînt situate departe de secțiunea 0 ($\bar{x} > 5$).

Calcululele sînt prezentate în tabela 16.2.

$$p_0 = \frac{\Sigma F_i \gamma_{i0}}{10 l_e B} = \frac{145,2}{10 \times 2,19 \times 2,50} = 0,01825 \times 145,2 = 2,65 \text{ kg/cm}^2.$$

Tabela 16.2

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	γ_{i0}	$F_i \gamma_{i0}$
V_1	34,7	+ 1,570	+ 0,115	+ 4,0
V_2	226	+ 0,785	+ 0,320	+ 72,4
P_I	200	— 0,685	+ 0,355	+ 71,0
P_{II}	100	— 2,740	— 0,016	— 1,6
P_{III}	150	— 4,795	— 0,004	— 0,6
				$\Sigma + 145,2$

Pentru secțiunea 1 calcululele sînt prezentate în tabela 16.3.

$$p_1 = 0,01825 \times 135,1 = 2,47 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_1 = \Sigma F_i \beta_{i1} = + 70,3 \text{ t};$$

$$M_1 = l_e \Sigma F_i \alpha_{i1} = + 2,19 \times 17,1 = + 37,4 \text{ tm}.$$

Tabela 16.3

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i1}	β_{i1}	γ_{i1}	$F_i \alpha_{i1}$	$F_i \beta_{i1}$	$F_i \gamma_{i1}$
V_1	34,7	+2,070	-0,042	+0,030	+0,025	- 1,5	+ 1,0	+ 0,9
V_2	226	+1,285	-0,048	-0,040	+0,170	- 10,9	- 9,0	+ 38,5
P_I	200	-0,185	+0,165	-0,410	+0,481	+ 33,0	+ 82,0	+ 96,2
P_{II}	100	-2,240	-0,038	+0,032	+0,009	- 3,8	- 3,2	+ 0,9
P_{III}	150	-4,295	+0,002	+0,003	-0,009	+ 0,3	- 0,5	- 1,4
					Σ	+ 17,1	+ 70,3	+135,1

Observație. Pentru forțele P_I , P_{II} , P_{III} , care sînt aplicate în dreapta secțiunii I, produsul $F_i \cdot \beta_{i1}$ a fost luat cu semn schimbat.

Pentru secțiunea 2 calculele sînt prezentate în tabela 16.4.

$$p_2 = 0,01825 \times 129,4 = 2,36 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_2 = \begin{cases} \text{în stînga secțiunii} = + 93,9 \text{ t;} \\ \text{în dreapta secțiunii} = - 106,1 \text{ t;} \end{cases}$$

$$M_2 = + 2,19 \times 33,1 = + 72,5 \text{ tm.}$$

Tabela 16.4

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i2}	β_{i2}	γ_{i2}	$F_i \alpha_{i2}$	$F_i \beta_{i2}$	$F_i \gamma_{i2}$
V_1	34,7	+2,255	-0,037	+0,032	+0,008	- 1,3	+ 1,1	+ 0,3
V_2	226	+1,470	-0,051	-0,015	+0,124	- 11,5	- 3,4	+ 28,1
P_I	200	0	+0,250	-0,500	+0,500	+ 50,0	$\pm 100,0$	+100,0
P_{II}	100	-2,055	-0,043	+0,030	+0,027	- 4,3	- 3,0	+ 2,7
P_{III}	150	-4,110	+0,001	+0,005	-0,012	+ 0,2	- 0,8	- 1,8
					Σ	+ 33,1	+ 93,9 -106,1	+129,4

Observație. Pentru forța P_I care se aplică în secțiunea 2, se determină forța tăietoare în stînga secțiunii, unde β se introduce cu semn schimbat, deoarece forța P_I este în dreapta secțiunii de calcul, apoi se determină forța tăietoare în dreapta secțiunii, unde β se introduce cu semnul lui, deoarece P_I este în stînga secțiunii de calcul.

Pentru secțiunea 3 calculele sînt prezentate în tabela 16.5.

$$p_3 = 0,01825 \times 122,7 = 2,24 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_3 = -82,4 \text{ t};$$

$$M_3 = +2,19 \times 15,5 = +34 \text{ tm.}$$

Tabela 16.5

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_i}$	α_{i3}	β_{i3}	γ_{i3}	$F_i \alpha_{i3}$	$F_i \beta_{i3}$	$F_i \gamma_{i3}$
V_1	34,1	+2,440	-0,031	+0,033	-0,005	- 1,1	+ 1,1	- 0,2
V_2	226	+1,655	-0,051	+0,008	+0,104	- 11,5	+ 1,8	+ 23,6
P_I	200	+0,185	+0,165	-0,410	+0,481	+ 33,0	- 82,0	+ 96,2
P_{II}	100	-1,870	-0,049	+0,022	+0,051	- 4,9	- 2,2	+ 5,1
P_{III}	150	-3,925	0	+0,007	-0,014	0	- 1,1	- 2,0
					Σ	+ 15,5	- 82,4	+122,7

Pentru secțiunea 4 calculele sînt prezentate în tabela 16.6. Se introduce în calcul și forța V_4 , neglijîndu-se numai V_3 , pentru care $\bar{x} > 5$.

$$p_4 = 0,01825 \times 91,3 = 1,67 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_4 = -36 \text{ t};$$

$$M_4 = -2,19 \times 9,4 = -20,6 \text{ tm.}$$

Tabela 16.6

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i4}	β_{i4}	γ_{i4}	$F_i \alpha_{i4}$	$F_i \beta_{i4}$	$F_i \gamma_{i4}$
V_1	34,7	+2,880	-0,017	+0,027	-0,020	-0,5	+ 0,9	- 0,7
V_2	226	+2,095	-0,042	+0,030	+0,023	-9,5	+ 6,8	+ 5,2
P_I	200	+0,625	+0,031	-0,217	+0,373	+6,2	-43,4	+74,6
P_{II}	100	-1,430	-0,051	-0,018	+0,134	-5,1	+ 1,8	+13,4
P_{III}	150	-3,485	-0,005	+0,015	-0,020	-0,8	- 2,3	- 3,0
V_4	164	-4,955	+0,002	-0,001	-0,001	+0,3	+ 0,2	- 0,2
Σ						-9,4	-36,0	+91,3

Pentru secțiunea 5 calculele sînt prezentate în tabela 16.7.

$$p_5 = 0,01825 \times 64,8 = 1,18 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_5 = -5 \text{ t};$$

$$M_5 = -2,19 \times 17,2 = -37,7 \text{ tm.}$$

Tabela 16.7

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i5}	β_{i5}	γ_{i5}	$F_i \alpha_{i5}$	$F_i \beta_{i5}$	$F_i \gamma_{i5}$
V_1	34,7	+3,320	-0,008	+0,017	-0,020	-0,3	+0,6	-0,7
V_2	226	+2,535	-0,028	+0,032	-0,010	-6,3	+7,2	-2,3
P_I	200	+1,065	-0,034	-0,085	+0,231	-6,8	-17,0	+46,2
P_{II}	100	-0,990	-0,027	-0,103	+0,258	-2,7	+10,3	+25,8
P_{III}	150	-3,045	-0,009	+0,025	-0,021	-1,4	-3,7	-3,2
V_4	164	-4,515	+0,002	+0,001	-0,006	+0,3	-0,2	-1,0
Σ						-17,2	-5,0	+64,8

Pentru secțiunea 6 calculele sînt prezentate în tabela 16.8.

$$p_6 = 0,01825 \times 55,6 = 1,01 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_6 = +23,5 \text{ t};$$

$$M_6 = -2,19 \times 12,5 = -27,4 \text{ tm.}$$

Tabela 16.8

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i6}	β_{i6}	γ_{i6}	$F_i \alpha_{i6}$	$F_i \beta_{i6}$	$F_i \gamma_{i6}$
V_1	34,7	+3,760	-0,001	+0,010	-0,017	0	+0,3	-0,6
V_2	226	+2,975	-0,015	+0,025	-0,020	-3,4	+5,7	-4,5
P_I	200	+1,505	-0,051	-0,008	+0,122	-10,2	-1,6	+24,4
P_{II}	100	-0,550	+0,047	-0,246	+0,400	+4,7	+24,6	+40,0
P_{III}	150	-2,605	-0,025	+0,031	-0,011	-3,8	-4,7	-1,7
V_4	164	-4,075	+0,001	+0,005	-0,012	+0,2	+0,8	-2,0
Σ						-12,5	+23,5	+55,6

Pentru secțiunea 7 calculele sînt prezentate în tabela 16.9; se introduce în calcul și forța V_3 :

$$p_7 = 0,01825 \times 51,8 = 0,94 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_7 = + 46,4 \text{ t};$$

$$M_7 = + 2,19 \times 3,2 = + 7,0 \text{ tm.}$$

Tabela 16.9

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i7}	β_{i7}	γ_{i7}	$F_i \alpha_{i7}$	$F_i \beta_{i7}$	$F_i \gamma_{i7}$
V_1	34,7	+4,200	+0,002	+0,003	-0,010	+ 0,1	+ 0,1	- 0,3
V_2	226	+3,415	-0,005	+0,015	-0,020	- 1,1	+ 3,4	- 4,5
P_I	200	+1,945	-0,046	+0,026	+0,041	- 9,2	+ 5,2	+ 8,2
P_{II}	100	-0,110	+0,197	-0,445	+0,489	+19,7	+44,5	+48,9
P_{III}	150	-2,165	-0,040	+0,032	+0,017	- 6,0	- 4,8	+ 2,6
V_4	164	-3,635	-0,002	+0,012	-0,018	- 0,3	- 2,0	- 3,0
V_3	19,2	-4,420	+0,002	+0,002	-0,008	0	0	- 0,1
Σ						+ 3,2	+46,4	+51,8

Pentru secțiunea 8 calculele sînt în tabela 16.10:

$$p_8 = 0,01825 \times 50,9 = 0,93 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_8 = \begin{cases} \text{stînga} & + 52,4 \text{ t}; \\ \text{dreapta} & - 47,6 \text{ t}; \end{cases}$$

$$M_8 = + 2,19 \times 8,3 = + 18,2 \text{ tm.}$$

Tabela 16.10

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i8}	β_{i8}	γ_{i8}	$F_i \alpha_{i8}$	$F_i \beta_{i8}$	$F_i \gamma_{i8}$
V_1	34,7	+4,310	+0,002	+0,002	-0,009	0	0	- 0,3
V_2	226	+3,525	-0,004	+0,014	-0,019	- 0,9	+ 3,2	- 4,3
P_I	200	+2,055	-0,043	+0,030	+0,025	- 8,6	+ 6,0	+ 5,0
P_{II}	100	0	+0,250	-0,500	+0,500	+25,0	+50,0	+50,0
P_{III}	150	-2,055	-0,043	+0,030	+0,025	- 6,5	- 4,5	+ 3,8
V_4	164	-3,525	-0,004	+0,014	-0,019	- 0,7	- 2,3	- 3,1
V_3	19,2	-4,310	+0,002	+0,002	-0,009	0	0	- 0,2
Σ						+ 8,3	+52,4 -47,6	+50,9

Pentru secțiunea 9 calculele sînt prezentate în tabela 16.11:

$$p_9 = 0,01825 \times 50,5 = 0,92 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_9 = -41,7 \text{ t};$$

$$M_9 = +2,19 \times 3,4 = +7,4 \text{ tm.}$$

Tabela 16.11

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i9}	β_{i9}	γ_{i9}	$F_i \alpha_{i9}$	$F_i \beta_{i9}$	$F_i \gamma_{i9}$
V_1	34,7	+4,420	+0,002	+0,002	-0,008	+ 0,1	+ 0,1	- 0,3
V_2	226	+3,635	-0,002	+0,012	-0,018	- 0,5	+ 2,7	- 4,1
P_I	200	+2,165	-0,040	+0,032	+0,017	- 8,0	+ 6,4	+ 3,4
P_{II}	100	+0,110	+0,197	-0,445	+0,489	+19,7	-44,5	+48,9
P_{III}	150	-1,945	-0,046	+0,026	+0,041	- 6,9	- 3,9	+ 6,1
V_4	164	-3,415	-0,005	+0,015	-0,020	- 0,8	- 2,5	- 3,3
V_3	19,2	-4,200	+0,002	+0,003	-0,010	0	0	- 0,2
Σ						+ 3,4	-41,7	+50,5

Pentru secțiunea 10 calculele sînt prezentate în tabela 16.12; devine neglijabil efectul forței V_1 .

$$p_{10} = 0,01825 \times 49,8 = 0,91 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_{10} = -20,4 \text{ t};$$

$$M_{10} = -2,19 \times 10,3 = -22,5 \text{ tm.}$$

Tabela 16.12

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i10}	β_{i10}	γ_{i10}	$F_i \alpha_{i10}$	$F_i \beta_{i10}$	$F_i \gamma_{i10}$
V_2	226	+4,075	+0,001	+0,005	-0,012	+ 0,2	+ 1,1	- 2,7
P_I	200	+2,605	-0,025	+0,031	-0,011	- 5,0	+ 6,2	- 2,2
P_{II}	100	+0,350	+0,047	-0,246	+0,400	+ 4,7	-24,6	+40,0
P_{III}	150	-1,505	-0,051	-0,008	+0,122	- 7,7	+ 1,2	+18,3
V_4	164	-2,975	-0,015	+0,025	-0,020	- 2,5	- 4,1	- 3,3
V_3	19,2	-3,760	-0,001	+0,010	-0,017	0	- 0,2	-0,3
Σ						-10,3	-20,4	+49,8

Pentru secțiunea *11* calculele sînt prezentate în tabela 16.13.

$$p_{11} = 0,01825 \times 52,8 = 0,97 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_{11} = + 2 \text{ t};$$

$$M_{11} = - 2,19 \times 13,9 = - 30,4 \text{ tm.}$$

Tabela 16.13

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i11}	β_{i11}	γ_{i11}	$F_i \alpha_{i11}$	$F_i \beta_{i11}$	$F_i \gamma_{i11}$
V_2	226	+4,515	+0,002	+0,001	-0,006	+ 0,5	+ 0,2	- 1,4
P_I	200	+3,045	-0,009	+0,025	-0,021	- 1,8	+ 5,0	- 4,2
P_{II}	100	+0,990	-0,027	+0,103	+0,258	- 2,7	-10,3	+25,8
P_{III}	150	-1,065	-0,034	-0,085	+0,231	- 5,1	+12,7	+34,6
V_4	164	-2,535	-0,028	-0,032	-0,010	- 4,6	- 5,3	- 1,6
V_2	19,2	-3,320	-0,008	-0,017	-0,020	- 0,2	- 0,3	- 0,4
Σ						-13,9	+ 2,0	+52,8

Pentru secțiunea *12* calculele sînt prezentate în tabela 16.14.

$$p_{12} = 0,01825 \times 58,6 = 1,07 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_{12} = + 28,1 \text{ t};$$

$$M_{12} = - 2,19 \times 8,1 = - 17,7 \text{ tm.}$$

Tabela 16.14

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i12}	β_{i12}	γ_{i12}	$F_i \alpha_{i12}$	$F_i \beta_{i12}$	$F_i \gamma_{i12}$
V_2	226	+4,955	+0,002	-0,001	-0,001	+ 0,5	- 0,2	- 0,2
P_I	200	+3,485	-0,005	+0,015	-0,020	- 1,0	+ 3,0	- 4,0
P_{II}	100	+1,430	-0,051	-0,018	+0,034	- 5,1	- 1,8	+ 3,4
P_{III}	150	-0,625	+0,031	-0,217	+0,373	+ 4,7	+32,5	+56,0
V_4	164	-2,095	-0,042	+0,030	+0,023	- 6,9	- 4,9	+ 3,8
V_3	19,2	-2,880	-0,017	+0,027	-0,020	- 0,3	- 0,5	- 0,4
Σ						- 8,1	+28,1	+58,6

Pentru secțiunea 13 calculele sînt prezentate în tabela 16.15; devine neglijabil efectul forței V_2 :

$$p_{13} = 0,01825 \times 91,4 = 1,64 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_{13} = + 59,8 \text{ t};$$

$$M_{13} = + 2,19 \times 10,9 = + 23,9 \text{ tm.}$$

T a b e l a 16.15

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i13}	β_{i13}	γ_{i13}	$F_i \alpha_{i13}$	$F_i \beta_{i13}$	$F_i \gamma_{i13}$
P_I	200	+3,925	0	+0,007	-0,014	0	+ 1,4	- 2,8
P_{II}	100	+1,870	-0,049	+0,022	+0,051	- 4,9	+ 2,2	+ 5,1
P_{III}	150	-0,185	+0,165	-0,410	+0,481	+24,8	+61,5	+72,1
V_4	164	-1,655	-0,051	+0,008	+0,104	- 8,4	- 1,3	+17,1
V_3	19,2	-2,440	-0,031	+0,033	-0,005	- 0,6	- 0,6	- 0,1
Σ						+10,9	+59,8	+91,4

Pentru secțiunea 14 calculele sînt prezentate în tabela 16.6.

$$p_{14} = 0,01825 \times 95,8 = 1,75 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_{14} = \begin{cases} \text{stînga} & + 80,9 \text{ t}; \\ \text{dreapta} & - 69,1 \text{ t}; \end{cases}$$

$$M_{14} = + 2,19 \times 24,3 = + 53,2 \text{ tm.}$$

T a b e l a 16.16

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i14}	β_{i14}	γ_{i14}	$F_i \alpha_{i14}$	$F_i \beta_{i14}$	$F_i \gamma_{i14}$
P_I	200	+4,110	+0,001	+0,005	-0,012	+ 0,2	+ 0,1	- 2,4
P_{II}	100	+2,055	-0,043	+0,030	+0,027	- 4,3	+ 3,0	+ 2,7
P_{III}	150	0	+0,250	-0,500	+0,500	+37,5	+75,0	+75,0
V_4	164	-1,470	-0,051	-0,015	+0,124	- 8,4	+ 2,5	+20,3
V_3	19,2	-2,255	-0,037	+0,032	+0,008	- 0,7	- 0,6	+ 0,2
Σ						+24,3	+80,9 -69,1	+95,8

Pentru secțiunea 15 calculele sînt prezentate în tabela 16.17.

$$p_{15} = 0,01825 \times 99,6 = 1,82 \text{ kg/cm}^2;$$

$$Q_{15} = -51,7 \text{ t};$$

$$M_{15} = +2,19 \times 12,7 = +27,8 \text{ tm.}$$

Tabela 16.17

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	α_{i15}	β_{i15}	γ_{i15}	$F_i \alpha_{i15}$	$F_i \beta_{i15}$	$F_i \gamma_{i15}$
P_I	200	+4,295	+0,002	+0,003	-0,009	+0,4	+0,6	-1,8
P_{II}	100	+2,240	-0,038	+0,032	+0,009	-3,8	+3,2	+0,9
P_{III}	150	+0,185	+0,165	-0,410	+0,481	+24,8	-61,5	+72,1
V_4	164	-1,285	-0,048	-0,040	+0,170	-7,9	+6,6	+27,9
V_3	19,2	-2,070	-0,042	+0,30	+0,025	-0,8	-0,6	+0,5
Σ						+12,7	-51,7	+99,6

Pentru secțiunea 16 calculele sînt prezentate în tabela 16.18; se determină numai

$$p_{16} (M_{16} = 0; Q_{16} = 0):$$

$$p_{16} = 0,01825 \times 105,5 = 1,92 \text{ kg/cm}^2.$$

Tabela 16.18

Forța	F_i t	$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	γ_{i16}	$F_i \gamma_{i16}$
P_I	200	+4,795	-0,004	-0,8
P_{II}	100	+2,740	-0,016	-1,6
P_{III}	150	+0,685	+0,355	+53,2
V_4	164	-0,785	+0,320	+52,5
V_3	19,2	-1,570	+0,115	+2,2
Σ				+105,5

Diagramele de variație p , Q , M sînt prezentate în fig. 16.3.

Se observă că momentul sub stîlpul central este mai mic decît sub stîlpii marginali. Aceasta provine din faptul că sarcina stîlpului central este sensibil mai mică decît a celorlalți stîlpi și deci acesta se tasează mai puțin:

— tasarea sub stîlpul I : $y_2 = \frac{p_2}{k} = \frac{2,36}{10} = 0,236 \text{ cm};$

— tasarea sub stîlpul II : $y_8 = \frac{p_8}{k} = \frac{0,93}{10} = 0,093 \text{ cm};$

— tasarea sub stîlpul III : $y_{14} = \frac{p_{14}}{k} = \frac{1,75}{10} = 0,175 \text{ cm}.$

Grinda se comportă asemănător unei grinzi continue, încărcată de jos în sus cu reacțiunile terenului și rezemată pe cei trei stîlpi. Reazemele I , II , III sînt tasabile (fig. 16.4), astfel că dacă se ia ca reper linia $I-III$, reazemul II are față de această linie o tasare suplimentară (considerînd sen-

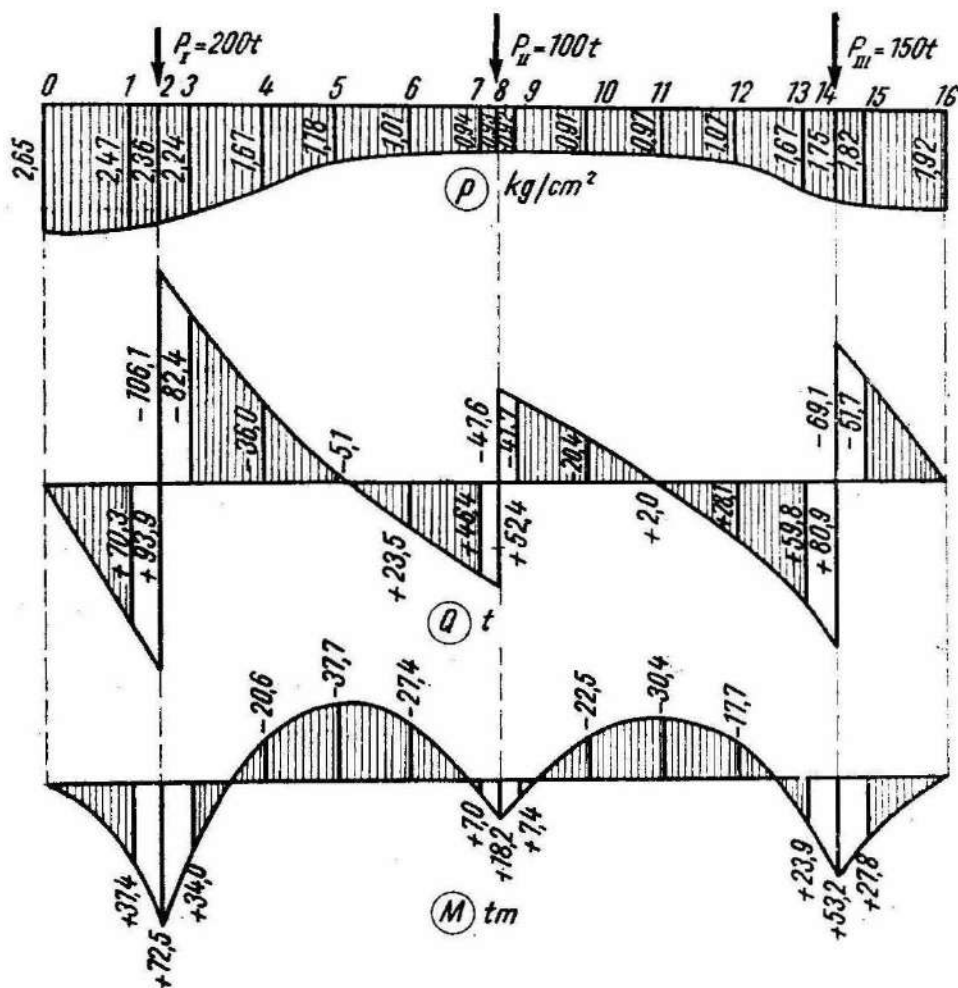


Fig. 16.3

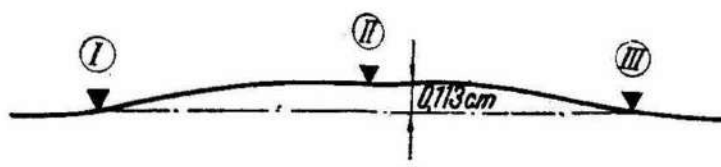


Fig. 16.4

sul tasărilor de jos în sus, adică în sensul de acțiune al încărcării grinzii cu presiunea reactivă dată de pământ;

$$\Delta_y = \frac{0,236 + 0,175}{2} - 0,093 = 0,113 \text{ cm.}$$

În consecință, reacțiunea și momentul pozitiv în reazemul II vor scădea față de cazul grinzii continue cu reazeme fixe sau egal tasate. La diferențe mai mari între P_{II} pe de o parte și P_I și P_{III} , pe de altă parte, momentul în reazemul II se poate anula sau poate deveni chiar negativ.

Reducerea momentelor la marginea reazemelor se efectuează alegând valoarea maximă între cel mai mare moment de la marginea stîlpului și 0,85 din momentul din axa stîlpului.

Astfel, pentru stîlpul I

$$M_1 = + 37,4 \text{ tm, iar } 0,85 M_2 = 0,85 \times 72,5 = 61,5 \text{ tm.}$$

Se alege $M_I = 61,5 \text{ tm.}$

Pentru stîlpul II,

$$M_9 = + 7,4 \text{ tm, iar } 0,85 M_8 = 0,84 \times 18,2 = + 15,4 \text{ tm.}$$

Se adoptă $M_{II} = + 15,4 \text{ tm.}$

Pentru stîlpul III,

$$M_{15} = 27,8 \text{ tm iar } 0,85 M_{14} = 0,85 \times 53,2 = + 45,2 \text{ tm.}$$

Se adoptă $M_{III} = 45,2 \text{ tm.}$

Pentru verificarea la încovoiere se aleg dimensiunile secțiunii pe reazeme și în cîmp:

— pe reazem: $h = 120 \text{ cm}$; $h_0 = 116 \text{ cm}$; $b = 60 \text{ cm}$.

Cu ajutorul tabelii 16 de la pag. 128 din „Instrucțiunile pentru calculul secțiunilor de beton armat la rupere” [26] se obține:

$$B = \frac{cM}{bh_0^2} = \frac{1,8M}{60 \times 116^2} = 2,23 \times 10^{-6} M(\text{kgcm}) = 0,223 M(\text{tm});$$

$$A_f = \frac{cM}{\gamma h_0 \sigma_c} = \frac{1,8M}{\gamma \times 116 \times 2850} = 0,545 \times 10^{-5} \frac{M(\text{kg cm})}{\gamma} = 0,545 \frac{M(\text{tm})}{\gamma}.$$

Armarea minimă (cu $\mu = 0,2\%$) este:

$$A_{f \min} = \frac{0,2}{100} 60 \times 116 = 13,9 \text{ cm}^2.$$

Armarea efectivă pentru momentele maxime din reazeme este calculată în tabela 16.19;

— în câmp (secțiuni în T):

$$h = 90 \text{ cm}; \quad h_0 = 86 \text{ cm}; \quad b_{\text{placă}} = 250 \text{ cm}; \quad h_{\text{placă}} = 30 \text{ cm}.$$

Verificarea relației $b_{\text{placă}} \leq b_{\text{activ max}} = b + 12 h_{\text{placă}}$, arată:

$$250 < 60 + 12 \times 30 = 420 \text{ cm}.$$

Tabela 16.19

Reazemul	M tm	B = 0,223 M	γ	$A_f = 0,545 \frac{M}{\gamma}$ cm ²	Armare efectivă	
					Ø 20	cm ²
I	61,5	13,7	0,953	35,1	11	34,6
II	15,4	3,4	0,973	8,6 (min. 13,9)	5	15,7
III	45,2	10,2	0,965	15,6	8	25,1

Axa neutră trece totdeauna prin placă, deci secțiunea de calcul va fi secțiunea dreptunghiulară $250 \times 86 \text{ cm}$. Calculînd cu aceleași „Instrucțiuni pentru calculul secțiunilor de beton armat la rupere” rezultă:

$$B = \frac{cM}{bh_0^2} = \frac{1,8 M}{250 \times 86^2} = 0,97 \times 10^{-6} M(\text{kgcm}) = 0,097 M(\text{tm});$$

$$A_f = \frac{cM}{\gamma h_0 \sigma_c} = \frac{1,8 M}{\gamma \times 86 \times 2850} = 0,735 \times 10^{-5} \frac{M(\text{kg cm})}{\gamma} = 0,735 \frac{M(\text{tm})}{\gamma};$$

$$A_{f \min} = \frac{0,2}{100} 60 \times 86 = 10,3 \text{ cm}^2.$$

Calculul secțiunii de armătură pentru momentele efective din secțiunile 4, 5, 6, 10, 11 și 12 este dat în tabela 16.20.

Pentru a verifica la forță tăietoare, se calculează efortul unitar principal maxim preluat de beton:

$$\sigma_{pr} = \frac{R_t}{c_1} = \frac{15}{2,2} = 6,8 \text{ kg/cm}^2.$$

T a b e l a 16.20

Secțiunea	M tm	B = 0,097 M	γ	$A_f = 0,735 \frac{M}{\gamma}$ cm ²	Armare efectivă	
					Ø 20	cm ²
4	20,6	2,0	0,973	15,1	5	15,7
5	37,7	3,7	0,973	27,6	9	28,3
6	27,4	2,6	0,973	20,1	7	22,0
10	22,5	2,2	0,973	16,5	6	18,8
11	30,4	3,0	0,973	22,3	8	25,1
12	17,7	1,7	0,973	13,0 (min. 13,9)	5	15,7

În secțiunile de la marginile stîlpilor efortul unitar principal este :

$$\sigma_{pr} = \frac{Q - \frac{M \operatorname{tg} \alpha}{h_0}}{b \gamma h_0},$$

unde $\operatorname{tg} \alpha$ reprezintă panta vutei.

În secțiunile de la marginile vutelor și în zonele cu secțiune constantă efortul unitar principal este dat de relația :

$$\sigma_{pr} = \frac{Q}{b \gamma h_0}.$$

Din fig. 16.5 rezultă că porțiunea cu cele mai mari forțe tăietoare este cea cuprinsă între secțiunile 3 și 5. Panta vutei (înălțimea ei fiind 32 cm) :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{32}{96} = 0,33.$$

Eforturile unitare principale în secțiunile 3, 4 și 5 sînt :

$$\sigma_{pr3} = \frac{Q_3 - \frac{M_3 \operatorname{tg} \alpha}{h_0}}{b \gamma h_0} = \frac{82\,400 - \frac{3\,400\,000 \times 0,33}{116}}{60 \times 0,953 \times 116} = 11,0 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\sigma_{pr4} = \frac{Q_4}{b \gamma h_0} = \frac{36\,000}{60 \times 0,973 \times 86} = 7,2 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\sigma_{pr5} = \frac{Q_5}{b \gamma h_0} = \frac{5\,100}{60 \times 0,973 \times 86} = 1,0 \text{ kg/cm}^2.$$

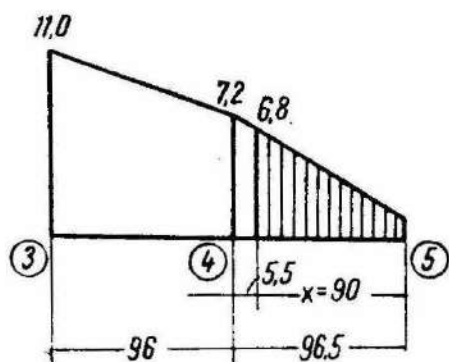


Fig. 16.5

Diagrama variației σ_{pr} este dată în fig. 16.5. Secțiunea pînă la care betonul poate prelua singur eforturile unitare principale ($\sigma_{pr} = 6,8 \text{ kg/cm}^2$) se află la distanța x de secțiunea 5, care rezultă din:

$$x = \frac{6,8 - 1}{7,2 - 1} \times 96,5 = 90 \text{ cm.}$$

Lunecarea preluată de armături va fi:

$$L = \left(\frac{11 + 7,2}{2} 96 + \frac{7,2 + 6,8}{2} 5,5 \right) 60 = 54.850 \text{ kg.}$$

Lunecarea preluată de armăturile longitudinale:

$$L_l = 0,4 L = 0,4 \times 54.850 = 21.940 \text{ kg.}$$

Lunecarea preluată de etrieri este dată de relația:

$$L_{etr} = \frac{N n A_{etr} \sigma_c}{c},$$

în care: n este numărul de brațe verticale ale unui etrier;

A_{etr} — secțiunea unei bare de etrier;

N — numărul total de etrieri.

Pentru $n = 4$ etrieri dubli $\varnothing 8$ la 25 cm, pe porțiunea de lungime 96 +

+ 5,5 = 101,5 cm, rezultă $N = \frac{101,5}{25} = 4$ și $A_{etr} = 0,5 \text{ cm}^2$;

$$L_{etr} = \frac{4 \times 4 \times 0,5 \times 2.850}{1,8} = 12.700 \text{ kg.}$$

Lunecarea preluată de barele ridicate la 45° este:

$$L_{45^\circ} = L - (L_l + L_{etr}) = 54.850 - (21.940 + 12.700) = 20.210 \text{ kg.}$$

Secțiunea de armătură este:

$$A_{f45^\circ} = \frac{c L_{45^\circ}}{\sigma_c \sqrt{2}} = \frac{1,8 \times 20.210}{2.850 \sqrt{2}} = 9,05 \text{ cm}^2 (3\varnothing 20).$$

Întrucît în secțiunea 4 există 5 $\varnothing 20$, nu se prevăd alte armături suplimentare.

Verificarea celorlalte porțiuni de grindă nu mai este necesară, deoarece forțele tăietoare sînt mai mici și există peste tot cel puțin 3 Ø 20 ridicate.

Pentru verificarea aripilor laterale se procedează în felul următor:

— pe porțiunea stîngă a grinzii (între secțiunile 0—8): presiunea medie pe teren pe metru, în zona cea mai solicitată (între secțiunile 0—1):

$$p = \frac{2,65 + 2,47}{2} = 2,56 \text{ kg/cm}^2 = 25,6 \text{ t/m}^2;$$

$$M = \frac{pl^2}{2} = \frac{25,6 \times 1,1^2}{2} = 15,5 \text{ tm/m};$$

Se alege înălțimea secțiunii grinzii $h = 45 \text{ cm}$; și $h_0 = 42 \text{ cm}$;

$$B = \frac{cM}{bh_0^2} = \frac{1,8 \times 1\,550\,000}{100 \times 42^2} = 15,8;$$

$$\gamma = 0,961; \quad A_f = \frac{cM}{\gamma h_0 \sigma_c} = \frac{1,8 \times 1\,550\,000}{0,961 \times 42 \times 2\,850} = 24,3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$(10 \text{ Ø } 18 = 25,5 \text{ cm}^2).$$

$$Q = pl = 25,6 \times 1,1 = 28,2 \text{ t/m};$$

$$\sigma_{pr} = \frac{Q}{b\gamma h_0} = \frac{28\,200}{100 \times 0,961 \times 42} = 7 \text{ kg/cm}^2; \quad \frac{R_t}{c_1} = 6,8 \text{ kg/cm}^2.$$

Se poate admite că betonul preia singur eforturile principale de întindere;

— pe porțiunea dreaptă a grinzii presiunea de teren maximă între secțiunile 15—16 este:

$$p = \frac{1,92 + 1,82}{2} = 1,87 \text{ kg/cm}^2 = 18,7 \text{ t/m}^2;$$

$$M = \frac{pl^2}{2} = \frac{18,7 \times 1,1^2}{2} = 11,3 \text{ tm/m};$$

$$B = \frac{cM}{bh_0^2} = \frac{1,8 \times 1\,130\,000}{100 \times 42^2} = 11,5; \quad \gamma = 0,972;$$

$$A_f = \frac{cM}{\gamma h_0 \sigma_c} = \frac{1,8 \times 1\,130\,000}{0,972 \times 42 \times 2\,850} = 17,5 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

Se alege $7\emptyset 18 \text{ mm} = 17,8 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Verificarea la forță tăietoare nu mai este necesară, presiunea pe teren fiind mai mică decât în partea stângă a grinzii.

Verificarea presiunii maxime pe teren arată că nu este depășită presiunea admisibilă:

$$\sigma_t = p_{\max} + \sigma_g < \sigma_a = 3,0 \text{ kg/cm}^2$$

unde σ_g este greutatea proprie a fundației și a umpluturii de pământ ($h = 1,20 \text{ m}$):

$$\gamma_{\text{pământ}} = 1,8 \text{ t/m}^3; \quad \gamma_{b \text{ armat}} = 2,4 \text{ t/m}^3; \quad \gamma_{\text{mediu}} \approx 2,1 \text{ t/m}^3;$$

$$\sigma_g = 1,20 \times 2,1 = 2,52 \text{ t/m}^2 = 0,252 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\sigma_t = 2,65 + 0,25 = 2,90 < 3 \text{ kg/cm}^2.$$

Exemplul 16.2. Să se determine prin metoda Jemocikin diagrama presiunilor, a forțelor tăietoare și a momentelor încovoietoare pentru fundația din fig. 16.6., cunoscând că terenul și grinda au următoarele caracteristici:

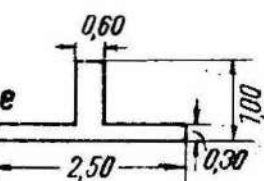
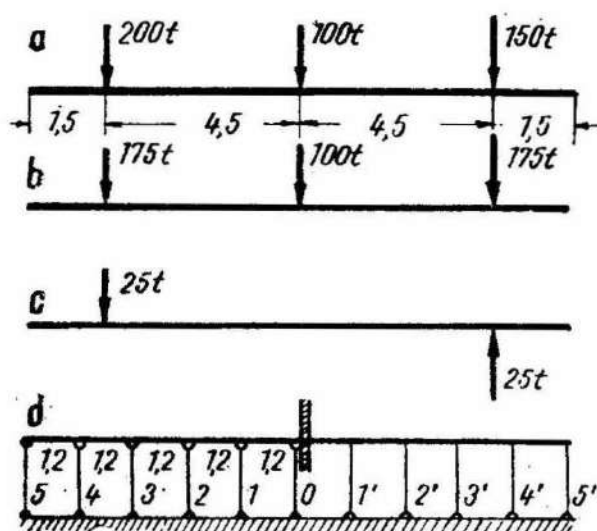


Fig. 16.6

$$E = 230 \text{ kg/cm}^2, \quad \nu = 0,30, \quad E_b = 160\,000 \text{ kg/cm}^2, \quad \nu_b = 1, \\ I = 0,09 \text{ m}^4.$$

Rezolvare. Reacțiunea pământului se înlocuiește cu o serie de bare rigide, articulate la extremități, introduse la distanțe egale (fig. 16.6, d).

Pentru a evita rezolvarea unui mare număr de ecuații, grinda se împarte în 10 segmente egale, ceea ce dă o precizie suficientă la rezolvarea problemei; în acest caz $c = 1,2 \text{ m}$. Încărcările nefiind simetrice, sarcinile se vor descompune după o încărcare simetrică și una antisimetrică, obținându-se astfel două sisteme de ecuații, cu mai puține necunoscute.

Pentru încărcarea simetrică, diagrama sarcinilor este dată în fig. 16.6, b. În acest caz, se poate

considera, în mod convențional, că secțiunea de la mijlocul grinzii este încastată, calculul efectuându-se pentru jumătate de grindă; ecuațiile canonice care exprimă condiția că deplasările relative ale articulațiilor barelor să fie nule sînt date [după relația (16.9)] în felul următor :

$$X_0\delta_{00} + X_1\delta_{01} + X_2\delta_{02} + X_3\delta_{03} + X_4\delta_{04} + X_5\delta_{05} - y_0 + \Delta_{0P} = 0;$$

$$X_0\delta_{10} + X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} + X_3\delta_{13} + X_4\delta_{14} + X_5\delta_{15} - y_0 + \Delta_{1P} = 0;$$

$$X_0\delta_{20} + X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} + X_3\delta_{23} + X_4\delta_{24} + X_5\delta_{25} - y_0 + \Delta_{2P} = 0;$$

$$X_0\delta_{30} + X_1\delta_{31} + X_2\delta_{32} + X_3\delta_{33} + X_4\delta_{34} + X_5\delta_{35} - y_0 + \Delta_{3P} = 0;$$

$$X_0\delta_{40} + X_1\delta_{41} + X_2\delta_{42} + X_3\delta_{43} + X_4\delta_{44} + X_5\delta_{45} - y_0 + \Delta_{4P} = 0;$$

$$X_0\delta_{50} + X_1\delta_{51} + X_2\delta_{52} + X_3\delta_{53} + X_4\delta_{54} + X_5\delta_{55} - y_0 + \Delta_{5P} = 0;$$

$$X_0 - X_1 - X_2 - X_3 - X_4 - X_5 + \Sigma P = 0.$$

Datorită simetriei încărcării, în mijlocul grinzii nu pot apărea rotiri (deci $\varphi_0 = 0$) și nici nu mai există ecuația $\Sigma M = 0$.

Coeficienții δ_{ik} se calculează cu relația (16.11), iar coeficientul α cu formula (16.12) (pentru cazul spațial) :

$$\alpha = \frac{3,14 \times 2\,300 \times 1,2^4}{6(1 - 0,09) 1\,600\,000 \times 0,09} = 0,01892.$$

Pentru raportul $\frac{b}{c} = \frac{2,50}{1,20} = 2,08 \approx 2,00$, se obțin din tabele coeficienții F_{ik} (tabela 16.21).

Coeficienții δ_{ik} din sistemul de ecuații sînt :

$$\delta_{00} = 2 \times 2,406 = 4,812; \quad \delta_{11} = 2,406 + 0,490 + 0,01892 \times 2 = 2,934;$$

$$\delta_{01} = 2 \times 0,929 = 1,858; \quad \delta_{12} = 0,929 + 0,330 + 0,01892 \times 5 = 1,354;$$

$$\delta_{02} = 2 \times 0,490 = 0,980; \quad \delta_{13} = 0,490 + 0,249 + 0,01892 \times 8 = 0,890;$$

$$\delta_{03} = 2 \times 0,330 = 0,660; \quad \delta_{14} = 0,330 + 0,199 + 0,01892 \times 11 = 0,737;$$

$$\delta_{04} = 2 \times 0,249 = 0,498; \quad \delta_{15} = 0,249 + 0,166 + 0,01892 \times 14 = 0,680;$$

$$\delta_{05} = 2 \times 0,199 = 0,398;$$

$$\delta_{22} = 2,406 + 0,249 + 0,01892 \times 16 = 2,958;$$

$$\delta_{23} = 0,929 + 0,199 + 0,01892 \times 28 = 1,658;$$

$$\delta_{24} = 0,490 + 0,166 + 0,01892 \times 40 = 1,413;$$

$$\delta_{25} = 0,330 + 0,143 + 0,01892 \times 52 = 1,457;$$

$$\delta_{33} = 2,406 + 0,166 + 0,01892 \times 54 = 3,594;$$

Tabela 16.21

$\frac{x}{c}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_{ik}	2,406	0,929	0,490	0,330	0,249	0,199	0,166	0,143	0,125	0,111	0,100

Tabela 16.22

Numărul ecuației	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	y_0	Ter- menul liber
0	4,812	1,858	0,980	0,660	0,498	0,398	-1,000	0
1	1,858	2,934	1,354	0,890	0,737	0,680	-1,000	-34
2	0,980	1,354	2,958	1,658	1,413	1,457	-1,000	-123
3	0,660	0,890	1,658	3,594	2,605	2,658	-1,000	-246
4	0,498	0,737	1,413	2,605	4,953	4,370	-1,000	-401
5	0,398	0,680	1,457	2,658	4,370	7,236	-1,000	-525
6	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	0	+225

$$\delta_{34} = 0,929 + 0,143 + 0,01892 \times 81 = 2,605;$$

$$\delta_{35} = 0,490 + 0,125 + 0,01892 \times 108 = 2,658;$$

$$\delta_{44} = 2,406 + 0,125 + 0,01892 \times 128 = 4,953;$$

$$\delta_{45} = 0,929 + 0,111 + 0,01892 \times 176 = 4,370;$$

$$\delta_{55} = 2,406 + 0,100 + 0,01892 \times 250 = 7,236.$$

Termenii liberi pentru ecuațiile încărcării simetrice sînt

$$\left(\frac{a_i}{c} = \frac{4,5}{1,2} = 3,75 \right);$$

$$\delta_{0p} = 0;$$

$$\frac{a_k}{c} = 1, w = 10,25; \Delta_{1p} = -0,01892 \times 10,25 \times 175 = -34;$$

$$\frac{a_k}{c} = 2, w = 37; \Delta_{2p} = -0,01892 \times 37,00 \times 175 = -123;$$

$$\frac{a_k}{c} = 3, w = 74,25; \Delta_{3p} = -0,01892 \times 74,25 \times 175 = -246;$$

$$\frac{a_k}{c} = 4, w = 121,06; \Delta_{4p} = -0,01892 \times 121,06 \times 175 = -401;$$

$$\frac{a_k}{c} = 5, w = 158,44; \Delta_{5p} = -0,01892 \times 158,44 \times 175 = -525.$$

Cu aceste valori se obține schema sistemului de 7 ecuații cu 7 necunoscute (tabela 16,22).

Rezolvarea sistemului de 7 ecuații cu 7 necunoscute se efectuează după metode cunoscute din algebra liniară. Soluțiile sistemului de ecuații pentru încărcarea simetrică sînt :

$$X_0 = 16,9, \quad X_1 = 34,3, \quad X_2 = 35,1, \quad X_3 = 35,3, \quad X_4 = 48,6, \quad X_5 = 53,5, \\ y_0 = 249,135.$$

Ca verificare

$$\Sigma X_i = 223,9 \approx 225.$$

Valoarea $y_0 = 249,135$ este un multiplu al săgeții în dreptul mijlocului fundației.

Pentru a se obține valoarea reală, ea trebuie împărțită prin

$$\frac{\pi Ec}{1 - \nu^2} = \frac{3,14 \times 3\,000 \times 1,2}{1 - 0,09} = 12\,430.$$

Săgeata reală va fi deci $\frac{249,135}{12\,430} = 0,02$ m.

Pentru încărcarea antisimetrică, sistemul de ecuații se formează în mod analog, cu alți termeni derivînd din schema de încărcare din fig.16.6. Datorită încărcării antisimetrice, $y_0 = 0$, iar ecuația $\Sigma X = 0$ nu mai există.

$$\begin{aligned} X_0\delta_{00} + X_1\delta_{01} + X_2\delta_{02} + X_3\delta_{03} + X_4\delta_{04} + X_5\delta_{05} - a_0\varphi_0 + \Delta_{0P} &= 0; \\ X_0\delta_{10} + X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} + X_3\delta_{13} + X_4\delta_{14} + X_5\delta_{15} - a_1\varphi_0 + \Delta_{1P} &= 0; \\ X_0\delta_{20} + X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} + X_3\delta_{23} + X_4\delta_{24} + X_5\delta_{25} - a_2\varphi_0 + \Delta_{2P} &= 0; \\ X_0\delta_{30} + X_1\delta_{31} + X_2\delta_{32} + X_3\delta_{33} + X_4\delta_{34} + X_5\delta_{35} - a_3\varphi_0 + \Delta_{3P} &= 0; \\ X_0\delta_{40} + X_1\delta_{41} + X_2\delta_{42} + X_3\delta_{43} + X_4\delta_{44} + X_5\delta_{45} - a_4\varphi_0 + \Delta_{4P} &= 0; \\ X_0\delta_{50} + X_1\delta_{51} + X_2\delta_{52} + X_3\delta_{53} + X_4\delta_{54} + X_5\delta_{55} - a_5\varphi_0 + \Delta_{5P} &= 0; \\ -X_0a_0 - X_1a_1 - X_2a_2 - X_3a_3 - X_4a_4 - X_5a_5 + \Sigma M &= 0. \end{aligned}$$

Termenii $\delta_{01} \dots \delta_{05}$ rămîn neschimbați față de încărcarea simetrică dar se modifică numai ceilalți termeni, și anume :

$$\delta_{11} = 2,406 - 0,490 + 0,01892 \times 2 = 1,954;$$

$$\delta_{12} = 0,929 - 0,330 + 0,01892 \times 5 = 0,694;$$

$$\delta_{13} = 0,490 - 0,249 + 0,01892 \times 8 = 0,392;$$

$$\delta_{14} = 0,330 - 0,199 + 0,01892 \times 11 = 0,339;$$

$$\begin{aligned}
\delta_{15} &= 2,209 - 0,166 + 0,01892 \times 14 = 2,348; \\
\delta_{22} &= 2,406 - 0,249 + 0,01892 \times 16 = 2,460; \\
\delta_{23} &= 0,929 - 0,199 + 0,01892 \times 28 = 1,260; \\
\delta_{24} &= 0,490 - 0,166 + 0,01892 \times 40 = 1,081; \\
\delta_{25} &= 0,330 - 0,143 + 0,01892 \times 52 = 1,171; \\
\delta_{33} &= 2,406 - 0,166 + 0,01892 \times 54 = 3,262; \\
\delta_{34} &= 0,929 - 0,143 + 0,01892 \times 81 = 2,319; \\
\delta_{35} &= 0,490 - 0,125 + 0,01892 \times 108 = 2,408; \\
\delta_{44} &= 2,406 - 0,125 + 0,01892 \times 128 = 4,703; \\
\delta_{45} &= 0,929 - 0,111 + 0,01892 \times 176 = 4,148; \\
\delta_{55} &= 2,406 - 0,100 + 0,01892 \times 250 = 7,036.
\end{aligned}$$

Termenii liberi sînt :

$$\begin{aligned}
\Delta_{0P} &= 0; \\
\Delta_{1P} &= -0,01892 \times 10,25 \times 25 = -4,85; \\
\Delta_{2P} &= -0,01892 \times 37,00 \times 25 = -17,50; \\
\Delta_{3P} &= -0,01892 \times 74,25 \times 25 = -35,12; \\
\Delta_{4P} &= -0,01892 \times 121,06 \times 25 = -57,26; \\
\Delta_{5P} &= -0,01892 \times 158,44 \times 25 = -74,94.
\end{aligned}$$

Cu aceste valori schema sistemului de ecuații pentru încărcarea antisimetrică este dată în tabela 16.23.

T a b e l a 16.23

Numărul ecuației	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	φ_0	Ter- menul liber
0	4,812	1,858	0,980	0,660	0,498	0,398	0	0
1	1,858	1,954	0,694	0,392	0,339	0,348	-1,200	-4,25
2	0,980	0,694	2,460	1,260	1,081	1,171	-2,400	-17,50
3	0,660	0,392	1,260	3,262	2,319	2,408	-3,600	-35,12
4	0,498	0,339	1,081	2,319	4,703	4,148	-4,800	-57,26
5	0,398	0,348	1,171	2,408	4,148	7,036	-6,000	-74,94
6	0	-1,200	-2,400	-3,600	-4,800	-6,000	0	112,50

Rezolvarea sistemului de 7 ecuații cu 7 necunoscute se face după metodele cunoscute :

$$X_0 = -4,804; \quad X_1 = 5,357; \quad X_2 = 2,944; \quad X_3 = 3,790; \quad X_4 = 6,613;$$

$$X_5 = 8,934; \quad \varphi_0 = 4,644.$$

Pentru verificare, dacă se face controlul în ecuația 6, se obține:

$$\begin{aligned} & -1,200 \times 5,357 - 2,400 \times 2,944 - 3,600 \times 3,790 - 4,800 \times 6,613 - \\ & - 6,000 \times 8,934 = -112,94 \approx 112,50. \end{aligned}$$

Prin suprapunerea valorilor găsite în cele două cazuri de încărcare, se obțin valorile X_i în diferitele secțiuni de calcul și valorile respective ale presiunilor (tabela 16.24).

Tabela 16.24

Tipul de încărcare	X_5	X_4	X_3	X_2	X_1	$2X_0$	X'_1	X'_2	X'_3	X'_4	X'_5
Încărcare simetrică	53,5	48,6	35,5	35,1	34,3	$2 \times 16,9 = 33,8$	34,3	35,1	35,5	48,6	53,5
Încărcare anti-simetrică	8,9	6,6	3,8	2,9	5,3	0	-5,3	-2,9	-3,8	-6,6	-8,9
Încărcare totală	62,4	55,2	39,3	38,0	39,6	33,8	29,0	32,2	31,7	42,0	44,6

Valorile presiunilor medii în secțiunile 5 — 5' se obțin împărțind forțele X_i la lungimea de grindă aferentă (tabela 16.25).

Tabela 16.25

Secțiunea	5	4	3	2	1	0	1'	2'	3'	4'	5'
$p, \text{ t/m}$	104,0	46,0	32,7	31,7	33,0	28,2	24,2	26,8	26,4	35,0	74,3
$p, \text{ kg/cm}$	4,16	1,84	1,31	1,27	1,32	1,13	0,97	1,07	1,06	1,40	2,97

Valorile forțelor tăietoare în secțiunile grinzii sînt:

$$T_5 = 0;$$

$$T_4 = X_5 + 0,5 X_4 = 62,4 + 27,6 = 90 \text{ t};$$

$$T_3 = X_5 + X_4 = 0,5 X_3 - 200 = 62,4 + 55,2 + 19,7 - 200 = -62,7 \text{ t};$$

$$T_2 = X_5 + X_4 + X_3 + 0,5 X_2 - 200 = -24 \text{ t};$$

$$T_1 = X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + 0,5 X_1 - 200 = +14,7 \text{ t};$$

$$T_0 = X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + 0,5 X_0 - 200 = 51,4 \text{ t};$$

$$T'_0 = T_0 - 100 = -48,6 \text{ t};$$

$$T'_1 = -(X'_5 + X'_4 + X'_3 + X'_2 + 0,5 X'_1) + 150 = -15,0 \text{ t};$$

$$T'_2 = -(X'_5 + X'_4 + X'_3 + 0,5 X'_2) + 150 = +15,6 \text{ t};$$

$$T'_3 = -(X'_5 + X'_4 + 0,5 X'_3) + 150 = +47,5 \text{ t};$$

$$T'_4 = -(X'_5 + 0,5 X'_4) = -65,65 \text{ t}.$$

Valorile momentelor încovoietoare sînt :

$$M_5 = 0;$$

$$M_4 = 62,4 \times 0,90 + 55,2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,20}{4} = 64,4 \text{ tm};$$

$$\begin{aligned} M_3 &= 62,4 \times 2,10 + 55,2 \times 1,20 + 39,3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,20}{4} - 200 \times 0,90 = \\ &= 23,2 \text{ tm}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= 62,4 \times 3,30 + 55,2 \times 2,40 + 39,3 \times 1,20 + 38 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,20}{4} - \\ &- 200 \times 2,10 = 28,8 \text{ tm}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 62,4 \times 4,50 + 55,2 \times 3,60 + 39,3 \times 2,40 + \\ &+ 38 \times 1,20 + 39,6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,20}{4} - 200 \times 3,30 = +34,6 \text{ tm}; \end{aligned}$$

$$M_0 = 62,4 \times 5,70 + 55,2 \times 4,80 + 39,3 \times 3,60 + 38 \times 2,40 + \\ + 39,6 \times 1,20 + 38,8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,20}{4} - 200 \times 4,50 = + 5,9 \text{ tm};$$

$$M'_1 = 44,6 \times 4,50 + 42 \times 3,60 + 31,7 \times 2,40 + 32,2 \times 1,20 + \\ + 29 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,20}{4} - 150 \times 3,30 = - 24,0 \text{ tm};$$

$$M'_2 = 44,6 \times 3,30 + 42 \times 2,40 + 31,7 \times 1,20 + 32,2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,20}{4} - \\ - 150 \times 2,10 = - 24,2 \text{ tm};$$

$$M'_3 = 44,6 \times 2,10 + 42 \times 1,20 + 31,7 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,20}{4} - 150 \times 0,90 = \\ = + 13,8 \text{ tm};$$

$$M'_4 = 44,6 \times 0,90 + 42 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,20}{4} = 46,4 \text{ tm};$$

$$M'_5 = 0.$$

Cu aceste valori se pot alcătui diagramele presiunilor, forțelor tăietoare și momentelor încovoietoare (fig.16.7).

Exemplul 16.3. Se cere să se determine momentele încovoietoare în radierul unui doc avînd secțiunea arătată în fig.16.8. Radierul este solicitat conform schemei de încărcare. Modulul de elasticitate al betonului $E_b = 2,1 \times 10^6 \text{ t/m}^2$; modulul de deformare liniară al terenului de fundație este $E = 5 \times 10^3 \text{ t/m}^2$; coeficientul lui Poisson pentru beton este : $\nu_b = 0,167$, iar pentru pămînt $\nu = 0,30$.

Rezolvare. Rezolvarea este luată după exemplul numeric dat de B.N. Jemocikin. [15] Problema se tratează în cazul deformațiilor plane. Schema de încărcare se descompune în trei scheme elementare (fig.16.9). Pentru a ușura calculul numeric, se iau pentru P și Q valori unitare, iar pentru momentul M valoarea 10 tm. După rezolvarea sistemului de ecuații, valorile obținute pentru necunoscutele X_i se vor multiplica cu 200 pentru schemele a și c , iar pentru

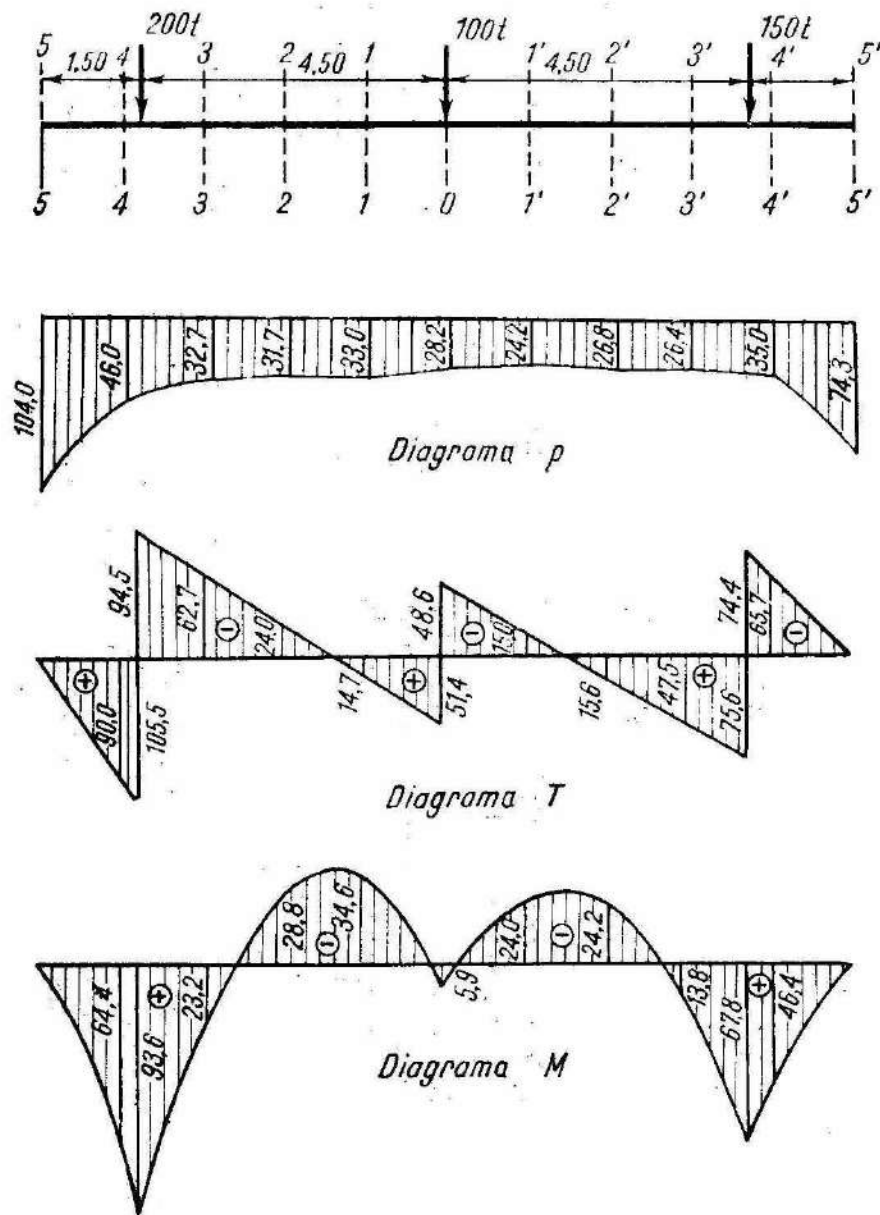


Fig. 16.7

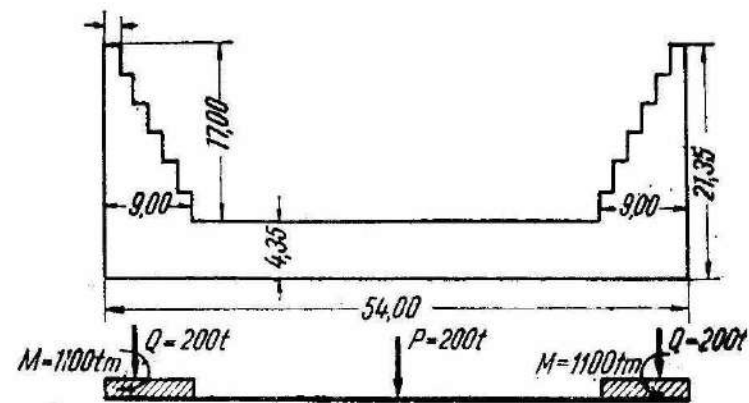


Fig. 16.8

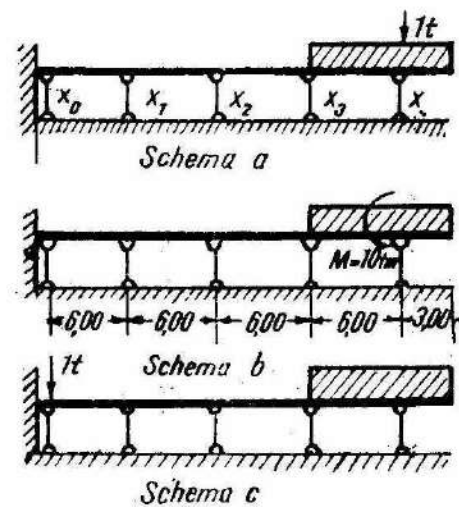


Fig. 16.9

schema *b* cu $\frac{1}{10}$. Lungimea unui câmp este $c = 6$ m (fig. 16.10, *b*). Momentul de inerție al secțiunii radierului este :

$$I = \frac{1 \times 4,35^3}{12 (1 - 0,167^2)} = 7,06 \text{ m}^4.$$

Coeficienții δ_{ik} sînt calculați cu expresia (16.11) în care α are o valoare dată de formula (16.13):

$$\alpha = \frac{13,14 \times 5\,000 \times 6^3}{6 \times 2,1 \times 10^8 \times 7,06 (1 - 0,3^2)} = 0,047.$$

Coeficienții δ_{ik} extrași din lucrarea [15] pag. 271 sînt :

$$\delta_{00} = 0;$$

$$\delta_{01} = -2 \times 3,296 = -6,592;$$

$$\delta_{02} = -2 \times 4,751 = -9,502;$$

$$\delta_{03} = -2 \times 5,574 = -11,148;$$

$$\delta_{04} = -2 \times 6,154 = -12,308;$$

$$\delta_{11} = -4,751 + 0,047 \times 2 = -4,657 ;$$

$$\delta_{12} = -3,296 - 5,574 + 0,047 \times 5 = -8,635;$$

$$\delta_{13} = -4,751 - 6,154 + 0,047 \times 8 = -10,529;$$

$$\delta_{14} = -5,574 - 6,602 + 0,047 \times 11 = -11,659;$$

$$\delta_{22} = -6,154 + 0,047 \times 16 = -5,402;$$

$$\delta_{23} = -3,296 - 6,602 + 0,047 \times 28 = -8,582;$$

$$\delta_{24} = -4,751 - 6,967 + 0,047 \times 40 = -9,838;$$

$$\delta_{33} = -6,967 + 0,047 \times 54 = -4,429;$$

$$\delta_{34} = -3,296 - 7,276 + 0,047 \times 81 = -6,765.$$

În calculul deplasării δ_{44} este necesar să se țină seama de rigiditatea foarte mare a porțiunii 3 — 4; această rigiditate intervine numai la calculul săgeții v_{44} a grinzii, care se calculează după regula lui Vereșceaghin cu ajutorul fig. 16.10, *a*, considerînd rigiditatea porțiunii 3 — 4 ca infinită.

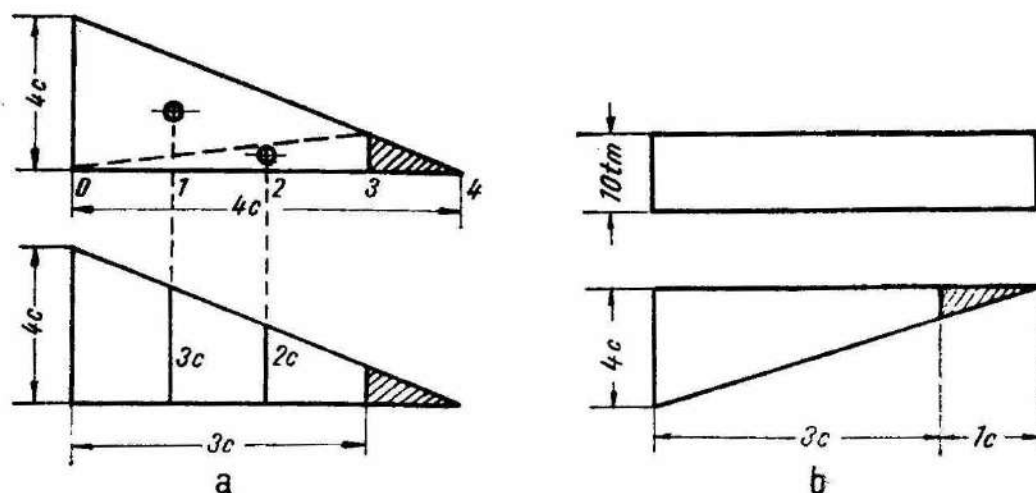


Fig. 16.10

$$v_{44} = \left[\frac{4c \cdot 3c}{2} 3c + \frac{1c \cdot 3c}{2} 2c \right] \frac{1}{EI} = \frac{21c^3}{EI} = 126 \frac{c^3}{6EI};$$

$$\delta_{44} = -7,544 + 0,047 \times 126 = -1,622.$$

Termenii liberi :

— pentru schema de încărcare *a*

$$\Delta_{1P} = -0,047 \times 11 = -0,517;$$

$$\Delta_{2P} = -0,047 \times 40 = -1,880;$$

$$\Delta_{3P} = -0,047 \times 81 = -3,807;$$

$$\Delta_{4P} = -0,047 \times 126 = -5,920;$$

— pentru schema de încărcare *b* este necesar să se calculeze termenul w_{ik} întrucât formula (16.14) nu mai poate fi folosită. Termenul Δ_{4P} se va determina ținând seama de rigiditatea porțiunii 3 — 4, cu ajutorul regulei lui Vereșcea-ghin (fig.16.10, *b*);

— pentru schema de încărcare *c* toți termenii Δ_{iP} sînt nuli.

Cu aceste valori se alcătuiește schema sistemelor de ecuații pentru cele trei scheme de încărcare (tabela 16.26).

Pentru echilibrarea calculelor numerice, toți termenii ultimei ecuații au fost multiplicați cu 10, ceea ce nu are însă nici o influență asupra rezultatului final.

T a b e l a 16.26

Numărul ecuației	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	y_0	Termenji liberi după schema		
							a	b	c
0	0	- 6,592	- 9,502	-11,148	-12,308	-10,000	0	0	0
1	- 6,592	- 4,657	- 8,635	-10,529	-11,659	-10,000	- 0,517	+ 0,225	0
2	- 9,502	- 8,635	- 5,402	- 8,582	- 9,838	-10,000	- 1,880	+ 0,940	0
3	-11,148	-10,529	- 8,582	- 4,429	- 6,765	-10,000	- 3,807	+ 2,115	0
4	-12,308	-11,659	- 9,838	- 5,765	- 1,622	-10,000	- 5,920	+ 3,525	0
5	-10,000	-10,000	-10,000	-10,000	-10,000	0	+10,000	0	5,000

T a b e l a 16.27

Schema de încărcare	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4
a	+0,010	+0,060	+0,030	+0,476	+0,430
b	-0,032	-0,242	+0,426	+0,020	-0,195
c	+0,070	+0,130	+0,106	+0,088	+0,097

Soluțiile celor trei sisteme de ecuații sînt date în tabela 16.27.

Pentru a obține forțele reale X_i , este necesar să se multiplice rezultatele obținute din schemele a și c cu 200, iar cele din schema b cu $\frac{1\ 100}{10} = 110$.

$$X_0 = + 0,010 \times 200 - 0,032 \times 110 + 0,070 \times 200 = 12,48 \text{ t};$$

$$X_1 = + 0,060 \times 200 - 0,242 \times 110 + 0,130 \times 200 = 11,38 \text{ t};$$

$$X_2 = + 0,030 \times 200 + 0,426 \times 110 + 0,106 \times 200 = 74,06 \text{ t};$$

$$X_3 = + 0,476 \times 200 + 0,020 \times 110 + 0,088 \times 200 = 115,00 \text{ t};$$

$$X_4 = + 0,430 \times 200 - 0,195 \times 110 + 0,097 \times 200 = 83,95 \text{ t}.$$

Valorile momentelor încovoietoare sînt :

$$\begin{aligned} M_0 &= + 6 X_1 + 12 X_2 + 18 X_3 + 24 X_4 + 1\ 100 - 200 \times 24 = \\ &= 6 \times 11,38 + 12 \times 74,06 + 18 \times 115 + 24 \times 83,95 + 1\ 100 - \\ &\quad - 200 \times 24 = 1\ 341,80 \text{ tm}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 6 \times 74,06 + 12 \times 115 + 18 \times 83,95 + 1100 - 200 \times 18 = \\ &= 835,46 \text{ tm}; \end{aligned}$$

$$M_2 = 6 \times 115 + 12 \times 83,95 + 1\,100 - 200 \times 12 = 397,40 \text{ tm};$$

$$M_3 = 6 \times 83,95 + 1\,100 - 200 \times 6 = 403,70 \text{ tm}.$$

Diagrama momentelor încovoietoare este dată în fig.16.11.
Cunoscând valoarea solicitărilor se poate dimensiona radierul.

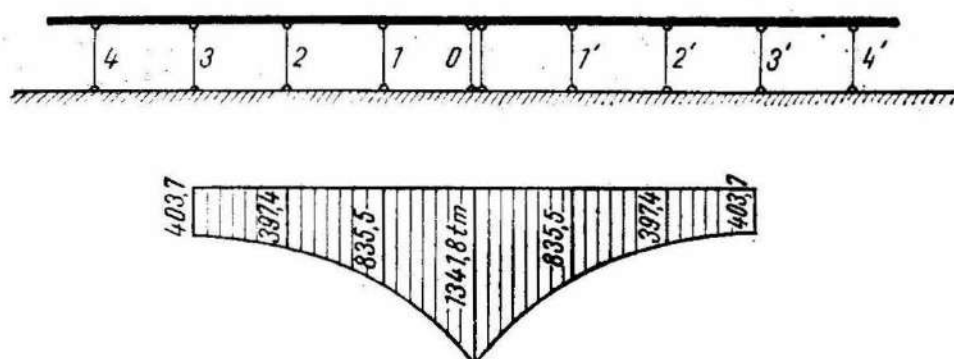


Fig. 16.11

Exemplul 16.4. Să se determine eforturile sub talpa unui zid de sprijin în formă de L (fig.16.12) și solicitările care se ivesc în diferitele elemente ale zidului și în placă, ținând seama de conlucrarea între placă și teren pe care aceasta este așezată. Caracteristicile terenului sînt: $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$, coeficientul de pat $k = 3\,000 \text{ t/m}^3$. Modulul de elasticitate al betonului este $E_b = 160\,000 \text{ kgf/cm}^2$ iar $\gamma_b = 2,5 \text{ t/m}^3$. Unghiul Φ al umpluturii este $\Phi = 30^\circ$.

Rezolvare. Placa de jos se împarte în trei zone care diferă după rigiditate și după solicitări. Zona I, constituie un element absolut rigid ABCD solicitat de greutatea proprie G_1 , de presiunea pămîntului p precum și de momentele și forțele tăietoare M_1 și Q_1 , respectiv M_2 , Q_2 în secțiunile CC' și DD' . Zona II, placa de-a lungul laturii DE , este solicitată de greutatea prismului de pămînt G_2 și de M_2 și Q_2 transmise în DD' , iar zona III reprezentînd placa CF este solicitată de Q_1 și M_1 transmise în CC' . Pentru găsirea solicitărilor Q_1 , M_1 , M_2 , Q_2 există cele patru condiții ca în secțiunile CC' , respectiv DD' , deformațiile zonelor să fie egale. Pentru găsirea deformațiilor zonei I (absolut rigide), presiunile transmise pe teren se repartizează trapezoidal iar deformațiile sînt proporționale acestor presiuni, coeficientul de proporționalitate fiind coeficientul de pat k .

Pentru început se calculează forțele G_1 , G_2 (sau presiunea g_2) și E_a :

$$G_1 = \frac{0,40 + 0,80}{2} \times 6,50 \times 2,50 = 9,75 \text{ t};$$

$$G_2 = 5 \times 6 \times 1,80 = 54 \text{ t}; \quad g_2 = \frac{54}{5 \times 1} = 10,8 \text{ t/m}^2;$$

$$E_a = \frac{1}{2} 1,80 \times 6^2 \times 0,333 = 10,8 \text{ t/m}.$$

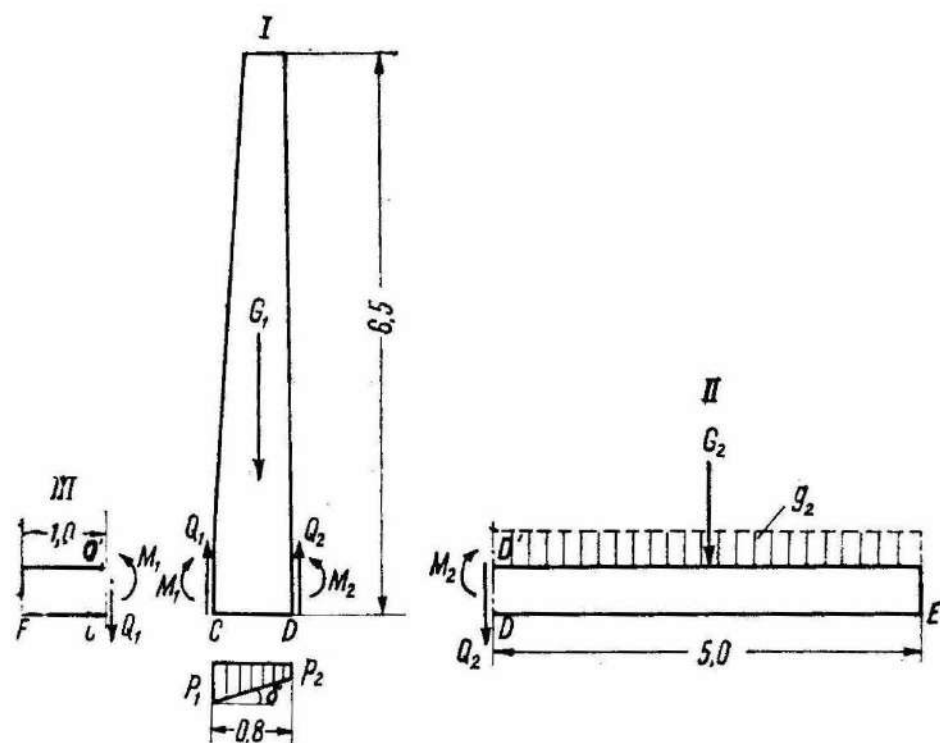
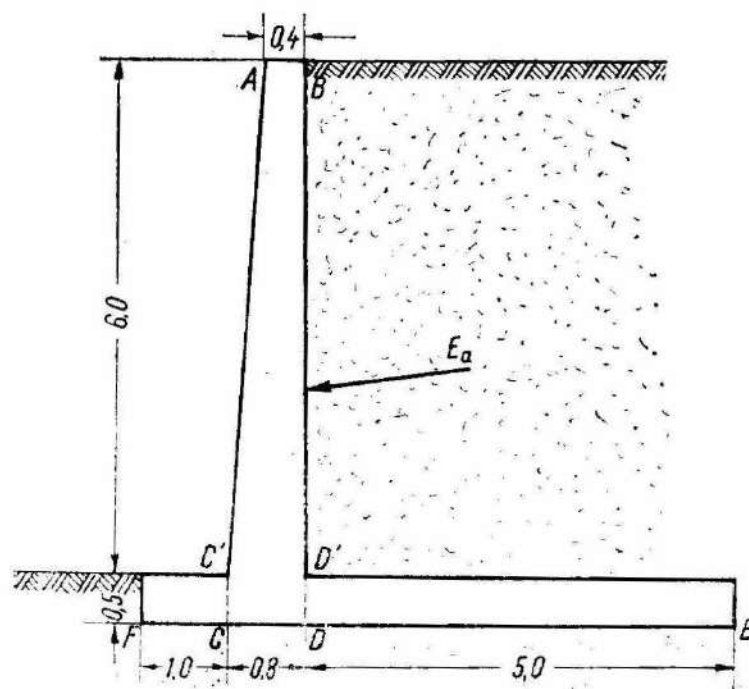


Fig. 16.12

Greutatea proprie a plăcii se poate neglija. Pentru zona *I* ale cărei solicitări sînt arătate în fig. 16.12, presiunile în punctele *C* și *D* sînt date prin :

$$p_1 = \frac{9,75 - (Q_1 + Q_2)}{0,8} + \frac{[(M_2 - M_1) + (Q_2 - Q_1) \times 0,40 + E_a \times 2,50] 6}{0,80^2}$$

$$p_1 = 9,37 M_2 - 9,37 M_1 + 2,49 Q_2 - 4,99 Q_1 + 265,20 ;$$

$$p_2 = \frac{9,75 - (Q_1 + Q_2)}{0,80} - \frac{[(M_2 - M_1) + (Q_2 - Q_1) 0,40 + 10,80 \times 2,50] 6}{0,80^2}$$

$$p_2 = 9,37 M_2 + 9,37 M_1 - 4,99 Q_2 + 2,49 Q_1 - 240,80 ;$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= \frac{p_1 - p_2}{kb \times 0,80} ; \quad kb \times \operatorname{tg} \delta = + 23,4 M_2 - 23,4 M_1 + 9,36 Q_2 - \\ &\quad - 9,36 Q_1 + 640. \end{aligned}$$

Pentru a afla deformațiile în zona *II* ale cărei solicitări sînt arătate în fig. 16.12 trebuie folosite expresii din teoria lui Winkler.
Se calculează

$$l_e = \sqrt[4]{\frac{4EI}{kb}} = \sqrt[4]{\frac{66\,660}{3\,000}} = 2,16 \text{ m}$$

$$k \cdot b = 3\,000 \text{ t/m}^2 ; \quad 4EI = \frac{1\,600\,000 \times 1,00 \times 0,5^3 \times 4}{12} = 66\,660 \text{ t/m}^2.$$

Toate lungimile trebuie împărțite prin l_e pentru a obține coordonate $\bar{x}$ adimensionale.

În cazul de față, cea mai avantajoasă soluționare se obține cu metoda parametrilor inițiali care pleacă de la ecuația liniei deformată:

$$y = y_0 A_x + l_e \theta_0 B_x + \frac{4}{kbl_e^2} M_0 C_x + \frac{4}{kbl_e} Q_0 D_x + f(x) \quad (16.15)$$

în care :

$$A_x = \operatorname{ch} \bar{x} \cos \bar{x} ; \quad B_x = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} \bar{x} \sin \bar{x} + \operatorname{sh} \bar{x} \cos \bar{x}) ;$$

$$C_x = \frac{1}{2} \operatorname{sh} \bar{x} \sin \bar{x} ; \quad D_x = \frac{1}{4} (\operatorname{ch} \bar{x} \sin \bar{x} - \operatorname{sh} \bar{x} \cos \bar{x}).$$

Pentru punctul $D(\bar{x} = 0)$ toți coeficienții devin zero în afară de A_x care este egal cu 1 :

$$A_x = 1; B_x = C_x = D_x = 0.$$

Pentru punctul $\bar{l} = \frac{l}{l_e} = \frac{5}{2,16} = 2,30$ coeficienții ecuației devin :

$$A_{\bar{l}} = \text{ch } 2,30 \cos 2,30 = -3,35620;$$

$$B_{\bar{l}} = \frac{1}{2} (\text{ch } 2,30 \sin 2,30 + \text{sh } 2,30 \cos 2,30) = 0,23345;$$

$$C_{\bar{l}} = \frac{1}{2} \text{sh } 2,30 \sin 2,30 = 1,84077;$$

$$D_{\bar{l}} = \frac{1}{4} (\text{ch } 2,30 \sin 2,30 - \text{sh } 2,30 \cos 2,30) = 1,76142.$$

Întrucît toți termenii, afară de primul, devin zero, tasarea în punctul $D(\bar{x} = 0)$ este egală cu y_0 și este, datorită încărcării $g_2 = 10,8 \text{ t/m}^2$ și acțiunii solicitărilor M_2 și Q_2 :

$$kby_0 = g_2 + \frac{M_2}{2,16^2} \cdot \frac{C_{\bar{l}}A_{\bar{l}} + 4D_{\bar{l}}^2}{C_{\bar{l}}^2 - D_{\bar{l}}B_{\bar{l}}} - \frac{Q_2}{l_e} \cdot \frac{C_{\bar{l}}B_{\bar{l}} - D_{\bar{l}}A_{\bar{l}}}{C_{\bar{l}}^2 - D_{\bar{l}}B_{\bar{l}}}.$$

Introducînd valorile $A_{\bar{l}}$, $B_{\bar{l}}$, $C_{\bar{l}}$, și $D_{\bar{l}}$ calculate înainte se obține :

$$kby_0 = 10,80 - 0,44868 M_2 + 0,96610 Q_2.$$

Unghiul de rotire se obține prin diferențierea $\frac{dy}{dx}$ a expresiei (16.15) Pentru $\bar{x} = 0$ toți coeficienții se anulează, în afară de B'_x care devine :

$$B'_x = \frac{A_x}{l_e} = \frac{1}{l_e} \text{ (întrecît } A_{x=0} = 1).$$

Rezultă $y' = \theta_0$ (θ_0 provenind din acțiunea solicitărilor M_2 și Q_2).

$$\begin{aligned} kby' = kb\theta_0 &= \frac{M_2}{l^3} \cdot \frac{B_{\bar{l}}A_{\bar{l}} + 4C_{\bar{l}}D_{\bar{l}}}{D_{\bar{l}}B_{\bar{l}} - C_{\bar{l}}^2} - \frac{Q_2B_{\bar{l}}^2 - C_{\bar{l}}A_{\bar{l}}}{l_e^2D_{\bar{l}}B_{\bar{l}} - C_{\bar{l}}^2} = \\ &= -0,406151 M_2 + 0,44868 Q_2. \end{aligned}$$

Similar se obțin valorile respective și pentru zona III unde

$$l = \frac{1}{2,16} = 0,485.$$

Pentru zona III funcțiile A_x , B_x , C_x , și D_x , sînt:

$$A_l = \operatorname{ch} 0,485 \cos 0,485 = 0,99132;$$

$$B_l = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} 0,485 \sin 0,485 + \operatorname{sh} 0,485 \cos 0,485 = 0,48335;$$

$$C_l = \frac{1}{2} \operatorname{sh} 0,485 \sin 0,485 = 0,11707;$$

$$D_l = \frac{1}{4} (\operatorname{ch} 0,485 \sin 0,485 - \operatorname{sh} 0,485 \cos 0,485) = 0,01939.$$

Relația (16.16) devine pentru $\bar{x} = l$:

$$\begin{aligned} kby_0 &= \frac{M_1}{2,16^2} \cdot \frac{C_l A_l + 4D_l^2}{C_l^2 - D_l B_l} - \frac{Q_1}{2,16} \cdot \frac{C_l B_l - D_l A_l}{C_l^2 - D_l B_l} = \\ &= 5,8063 M_1 - 3,9864 Q_1. \end{aligned}$$

Tot astfel

$$\begin{aligned} kby' &= \frac{M_1}{2,16^3} \cdot \frac{B_l A_l + 4C_l D_l}{D_l B_l - C_l^2} - \frac{Q_1}{2,16^2} \cdot \frac{B_l^2 - C_l A_l}{D_l B_l - C_l^2} = \\ &= -11,1114 M_1 + 5,8068 Q_1. \end{aligned}$$

Scriind acum condiția că în punctul $C(\bar{x} = 0)$, tasarea y_0 și rotirea y'_0 trebuie să fie egale cu $\frac{p_1}{k}$, respectiv cu $\operatorname{tg} \delta$, iar în punctul $D(\bar{x} = 0)$, $y_0 = \frac{p_2}{k}$ și $y'_0 = \operatorname{tg} \delta$, se obțin următoarele patru ecuații liniare cu necunoscutele M_1 , M_2 , Q_1 și Q_2 :

$$9,37 M_2 - 3,564 M_1 + 2,49 Q_2 - 8,976 Q_1 = -265,20$$

$$8,92 M_2 - 9,370 M_1 + 5,95 Q_2 - 2,49 Q_1 = -251,60$$

$$23,40 M_2 - 34,51 M_1 + 9,36 Q_2 - 3,55 Q_1 = -640$$

$$23,80 M_2 - 23,40 M_1 + 8,91 Q_2 - 9,36 Q_1 = -640.$$

Din rezolvarea acestor ecuații se obțin :

$$M_1 = 17,44 \text{ tm}; \quad M_2 = 21,72 \text{ tm}; \quad Q_1 = 36,63 \text{ t}; \quad Q_2 = -30,07 \text{ t}.$$

Cunoscînd M_1 , Q_1 , M_2 și Q_2 se poate determina: valoarea tasărilor y_0 în punctele C sau D (y_{01} respectiv y_{02}), valoarea rotirilor y'_0 în aceleași puncte (y'_{01} , respectiv y'_{02}) și presiunea p pentru orice punct situat la distanța x de C sau D .

Împărțind diagrama de presiuni într-un număr convenabil de secțiuni și înlocuind presiunea continuă cu rezultanta respectivă se poate obține diagrama de momente și forțe tăietoare cu care se poate trece la dimensionarea construcției.

17

CALCULUL FUNDAȚIILOR CONSTRUCȚIILOR DUPĂ METODA STĂRILOR LIMITĂ

În calculul fundațiilor trebuie considerate două aspecte:

- calculul terenului de fundație;
- calculul elementului de construcție care alcătuiește fundația propriu-zisă.

În amîndouă cazurile calculul se poate conduce după metoda rezistențelor admisibile sau după metoda stărilor limită, introdusă și în țara noastră prin ordinul C.S.C.A.S. nr. 178 din 1960

1. Calculul terenului de fundație. Calculul după presiuni admisibile folosește valorile unor presiuni (date în tabelele din STAS 3503-52 „Presiuni admisibile”) pentru diferitele pămînturi în funcție de caracteristicile fizice stabilite după cum s-a arătat în cap. 1 — 4.

Calculul la stările limită al terenului de fundație a fost prezentat în literatura tehnică românească sub forma unui Normativ condiționat [8]. El cuprinde următoarele:

a) Verificarea la prima stare limită (a capacității portante) se face pentru cea mai defavorabilă combinație a încărcării de calcul (încărcările normate înmulțite cu coeficientul de supraîncărcare) pentru grupările suplimentare și extraordinare. Caracteristicile de rezistență se iau de asemenea cu valorile de calcul adică valori normate înmulțite cu un coeficient de neomogenitate, egal cu $k = \left(1 - \frac{\sigma}{A^n}\right)$ (σ fiind abaterea pătratică medie iar A^n caracteristica normată respectivă).

Valoarea presiunilor critice obținută din formulele de capacitate portantă (v. cap. 9) se înmulțesc cu un coeficient subunitar m care variază după caz între valorile $m = 1 \dots 0,8$.

b) Verificarea la a doua stare limită (de deformație) se efectuează după metodele arătate în cap. 8.

Pentru calculul deformațiilor se iau în considerare încărcările normate în gruparea fundamentală (încărcări permanente, plus încărcări temporare de lungă durată și o încărcare temporară de scurtă durată).

Deformațiile terenului de fundație se caracterizează prin următoarele valori: tasarea absolută a fundației izolate, tasarea medie a construcției, tasarea relativă (diferența de tasare a două fundații vecine raportată la distanța dintre ele), înclinarea fundației, încovoierea relativă etc.

Toate deformațiile absolute și relative astfel calculate nu pot întrece o anumită valoare limită care este indicată în tabelele din normativul condiționat menționat mai înainte.

2. Calculul fundației ca element de rezistență Elementul de rezistență este solicitat de eforturile transmise de construcție pe pământ și de reacțiunile pe suprafața de contact cu pământul. Din punct de vedere static, fundațiile se prezintă ca elemente masive, grinzi sau plăci simplu rezemate, continue, sau încastrate. După material, ele pot fi alcătuite din zidărie (beton simplu) atunci când sînt solicitate numai de eforturi de compresiune (eforturile de întindere neputînd întrece valorile admise pentru aceste materiale) și de beton armat atunci când sînt solicitate de momente de încovoiere și de eforturi de forfecare.

Întrucît modul de repartizare a eforturilor transmise de fundație pe pământ influențează direct solicitările la care sînt supuse elementele componente ale fundației, acesta este luat în considerație în două feluri:

— repartizarea uniformă a eforturilor în cazul încărcărilor centrice:

$$\sigma = \frac{P}{b} \text{ la fundațiile continue de lățime } b;$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \text{ la fundațiile izolate } (A = a \cdot b); \quad (17.1)$$

— repartizarea după o lege liniară (trapezoidală) în cazul unei încărcări excentrice;

$$\sigma_{1,2} = \frac{P}{b} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right) \quad (17.2)$$

pentru fundații continue, de lățime b ;

$$\sigma_{1,2} = \frac{P}{A} \pm \frac{Pe_x}{I_y} x \pm \frac{Pe_y}{I_x} y \quad (17.3)$$

pentru fundații izolate.

Atunci cînd σ devine negativ, se lucrează cu secțiunea redusă de lățimea $b' = 3e'$ (la fundațiile continue);

$$\sigma_{max} = \frac{2P}{3e'}. \quad (17.4)$$

Dacă legătura între fundație și suprastructură este astfel realizată încît pot fi preluate momente de încovoiere, repartizarea presiunilor pe teren se modifică.

Ipoteza repartizării uniforme sau trapezoidale a presiunilor pe teren poate duce la contradicții de ordin static (reacțiunile pe reazem nu coincid cu încărcările transmise de stîlpi, iar diagrama de momente nu se închide la margini). În aceste cazuri se recurge la anumite metode de calcul prezentate în literatura de specialitate [1,16].

Se consideră fundația și suprastructura ca un element (placă, grindă sau cadru) rezemat pe un mediu elastic și se determină repartizarea presiunilor ținîndu-se seama de conlucrarea între fundație și teren după metodele expuse în cap. 16.

Alcătuirea constructivă a fundației depinde de modul cum elementul de rezistență transmite eforturile pe teren.

Astfel, pentru stîlpi izolați se pot proiecta fundații izolate. Ele sînt rigide atunci cînd $\operatorname{tg} \alpha$ depășește o anumită valoare minimă, dată în tabela 17.1, în funcție de rezistența materialului și de presiunea transmisă pe teren, unde α reprezintă unghiul pe care-l face cu orizontala dreapta care unește marginea tălpii fundației cu marginea cuzinetului.

T a b e l a 17.1

Valoarea $\operatorname{tg} \alpha$			
Presiunea maximă pe teren, kg/cm ²	Valori minime pentru $\operatorname{tg} \alpha$, beton de marca		
	B 35	B 50	B 70 sau mai mare
< 2	1,7	1,3	1,1
2—4	1,9	1,6	1,3
> 4	2,00	2,00	1,5

Dacă lățimea întrece valoarea minimă prescrisă, fundația este solicitată de momente încovoietoare și forțe tăietoare.

Fundațiile elastice din beton armat au diferite forme în plan (pătrate, dreptunghiulare, circulare). Ele se calculează după teoria plăcilor dar în cele mai multe cazuri se adoptă metode simplificate, cu diferite scheme de încărcare.

Pentru elemente care transmit eforturi continue se execută fundații continue, fie rigide dacă $\operatorname{tg} \alpha$ este mai mare decît valoarea limită din tabela 17.1, fie de beton armat cînd aceste condiții nu sînt îndeplinite.

Cînd fundațiile continue sînt executate din blocuri prefabricate, acestea se așază la anumite distanțe, determinate astfel încît să se atingă valoarea presiunii admisibile iar tasarea lor să fie egală cu tasarea unei benzi continue.

Stîlpii dintr-un șir pot fi legați printr-o fundație continuă de beton armat. Și în acest caz solicitările se pot calcula fie după o ipoteză simplificată de repartizare a presiunilor, fie după o repartizare care rezultă din calculul unei grinzi pe mediu elastic.

Cînd terenul de fundație are capacitate portantă redusă, șirurile de stîlpi sînt legate prin fundații sub forma unor benzi încrucișate. În multe cazuri se impune un calcul mai exact de repartizare a presiunilor pe cele două direcții.

Dacă suprafața rămasă liberă între tălpile grinzilor încrucișate devine mai mică decît 35% din suprafața totală, se adoptă tipul de fundație pe radier general, care se impune și în cazurile în care presiunea admisibilă pe teren necesită o suprafață de contact mare precum și în prezența unei presiuni hidrostatice a apei subterane.

Construcțiile cu structură rigidă, fondate pe radier general și încărcate cu o sarcină uniform repartizată pe întreaga suprafață (silozurile, rezervoare etc.), sînt solicitate de momente suplimentare în urma repartizării neuniforme a presiunilor. Aceste momente suplimentare pot fi calculate prin mai multe ipoteze așa cum se arată în exemplele de calcul din cap. 18.

3. Fundațiile construcțiilor civile și industriale pe terenuri puternic compresibile. În aceste cazuri se produc tasări neuniforme ale terenului de fundații, datorită cărora se nasc momente încovoietoare care solicită suprastructura. Pentru preluarea lor se prevăd centuri de beton armat la partea inferioară și superioară a construcției. Armarea acestor elemente se calculează după metode aproximative.

O metodă de fundare pe terenuri compresibile constă în executarea unei perne de pămînt compactat (nisip sau loess compactat) care înlocuiește pe o anumită adîncime și lățime pămîntul compresibil. Determinarea dimensiunii pernei se face în funcție de caracteristicile mecanice ale pămîntului din care este executată perna (cărui i se pot aduce și alte îmbunătățiri indicate prin proiect) și ale terenului natural. Verificările țin seama de deformațiile straturilor naturale de la baza pernei precum și de capacitatea portantă a pernei, presupunînd diferite plane de alunecare posibile, așa după cum se va arăta în exemplele de calcul.

O tratare specială cer construcțiile din panouri mari fondate pe terenuri compresibile sau sensibile la înmuiere, la care datorită tasărilor neuniforme apar solicitări suplimentare.

Pentru preluarea lor trebuie prevăzute dispozitive constructive speciale ca de exemplu: centuri de beton armat la construcții din zidărie de cărămidă portantă sau armături suplimentare la panouri mari.

Se știe că în cazul acestor tipuri de construcții la care fundația continuă rezemată pe un teren compresibil este încărcată cu o sarcină uniform distribuită pe metru q , aplicarea metodei Winkler cu coeficientul de pat constant nu permite exprimarea acestor solicitări. Dar pentru această metodă de calcul există tabele care permit reducerea la minimum a volumului de calcul și eliminarea erorilor de calcul. De aceea se folosește o metodă care ia în considerare conlucrarea între terenul de fundație și fundație plecînd de la teoria coeficientului de pat variabil, ceea ce permite obținerea unor deformații neuniforme chiar în cazul unei încărcări uniforme.

Deformația terenului și a construcției se poate produce fie în sens convex fie concav. În primul caz coeficientul de pat crește de la marginea spre centrul construcției, de la valoarea k la valoarea αk , unde α este un factor supraunitar. În al doilea caz situația este inversă, adică scade de la margine spre centru. Pentru a evita dificultățile de calcul care rezultă pentru un coeficient k variabil de-a lungul lungimii grinzii și pentru a putea folosi tabelele întocmite pentru cazul coeficientului de pat k constant, se adoptă un sistem indicat de mai mulți autori [16], care modifică modul de repartizare a încărcării așa după cum arată fig. 17.1, menținând însă condiția ca totalul încărcării să rămână egal cu ql . În principiu rămân valabile cele expuse în cap. 16 despre modul de calcul la ipoteza Winkler.

Considerând kb coeficientul de pat pe metru de fundație (în t/m^2), EI mărimea convențională a rigidității suprastructurii, se definește factorul

$$l_e = \sqrt[4]{\frac{4EI}{kb}} \quad [m]. \quad (17.5)$$

Toate lungimile care apar în formulele ce urmează se împart cu această lungime l_e și apar sub forma unor mărimi adimensionale,

$$\left(\bar{x} = \frac{x}{l_e}; \quad \bar{l} = \frac{l}{l_e} \text{ etc.} \right).$$

Pentru a putea folosi tabelele gata elaborate în cazul unei grinzi finite încărcată trapezoidal, se adoptă notațiile oarecum diferite de cele folosite în cap. 16.

$$\begin{aligned} \varphi(\bar{x}) &= e^{-\bar{x}} (\sin \bar{x} - \cos \bar{x}); \\ \psi(\bar{x}) &= -e^{-\bar{x}} (\sin \bar{x} - \cos \bar{x}); \\ \theta(\bar{x}) &= e^{-\bar{x}} \cos \bar{x}; \\ \zeta(\bar{x}) &= e^{-\bar{x}} \sin \bar{x}. \end{aligned} \quad (17.6)$$

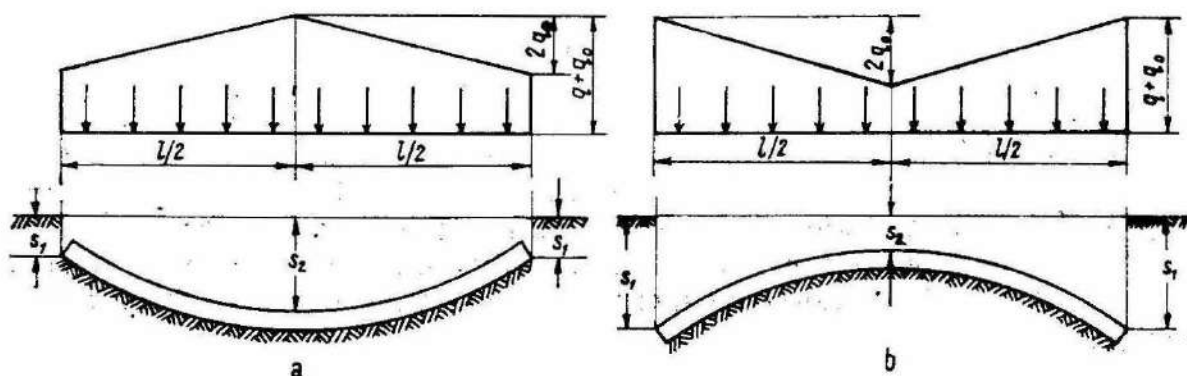


Fig. 17.1

Expresiile liniilor de influență ale momentului încovoiator M , forței tăietoare Q și tasării y în cazul unei grinzi infinit de lungi devin (pentru o încărcare P , respectiv M_0):

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \frac{Pl_e}{4} \psi(\bar{x}) \\ Q_x &= -\frac{P}{2} \theta(\bar{x}) \\ y_x &= \frac{P}{2kbl_e} \varphi(\bar{x}) \end{aligned} \right\} \quad (17.7)$$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \frac{M_0}{2} \theta(\bar{x}) \\ Q_x &= -\frac{M_0}{2l_e} \varphi(\bar{x}) \\ y_x &= \frac{M_0}{l_e^2 kb} \zeta(\bar{x}). \end{aligned} \right\} \quad (17.8)$$

Se obțin solicitările și deplasările într-un punct x pentru o sarcină uniform repartizată pe lungimea l calculînd integralele

$$M_x = \frac{ql_e}{4} \int_{l/2-x}^{l/2+x} \psi(\bar{x}) dx; \quad Q_x = -\frac{q}{4} \int_{l/2-x}^{l/2+x} \theta(\bar{x}) dx \quad (17.9)$$

$$y_x = \frac{q}{2kbl_e} \int_{l/2-x}^{l/2+x} \varphi(\bar{x}) dx.$$

În mod analog se pot stabili relațiile de calcul și pentru o sarcină triunghiulară integrînd expresiile (17.9) pentru acțiunea elementului infinitezimal

$$q_0 \frac{x}{l/2} dx. \quad (17.9 \text{ a})$$

Se trece de la grinda infinită la grinda de lungimea finită l aplicînd în sens invers, sub forma unor forțe concentrate la cele două capete ale grinzii, momentele și forțele tăietoare care reies din expresiile (17.9) pentru $x = l/2$.

Prin însumarea expresiilor obținute din acțiunea diferitelor încărcări după (17.7) — (17.9), reiese momentul maxim din centru și forța tăietoare maximă:

$$M_{max} = M_{0m} + \frac{Q_0}{2} l_e \psi\left(\frac{l}{2}\right) + M_0 \theta\left(\frac{l}{2}\right) \quad (17.10)$$

unde :

$$M_{0m} = \frac{q}{4} l_e^2 \left\{ 2\zeta\left(\frac{l}{2}\right) - 2V \left[1 - \varphi\left(\frac{l}{2}\right) - \frac{l}{2} \zeta\left(\frac{l}{2}\right) \right] \right\} \quad (17.11)$$

$$M_0 = \frac{M_1 + \alpha_{13} Q_1}{r_2 - \alpha_{13} r_4} \quad Q_0 = \frac{-r_4 M_0 + Q_1}{r_3} \quad (17.12)$$

$$M_1 = \frac{q}{4} l_e^2 \left\{ \zeta(l) - V \left[2\varphi\left(\frac{l}{2}\right) - 1 - \varphi(l) - \frac{l}{2} \zeta(l) \right] \right\} \quad (17.13)$$

$$Q_1 = \frac{q}{4} l_e \left\{ 1 - \psi(l) - 2V \left[2\zeta\left(\frac{l}{2}\right) - \zeta(l) - \frac{l}{4} (1 - \psi(l)) \right] \right\}. \quad (17.14)$$

Forța tăietoare maximă se obține din expresia :

$$Q_{max} = Q_{0m} - \frac{Q_0}{2} \left[\theta\left(\frac{l}{4}\right) - \theta\left(\frac{3l}{4}\right) \right] - \frac{M_0}{2l_e} \left[\varphi\left(\frac{l}{4}\right) - \varphi\left(\frac{3l}{4}\right) \right] \quad (17.15)$$

unde :

$$Q_{0m} = \frac{q}{4} l_e \left\{ \psi\left(\frac{l}{4}\right) - \psi\left(\frac{3l}{4}\right) - 2V \left[3\zeta\left(\frac{l}{4}\right) - \zeta\left(\frac{3l}{4}\right) - \frac{l}{4} \psi\left(\frac{l}{4}\right) - \psi\left(\frac{3l}{4}\right) \right] \right\}. \quad (17.16)$$

În toate aceste expresii valorile φ , ψ , θ și ζ pentru argumente $\bar{x} = \frac{x}{l_e}$ variind între 0 și 3,5 sînt date în tabela 17.2.

De asemenea, celelalte valori sînt :

$$r_1 = \frac{1 + \psi(l)}{4} l_e; \quad r_2 = \frac{1 + \theta(l)}{2}; \quad r_3 = \frac{1 - \theta(l)}{2}; \quad r_4 = \frac{1 - \varphi(l)}{2l_e};$$

$$\alpha_{13} = \frac{r_1}{r_3}. \quad (17.17)$$

$$V = \frac{2}{S}, \text{ unde } S = \frac{l[(A-2)\beta + \alpha A\gamma]}{A\beta(\alpha-1)}; \quad A = \frac{l - 1 + \psi\left(\frac{l}{2}\right)}{1 - 2\psi\left(\frac{l}{2}\right)}. \quad (17.18)$$

$$\beta = 1 - \theta\left(\frac{l}{2}\right); \quad \gamma = 1 + \theta\left(\frac{l}{2}\right) \quad (17.19)$$

Tabela 17.2

Valorile funcțiilor φ , ψ , θ și ζ

$\bar{x} = \frac{x}{l_e}$	φ	ψ	θ	ζ
1	2	3	4	5
0,0	1,0000	1,0000	1,0000	0
0,1	0,9907	0,8100	0,9003	0,0903
0,2	0,9651	0,6398	0,8024	0,1627
0,3	0,9267	0,4888	0,7077	0,2189
0,4	0,8784	0,3564	0,6174	0,2610
0,5	0,8231	0,2415	0,5323	0,2908
0,6	0,7628	0,1431	0,4530	0,3099
0,7	0,6997	+0,0599	0,3798	0,3199
0,8	0,6354	-0,0093	0,3131	0,3223
0,9	0,5712	-0,0657	0,2527	0,3185
1,0	0,5083	-0,1108	0,1988	0,3096
1,1	0,4476	-0,1457	0,1510	0,2967
1,2	0,3899	-0,1716	0,1091	0,2807
1,3	0,3855	-0,1897	0,0729	0,2626
1,4	0,2849	-0,2011	0,0419	0,2430
1,5	0,2384	-0,2068	+0,0158	0,2226
1,6	0,1959	-0,2077	-0,0059	0,2018
1,7	0,1576	-0,2047	-0,0235	0,1812
1,8	0,1234	-0,1985	-0,0376	0,1610
1,9	0,0932	-0,1899	-0,0484	0,1415
2,0	0,0667	-0,1794	-0,0563	0,1230
2,1	0,0439	-0,1675	-0,0618	0,1057
2,2	0,0244	-0,1548	-0,0652	0,0895
2,3	+0,0080	-0,1416	-0,0668	0,0748
2,4	-0,0056	-0,1282	-0,0669	0,0613
2,5	-0,0166	-0,1149	-0,0656	0,0492
2,6	-0,0254	-0,1019	-0,0636	0,0383
2,7	-0,0320	-0,0895	-0,0608	0,0287
2,8	-0,0369	-0,0777	-0,0573	0,0204
2,9	-0,0403	-0,0666	-0,0534	0,0132
3,0	-0,0423	-0,0663	-0,0493	0,0070
3,1	-0,0431	-0,0469	-0,0450	+0,0019
3,2	-0,0431	-0,0383	-0,0407	-0,0024
3,3	-0,0422	-0,0306	-0,0364	-0,0058
3,4	-0,0408	-0,0237	-0,0323	-0,0085
3,5	-0,0389	-0,0177	-0,0283	-0,0106

în care V reprezintă termenul care exprimă influența modului de repartizare a încărcării q pentru a corespunde tasărilor neuniforme.

După cum se vede din ecuațiile precedente, mărimea solicitărilor sistemului fundație-suprastructură în urma tasărilor neuniforme ale terenului, depinde de doi factori și anume:

$\bar{l} = \frac{l}{l_e}$ care exprimă raportul rigidității celor două elemente care conlucrează (construcție și terenul de fundație), și α care exprimă modul după care variază coeficientul de pat pentru a obține tasarea neuniformă a construcției în forma fie convexă, fie concavă. Factorul α , care intră în expresia S , este determinat de raportul s_1/s_2 , adică de gradul de neuniformitate al tasărilor. Din experiența calculelor efectuate a reieșit că solicitările M și Q , în cazul cînd $l/l_e > 2,50$, nu mai sînt influențate de variația lui α dacă acest coeficient întrece valoarea 2; de aceea este suficient a se lua în calcul $\alpha = 2$.

De asemenea rezultă că solicitările maxime pentru cazul deformației convexe și concave a grinzii, așa cum este arătată în fig. 17.1, a și b sînt identice. Înlocuind după cum s-a arătat înainte variația coeficientului de pat variabil cu o variație liniară a încărcării (conform fig. 17.1), modul de redistribuție al încărcării uniforme q este dat de relația: $2q_0 = q - \frac{l_e}{S}$, unde

S este dat de expresia (17.18). În acest fel dimensionarea centurilor de rigidizare de la partea inferioară și superioară a construcției poate fi făcută pentru valorile momentelor și forțelor tăietoare maxime calculate după formulele (17.10) și (17.15). Ca braț de pîrghie se ia distanța între centura inferioară și cea superioară [23].

În ceea ce privește calculul rigidității suprastructurii, aceasta se calculează după regulile mecanicii construcțiilor, separat pentru secțiunile cu zidărie plină și cele cu goluri. Dacă într-o secțiune se găsesc părți cu materiale diferite (avînd modulul E_i) suprafețele respective se înmulțesc cu un factor $\frac{E_i}{E}$, unde E este modulul de bază ales. Coeficientul de rigiditate EI se exprimă prin momentul de inerție al celor două secțiuni I_1 și I_2 (pentru secțiunea cu zidărie plină, respectiv cu goluri)

$$EI = 2E \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2}. \quad (17.21)$$

Rigiditatea construcțiilor din zidărie portantă de cărămidă se calculează ținînd seama de conlucrarea acestei zidării luînd ca modul de elasticitate

$$E_{zid} = 0,01 R_{zid} \cdot 10^6 \text{ [t/m}^2\text{]} \quad (17.22)$$

în care R_{zid} este marca mortarului, în kg/cm^2 .

În ceea ce privește alegerea coeficientului de pat k , în lipsa unor date de teren mai exacte se poate accepta următoarea aproximație: k variază între (100 ... 160) σ_a pentru pămînturi de compresibilitate medie și între (66 ... 100) σ_a pentru pămînturi compresibile, unde k rezultă în t/m^3 iar σ_a (presiunea admisibilă) se ia în t/m^2 .

Pentru construcțiile la care $l/l_e < 2$ formulele bazate pe legile de deformare a grinzii nu mai sînt valabile. Elementul fundație-suprastructură trebuie considerat ca o grindă perete rezemată pe un suport elastic. Teoriile respective însă nu sînt încă elaborate într-o formă care poate servi pentru aplicarea în practica curentă de proiectare.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 17.1. Se cere să se dimensioneze fundația unui stîlp avînd secțiunea de 80×80 cm, încărcată axial cu sarcina $N = 250$ t, cunoscînd presiunea admisibilă pe teren $\sigma_a = 2,4$ kg/cm². Fundația se va proiecta în următoarele variante:

a) fundație din bloc de beton simplu (B 70) și cuzinet (B 110), $\sigma_c = 2\,500$ kg/cm² în armătura cuzinetului;

b) fundația obelisc de beton armat (beton B 110 și în armături $\sigma_c = 2\,500$ kg/cm²).

Se cere să se compare din punct de vedere economic cele două tipuri de fundație.

Rezolvare. a) Evaluînd presiunea datorită greutateii proprii a pămîntului situat deasupra adîncimii de fundare la $0,25$ kg/cm² se obține:

$$B_{nec} = \sqrt{\frac{250\,000}{2,4 - 0,25}} = \sqrt{116\,000} = 340 \text{ cm}; \quad \sigma = \frac{250}{3,4^2} = 21,5 \text{ t/m}^2.$$

Alegîndu-se pentru blocul de fundație tipul cu două trepte, se calculează lățimea cuzinetului după relația

$$b = 0,4 \times 340 = 136 \approx 140 \text{ cm};$$

rezultă lățimea treptelor

$$L = \frac{340 - 140}{2} = 100 \text{ cm}.$$

Conform tabelii 17.1, pentru $\sigma_a = 2,5$ kg/cm² și beton B 70, $\text{tg } \alpha = 1,3$. De aici rezultă înălțimea necesară a blocului de beton avînd lățimea $B = 3,40$ m

$$H = L \text{ tg } \alpha = 100 \times 1,3 = 130 \text{ cm}.$$

Dimensiunea treptei cuzinetului (fig. 17.2)

$$l = \frac{b - b_0}{2} = \frac{140 - 80}{2} = 30 \text{ cm}.$$

Înălțimea h a cuzinetului trebuie să îndeplinească condițiile:

$$h \geq 30 \text{ cm}; \quad h \geq \frac{2}{3} l = \frac{2}{3} \times 30 = 20 \text{ cm}; \quad h > \frac{b}{4} = \frac{140}{4} = 35 \text{ cm}.$$

Întrucât $h = 35 \text{ cm} > l = 30 \text{ cm}$, rezultă că eforturile principale de întindere sînt preluate exclusiv de betonul din cuzinet și deci nu este necesară prevederea unor armături înclinate.

Presiunea pe talpa cuzinetului este:

$$p = \frac{250}{1,40^2} = 127 \text{ t/m}^2$$

de unde:

$$M = \frac{pl^2}{2} = \frac{127 \times 0,30^2}{2} = 5,72 \text{ tm/m}; \quad h_0 = 35 - 3 = 32 \text{ cm}.$$

$$A_{f \text{ nec}} = \frac{cM}{0,9h_0\sigma_c} = \frac{1,8 \times 572\,000}{0,9 \times 32 \times 2\,500} = 14,3 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

Se alege 10 $\varnothing 14 \text{ mm} = 15,4 \text{ cm}^2$ pe 1 m lățime, deci $1,4 \times 10 = 14 \varnothing 14$ pe fiecare direcție.

Verificarea îndeplinirii condiției de armare minimă:

$$\mu \% = \frac{A_f}{100 h_0} 100 \% = \frac{15,4}{32} \% = 0,48 \% > 0,15 \%.$$

Ca o variantă a acestei soluții, se va dimensiona și tipul de bloc de fundație fără trepte (fig. 17.3).

$$b/B = 0,60; \quad b = 0,6 \times 3,40 \text{ m} = 2,04 \approx 2 \text{ m}.$$

$$L = \frac{3,40 - 2}{2} = 0,70 \text{ m}$$

$$H \geq L \operatorname{tg} \alpha; \quad H \geq 1,3 \times 0,70 = 91 \text{ cm}. \text{ Se ia } H = 90 \text{ cm}.$$

Dimensionarea cuzinetului:

$$l = \frac{b - b_0}{2} = \frac{200 - 80}{2} = 60 \text{ cm}.$$

$$h \geq 30 \text{ cm}; \quad h \geq \frac{2}{3} l = \frac{2}{3} 60 \text{ cm} = 40 \text{ cm}; \quad h \geq \frac{b}{4} = \frac{200}{4} = 50 \text{ cm}.$$

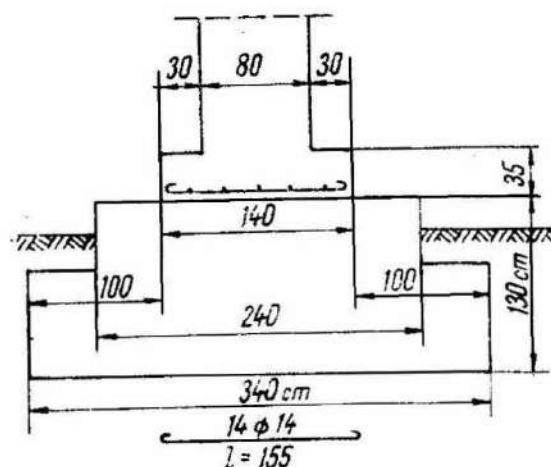


Fig. 17.2

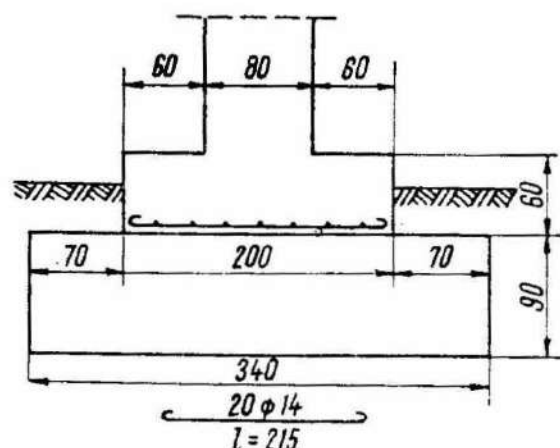


Fig. 17.3

Se admite $h = 60$ cm, pentru a se evita prevederea de armături înclinate ($h \geq l$).

Presiunea la baza cuzinetului:

$$p = \frac{250}{2^2} = 62,5 \text{ t/m}^2;$$

de unde rezultă:

$$h_0 = 60 - 3 = 57 \text{ cm}; \quad M = \frac{62,5 \times 0,6^2}{2} = 11,25 \text{ tm/m};$$

$$A_{f \text{ nec}} = \frac{1,8 \times 1125000}{0,9 \times 57 \times 2500} = 15,8 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

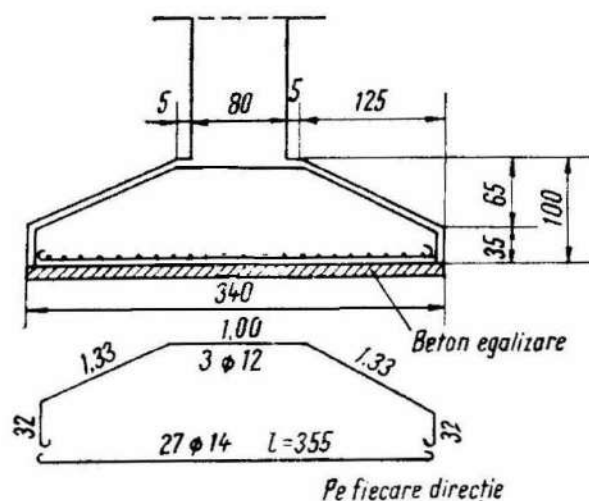


Fig. 17.4

Se adoptă $10 \varnothing 14/\text{m} = 15,4 \text{ cm}^2$ respectiv $20 \varnothing 14$ pe fiecare direcție a cuzinetului.

b) Fundația izolată tip obelisc din beton armat (fig. 17.4). Lățimea B este aceeași ca la pct. a; înălțimea H se alege cu condiția

$$H \geq (0,25 - 0,35) B.$$

Luând $H = 0,3 \times 3,40 = 1,02 \approx 1$ m rezultă $h \geq 20$ cm și simultan $h \geq \frac{1}{3} H = 0,33$ m. Se admite $h = 0,35$ m.

Momentele încovoietoare pe cele două direcții sînt egale între ele și au valoarea :

$$M_x = M_y = \frac{2B + b_0}{24} (B - b_0)^2 q = \frac{2 \times 3,40 + 0,80}{24} (3,40 - 0,80)^2 \times 21,5 = 46 \text{ tm.}$$

Pentru simplificarea armării tălpii se adoptă un singur tip de armătură, calculat după direcția $y - y$.

$$h_{0y} = H - 3 - \emptyset = 1 - 0,03 - 0,01 = 0,96 \text{ m.}$$

$$A_{fx} = A_{fy} = \frac{cM}{0,85h_0\sigma_c} = \frac{1,8 \times 4\,600\,000}{0,85 \times 96 \times 2\,500} = 40,6 \text{ cm}^2.$$

Se adoptă $27 \emptyset 14 = 40,8 \text{ cm}^2$ adică $8 \emptyset 14/\text{m}$ pe fiecare direcția. Arma-rea constructivă de la partea superioară a fundației se ia $3 \emptyset 14$ pe fiecare direcție.

Calculul comparativ al soluțiilor adoptate este prezentat în tabela 17.3.

T a b e l a 17.3

Articolul	Indicator Simbol Preț	Preț unitar	Cuzinet + bloc cu două trepte		Cuzinet + bloc cu o treaptă		Obelisc din beton armat	
			Canti- tăți	Preț	Canti- tăți	Preț	Canti- tăți	Preț
Săpătură de funda- ție, m ³	T, Af	5,80	24,3	141	22,5	131	16,8	97
Beton de egalizare	CA2	104,78	—	—	—	—	1,2	126
Cofraj, m ²	CB1	6,80	8,20	56	4,80	33	4,80	33
Beton în blocuri, m ³	CA4	119,30	11,26	1 343	10,40	1 241	—	—
Beton armat în cuzzi- net, m ³	CA10	155,10	0,69	107	2,40	372	—	—
Beton armat în - tălpi, m ³	CA10	155,10	—	—	—	—	7,56	1 173
Oțel în armături, kg	CC1	3,20	52,5	168	104,1	333	263,5	843
Total lei				1 815		2 110		2 272

de unde rezultă:

$$p_1, p_2 = \frac{80}{2 \times 3} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,15}{3} \right) = 13,3 \times (1 \pm 0,30)$$

$$p_1 = 13,3 \times 1,3 = 17,3 \text{ t/m}^2; \quad p_2 = 9,33 \text{ t/m}^2.$$

Alegînd dimensiunile în plan ale cuzinetului de $1,20 \times 1,80 \text{ m}$, rezultă

$$\frac{b}{B} = \frac{1,80}{3} = 0,6.$$

$$L = \frac{B - b}{2} = \frac{3,0 - 1,8}{2} = 0,60 \text{ m}.$$

Pentru $\sigma_a < 2 \text{ kg/cm}^2$ și beton B 70, rezultă

$$\operatorname{tg} \alpha = 1,1; \quad H = L \operatorname{tg} \alpha = 0,66 \approx 0,70 \text{ m}.$$

Pentru stabilirea înălțimii cuzinetului se aplică condițiile:

$$h \geq l_x; \quad h \geq l_y; \quad h \geq \frac{b}{4}; \quad h \geq 30 \text{ cm}$$

$$l_x = 60 \text{ cm}; \quad l_y = 40 \text{ cm}; \quad \frac{b}{4} = \frac{180}{4} = 45 \text{ cm}; \quad h = 60 \text{ cm}.$$

Presiunile pe cuzinet la nivelul blocului de fundație sînt (v. fig. 17.5)

$$q_1, q_2 = \frac{80}{1,2 \times 1,8} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,15}{1,8} \right);$$

$$q_1 = \frac{80 \times 1,5}{1,2 \times 1,8} = 55,6 \text{ t/m}^2; \quad q_2 = \frac{80 \times 0,5}{1,2 \times 1,8} = 18,5 \text{ t/m}^2;$$

$$q_0 = 18,5 + (55,6 - 18,5) \frac{1,20}{1,80} = 18,5 + 24,7 = 43,2 \text{ t/m}^2.$$

De unde rezultă:

$$M_x = \frac{2q_1 + q_0}{6} l_x^2 = \frac{2 \times 55,6 + 43,2}{6} \times 0,60^2 = 9,27 \text{ tm/m};$$

$$M_y = \frac{80}{2 \times 1,2 \times 1,8} l_y^2 = \frac{80}{2 \times 1,2 \times 1,8} \times 0,4^2 = 2,96 \text{ tm/m}.$$

Pe rîndul întîi se așază armătura corespunzătoare direcției celei mai solici-
tate $x - x$;

$$h_{0x} = 60 - 3 = 57 \text{ cm}; \quad h_{0y} = 57 \text{ cm} - \varnothing = 56 \text{ cm};$$

$$A_{fx} = \frac{cM_x}{0,9 h_{0x} \sigma_c} = \frac{1,8 \times 927\,000}{0,9 \times 57 \times 2\,500} = 13 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

Se adoptă $10 \varnothing 14/\text{m} = 15,4 \text{ cm}^2/\text{m}$; pe latura scurtă a cuzinetului sînt nece-
sare $1,2 \times 10 = 12 \varnothing 14$.

$$\mu = \frac{15,4}{57 \times 100} = 0,27\% > 0,15 \%$$

$$A_{fy} = \frac{cM_y}{0,9 h_{0y} \sigma_c} = \frac{1,8 \times 296\,000}{0,9 \times 56 \times 2\,500} = 4,24 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\mu\% = \frac{4,24}{56} = 0,08\%.$$

Armarea rezultată fiind sub cea minimă, trebuie majorată la :

$$A_{fy} = \frac{0,15}{100} 100 \times 56 = 8,40 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

Se adoptă $6 \varnothing 14/\text{m} = 9,23 \text{ cm}^2/\text{m}$; pe întreaga lățime de 1,80 m, revine
la $1,8 \times 10 = 18 \varnothing 14$.

b) Pentru baza fundației se mențin dimensiunile găsite la pct. a : $A \times B =$
 $= 2 \times 3 \text{ m}$.

Înălțimea tălpii de fundație se alege pe baza condiției de economicitate.

$$H = 0,25 \times A = 0,25 \times 300 = 75 \text{ cm}.$$

Raportul H/A fiind mai mare decît 0,22 se evită necesitatea prevederii de
armături înclinate pentru preluarea eforturilor principale de întindere; la
capătul tălpii se admite înălțimea

$$h \geq \frac{1}{3} H = \frac{1}{3} \times 75 = 25 \text{ cm}.$$

Schema de încărcare rezultă din fig. 17.6

$$p_3 = p_2 + \frac{p_1 - p_2}{3} 2,6 = 9,33 + \frac{17,3 - 9,33}{3} 2,6 = 16,2 \text{ t/m}^2;$$

$$p_4 = p_2 + \frac{p_1 - p_2}{3,0} 1,8 = 9,33 + \frac{17,3 - 9,33}{3,0} 1,8 = 14,1 \text{ t/m}^2.$$

$$L_x = \frac{3 - 0,6}{2} = 1,2 \text{ m} \quad L_y = \frac{2 - 0,4}{3} = 0,8 \text{ m}.$$

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{BL_x^2}{6} (p_4 + 2p_1) - \frac{L_y^3}{6} \left[2p_4 + (p_1 - p_4) \frac{L_y}{L_x} \right] = \\ &= \frac{2 \times 1,2^2}{6} (14,1 + 2 \times 17,3) - \frac{0,8^3}{6} \left[2 \times 14,1 + (17,3 - 14,1) \frac{0,8}{1,2} \right] = \\ &= 23,4 - 2,6 = 20,8 \text{ tm}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_y &= \left(\frac{b_0 L_y^2}{2} + \frac{2}{3} L_y^3 \right) \frac{(p_1 + p_2)}{2} = \left(\frac{0,60 \times 0,80^2}{2} + \frac{2}{3} 0,80^3 \right) \frac{9,3 + 17,3}{2} = \\ &= 7,1 \text{ tm}. \end{aligned}$$

$$h_{0x} = 75 - 3 = 72 \text{ cm}; \quad h_{0y} = 72 - \varnothing = 71 \text{ cm}.$$

$$A_{fx} = \frac{cM_x}{0,85h_{0x}\sigma_c} = \frac{1,8 \times 2\,080\,000}{0,85 \times 72 \times 2\,500} = 24,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{fy} = \frac{1,8 \times 710\,000}{0,85 \times 72 \times 2\,500} = 8,5 \text{ cm}^2.$$

A_{fx} se distribuie uniform pe toată lățimea de 2 m a tălpii de fundație cu $16 \varnothing 14 = 24,6 \text{ cm}^2$.

În ce privește A_{fy} , valoarea rezultată din calcul este sub armarea minimă necesară

$$A_{fy} = (b_0 + 2L_y) h_0 \times \mu_{min} = (60 + 2 \times 80) \times 71 \times \frac{0,15}{100} = 23,4 \text{ cm}^2.$$

A_{fy} se distribuie uniform pe porțiunea $b_0 + L_y$ cu $16 \varnothing 14/\text{mm}$, iar pe restul lungimii pînă la 3 m se prevede constructiv aceeași armătură; numărul de bare necesar va fi deci $\frac{3}{2,2} \times 16 \text{ bare} = 22 \text{ bare } \varnothing 14 \text{ mm}$ (v. fig. 17.6 cifrele din paranteze).

După cum se poate constata, datorită diferenței mari între valorile M_x și M_y , este necesar să se prevadă constructiv o armare mult mai puternică decât cea rezultată din calcul. Aceasta provine în special datorită faptului că s-a adoptat pentru talpa de fundație o formă similară cu a stîlpului, adică un dreptunghi cu raportul laturilor $\frac{A}{B} = 1,5$.

Pentru a pune în evidență influența formei în plan a tălpii de fundație asupra secțiunii de armătură se va analiza și armarea necesară pentru varianta avînd dimensiunile $2,60 \times 2,40$ m (fig. 17.7).

$$p_1, p_2 = \frac{80}{2,6 \times 2,4} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,15}{2,6} \right) = 12,8(1 \pm 0,35)$$

$$p_1 = 17,3 \text{ t/m}^2; p_2 = 8,3 \text{ t/m}^2.$$

$$p_3 = 8,3 + (17,3 - 8,3) \frac{1,60}{2,60} = 13,8 \text{ t/m}^2; p_4 = p_1 = 17,3 \text{ t/m}^2.$$

$$H = 0,25 \times A = 0,65 \text{ m}; h_{0x} = 65 - 3 = 62 \text{ cm}; h_{0y} = 61 \text{ cm}.$$

$$M_x = \frac{2,4 \times 1^2}{6} (13,8 + 2 \times 17,3) - \frac{1^3}{6} \left[2 \times 13,8 + (17,3 - 13,8) \frac{1}{1} \right]$$

$$M_x = 19,4 - 5,1 = 14,3 \text{ tm};$$

$$M_y = \left(\frac{0,60 \times 1^2}{2} + \frac{2}{3} 1^3 \right) \frac{(17,3 + 8,3)}{2} = (0,30 + 0,67) 12,8 = 12,4 \text{ t/m}^2.$$

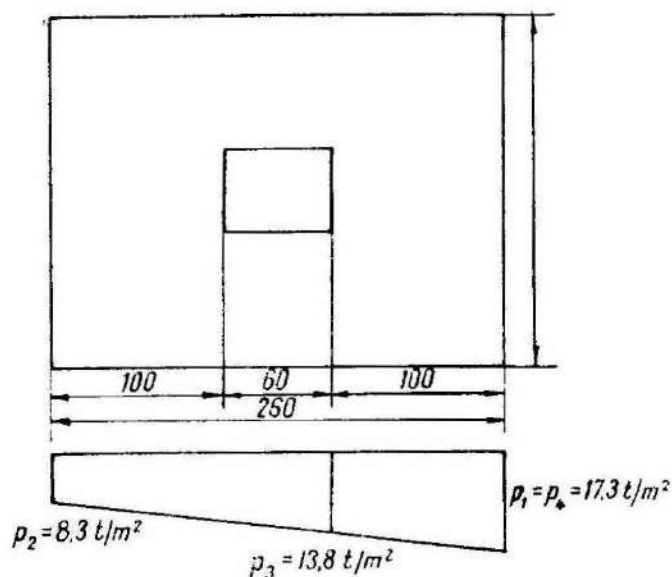


Fig. 17.7

$$A_{fx} = \frac{1,8 \times 1\,430\,000}{0,85 \times 62 \times 2\,500} = 19,5 \text{ cm}^2;$$

$$A_{fy} = \frac{1,8 \times 1\,240\,000}{0,85 \times 61 \times 2\,500} = 17,2 \text{ cm}^2.$$

Armarea minimă fiind 0,15 · $\frac{61 \times 260}{100} = 23, \text{ cm}^2$ se adoptă pentru ambele direcții 16 $\varnothing 14 = 24,6 \text{ cm}^2$, realizîndu-se astfel o economie de armătură.

presiunilor pe talpă, măbind lățimea efectivă. Mărimea momentului încovoietor rezultă din egalarea rotirii piciorului stîlpului în locul de încastrare cu rotirea tălpii în urma compresibilității terenului. Rotirea tălpii poate fi calculată fie în ipoteza coeficientului de pat (v. cap. 16) sau pe baza rezolvării problemei de contact după teoria elasticității (v. cap. 8 și 18).

Dimensionarea se face prin încercări. Se alege o fundație avînd forma în plan corespunzătoare fig. 17.8 cu laturile de $1,40 \times 2$ m.

Rotirea fundației sub acțiunea momentului $M = Ne$ este în parte redusă datorită rigidității la rotire a stîlpului în planșeu, întreg sistemul lucrînd ca un cadru; momentul M se repartizează proporțional cu rigiditățile la rotire, între fundație și stîlp. Momentul M_{st} cu care se încarcă stîlpul este de sens contrar lui M și micșorînd excentricitatea e are un efect favorabil asupra fundației.

Rigiditatea la rotire a stîlpului are valoarea cunoscută

$$k_{st} = \frac{4E_{st}I_{st}}{l_{st}},$$

— în cazul cînd stîlpul este încastrat în planșeu sau

$$k_{st} = \frac{3E_{st}I_{st}}{l_{st}}$$

— în cazul cînd este articulat.

Admițînd o încastrare parțială se poate lua

$$k_{st} = \frac{3,3 E_{st} I_{st}}{l_{st}}.$$

$$\text{Luînd pentru } E_{st} = 260\,000 \text{ kg/cm}^2, I_{st} = \frac{4 \times 6^3}{12} = 72 \text{ dm}^4$$

$$k_{st} = \frac{3,3 \times 26 \times 10^6 \times 72}{36} = 17,16 \times 10^7 \text{ kg/dm}.$$

$$k_f = k I_f; \quad k = 10 \text{ kg/cm}^3 = 10^4 \text{ kg/dm}^3; \quad I_f = \frac{20 \times 14^3}{12} = 4,573 \times 10^3 \text{ dm}^4;$$

$$k_f = 4,573 \times 10^7 \text{ kg dm}.$$

Din momentul total $M = Ne = 60 \times 0,30 = 18$ tm revine stîlpului momentul

$$M_{st} = M \frac{k_{st}}{k_f + k_{st}} = 18 \times \frac{17,16}{17,16 + 4,57} = 14,2 \text{ tm}.$$

Momentul cu care se încarcă fundația este de

$$M_f = 18 - 14,2 = 3,8 \text{ tm.}$$

$$\text{Excentricitatea } e = \frac{3,8}{60} = 0,06 \text{ m} < \frac{1,40}{6} = 0,23 \text{ m.}$$

$$p_1, p_2 = \frac{60\,000}{200 \times 140} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,06}{1,40} \right) = 2,14 (1 \pm 0,26)$$

$$p_1 = 2,14 \times 1,26 = 2,7 \text{ kg/cm}^2; \quad p_2 = 2,14 \times 0,74 = 1,59 \approx 1,6 \text{ kg/cm}^2.$$

b) O metodă mai corectă este aceea de a calcula rotirea fundației, fără a ține seama de coeficientul de pat, folosind relația dată în enunț, care dă rotirea fundației sub acțiunea momentului M .

Cu datele din problemă se obține

$$\text{tg } \delta_2 = \frac{1 - 0,35^2}{6\,000} \frac{M}{0,7^3} K_2 = 0,00043 MK_2.$$

Coeficientul K_2 se obține din tabela 7.7.

$$n = \frac{a}{b} = \frac{2}{1,40} = 1,43; \quad K_2 = 0,45$$

$$\text{tg } \delta_2 = 0,00043 \times 0,45 M = 0,000193 M.$$

Rotirea stîlpului sub acțiunea unui moment unitar are valoarea $\text{tg } \delta_{st} = \frac{l_{st}}{3,3 EI}$ (s-a luat coeficientul 3,3 pentru a ține seama de o încastrare parțială a stîlpului în planșeu)

$$\text{tg } \delta_{st} = \frac{3,60}{3,3 \times 2,6 \times 10^6 \times 0,0072} = 5,827 \times 10^{-5}.$$

Rotirea fundației pentru un moment unitar fiind $\text{tg } \delta_2 = 19,3 \times 10^{-5}$, din condiția de continuitate rezultă:

$$\begin{aligned} (\text{tg } \delta_2 + \text{tg } \delta_{st}) M' &= \text{tg } \delta_2 M \\ (19,3 \times 10^{-5} + 5,825 \times 10^{-5}) M' &= 19,3 \times 10^{-5} M \end{aligned}$$

$$M' = \frac{19,3}{25,125} M = 0,78 M.$$

Momentul care revine fundației este

$$M - 0,78 M = 0,22 M = 0,22 \times 18 = 3,96 \text{ tm.}$$

De aici înainte problema se conduce pînă la sfîrșit în același fel ca la pct. a.

Verificarea secțiunii de la baza stîlpului: solicitările în secțiune sînt:

$$N = 60 \text{ t}; \quad M = 18 - 3,96 = 14,04 \text{ tm.}$$

Pentru beton marca B 170 și $\sigma_c = 2\,850 \text{ kg/cm}^2$, din tabelele pentru calculul secțiunilor de beton armat rezultă: $\mu = \mu' = 0,47\%$

$$A_f = A'_f = \frac{0,47}{100} \times 40 \times 60 = 11,28 \text{ cm}^2.$$

Armarea aleasă pentru stîlp 3 $\varnothing 22$ pe fiecare parte a stîlpului.

Alegerea înălțimii fundației: pentru o presiune $p < 3 \text{ kg/cm}^2$ pe terenul de fundație $H > 0,22 A$; deci $H > 0,22 \times 200 = 44 \text{ cm}$. Se alege $H = 50 \text{ cm}$, iar înălțimea h la extremitatea fundației se ia

$$h = \frac{1}{2} \times 50 \text{ cm} = 25 \text{ cm.}$$

Pentru $p_1 = 2,7 \text{ kg/cm}^2$ și $p_2 = 1,6 \text{ kg/cm}^2$; $p_{med} = 2,15 \text{ kg/cm}^2$, se calculează p_0 (presiunea la marginea stîlpului)

$$p_0 = p_2 + \frac{p_1 - p_2}{B} b = 1,6 + \frac{1,1}{140} \times 60 = 1,6 + 0,47 = 2,07 \text{ kg/cm}^2.$$

$$M_x = \frac{A}{6} L_x^2 (2p_1 + p_0) - \frac{L_x^3}{6} (p_0 + p_1) = \frac{2}{6} 0,8^2 (2 \times 27 + 20,7) -$$

$$- \frac{0,80^3}{6} (20,7 + 27) = 15,95 - 4,07 = 11,88 \text{ tm};$$

$$M_y = p_{med} \left(\frac{BL_y^2}{2} - \frac{L_y^3}{3} \right) = 21,5 \left(\frac{1,40 \times 0,8^2}{2} - \frac{0,8^3}{3} \right) =$$

$$= 21,5 (0,45 - 0,17) = 6 \text{ tm.}$$

Întrucît armarea stîlpului se continuă în fundație, se poate conta la armarea fundației pe cele 3 $\varnothing 22$, cu condiția de a ține seama de acest lucru la stabilirea înălțimii $h_{0x} = H - 3 = 47$ cm.

$$A_{fx} = \frac{1,8 \times 1\,188\,000}{0,85 \times 47 \times 2\,500} = 21,4 \text{ cm}^2.$$

Armătura necesară în plus este $21,4 - 11,4 = 10 \text{ cm}^2$; se adoptă $8 \varnothing 14 = 12,30 \text{ cm}^2$, cîte 4 $\varnothing 14$ de fiecare parte a stîlpului, uniform repartizate pe 80 cm $h_{0y} = 47 - 2 = 45$ cm.

$$A_{fy} = \frac{1,8 \times 600\,000}{0,85 \times 45 \times 2\,500} = 11,3 \text{ cm}^2.$$

Se adoptă $8 \varnothing 14 = 12,30 \text{ cm}^2$ uniform repartizat pe lățimea de 1,40 m.

Exemplul 17.4. Se cere să se dimensioneze talpa continuă de fundație din fig. 17.9 folosind ipoteza simplificatoare a fundației considerată de rigiditate infinită în raport cu pămîntul.

Se dă valoarea presiunii admisibile $\sigma_a = 2 \text{ kg/cm}^2$.

Rezolvare. Pentru schema din figură, $R = 200 + 220 + 180 = 600 \text{ t}$; luînd momentul în raport cu centrul grinzii, se obține

$$Re = 200 \times 4,50 - 180 \times 4,50 = 90 \text{ tm}; \quad e = \frac{90}{600} = 0,15 \text{ m}.$$

Luînd pentru lățimea bazei tălpii de fundație $B = 3 \text{ m}$, suprafața de rezemare rezultă $A = 3 \times 12 = 36 \text{ m}^2$. Întrucît atît sarcinile cît și distanțele între stîlpi sînt apropiate, diferențele între ele fiind sub 20%, se determină presiunile maxime și minime pe teren la extremitățile grinzii cu formula:

$$p_1, p_2 = \frac{R}{A} \left(1 \pm \frac{6e}{l} \right) = \frac{600}{36} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,15}{12} \right) = 16,67 (1 \pm 0,075)$$

$$p_1 = 16,67 \times 1,075 = 18 \text{ t/m}^2; \quad p_2 = 16,67 \times 0,925 = 15,5 \text{ t/m}^2.$$

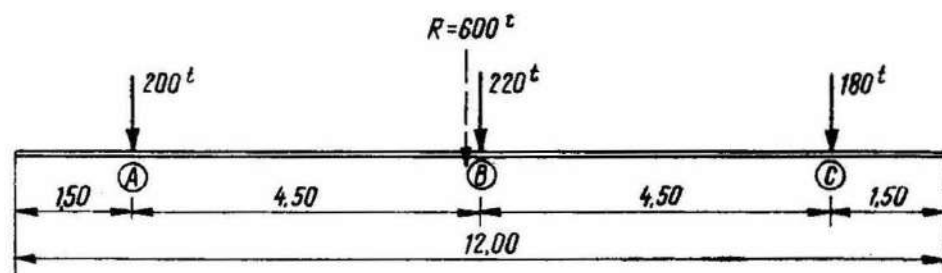


Fig. 17.9

Talpa de fundație se poate calcula ca o grindă continuă cu reazeme fixe, încărcată de jos în sus cu reacțiunile pământului, variabile liniar între p_1 și p_2 și rezemată pe stâlpi.

Momentele de reazem se calculează după metodele cunoscute ale staticii construcțiilor, folosind schemele de încărcare din fig. 17.10. Presiunile în punctele caracteristice (în centrul și la marginea stâlpilor, la marginea vutelor și în cîmp) sînt arătate în fig. 17.10, a.

$$M_A = - \frac{53,06 \times 1,5^2}{2} - \frac{(54,0 - 53,06) 1,5}{2} \times \frac{2}{3} \times 1,5 = 59,0 \text{ tm};$$

$$M_C = - \frac{46,5 \times 1,5^2}{2} - \frac{(47,44 - 46,5) 1,5}{2} \times \frac{1}{3} \times 1,5 = 51,95 \text{ tm};$$

$$M_B^I = - \frac{50,25 \times 4,5^2}{8} - \frac{7}{120} 2,81 \times 4,5^2 + \frac{59,0}{2} = -127 - 3,54 + 29,5 = -101,04 \text{ tm};$$

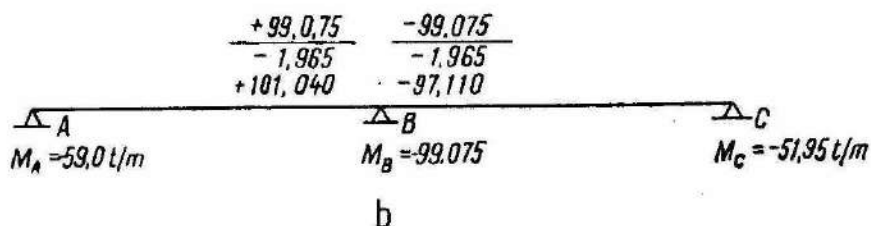
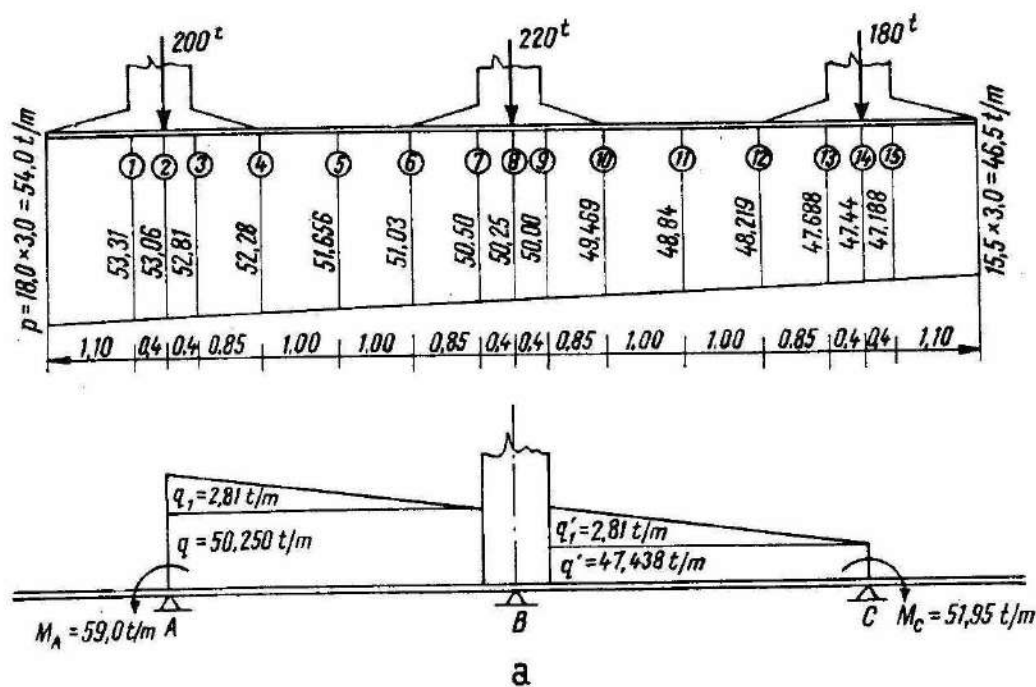


Fig. 17.10

$$M_B^d = \frac{27,44 \times 4,5^2}{8} - \frac{8}{150} 2,81 \times 4,5^2 + \frac{51,95}{2} = -120,0 - 3,04 + \\ + 25,93 = 97,11 \text{ tm.}$$

Momentul în B se obține imediat prin echilibrarea nodului B (fig. 17.10, b)

$$M_B = -99,075 \text{ tm.}$$

Cunoscând momentele M_A , M_B și M_C , se pot calcula reacțiunile din A , B și C .

$$V_A = \frac{54,0 + 53,1}{2} \times 1,50 + \frac{1}{2} \times 50,25 \times 4,5 + \frac{2}{3} \times 2,81 \times 4,5 \times \frac{1}{2} + \\ + \frac{59,0 - 99,075}{4,50} = 189,06 \text{ t;}$$

$$V_B = \frac{1}{2} \times 50,25 \times 4,50 + \frac{1}{3} \times 2,81 \times 4,5 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 47,44 \times 4,5 + \\ + \frac{2}{3} 2,81 \times 5,5 \times \frac{1}{2} + \frac{99,075 - 59,0}{4,5} + \frac{99,075 - 51,95}{4,5} = 245,73 \text{ t;}$$

$$V_C = \frac{47,44 + 46,5}{2} \times 1,50 + \frac{1}{2} \times 47,4 \times 4,5 + \frac{1}{3} \times 2,81 \times 4,5 \times \frac{1}{2} + \\ + \frac{-99,075 \times 51,95}{4,50} = 169,06 \text{ t.}$$

Pentru verificare, suma reacțiunilor trebuie să fie egală cu suma încărcărilor pe talpa de fundație

$$V_A + V_B + V_C = 189,06 + 245,731 + 169,06 = 603,85 \text{ t} \approx 600 \text{ t.}$$

Diferența dintre valori fiind de numai 0,5%, calculul se consideră acceptabil, avînd în vedere și faptul că reacțiunile diferă cu mai puțin de 12% față de valorile sarcinilor acționînd în punctele respective.

Valorile momentelor și forțelor tăietoare se calculează cu metodele cunoscute din statica construcțiilor. Diagramele lor sînt reprezentate în fig. 17.11 și stau la baza dimensionării secțiunilor și a armăturii.

Exemplul 17.5. O hală industrială transmite încărcările prin intermediul a patru șiruri paralele de stîlpi, care sînt amplasate la distanțe de 4,50 m în

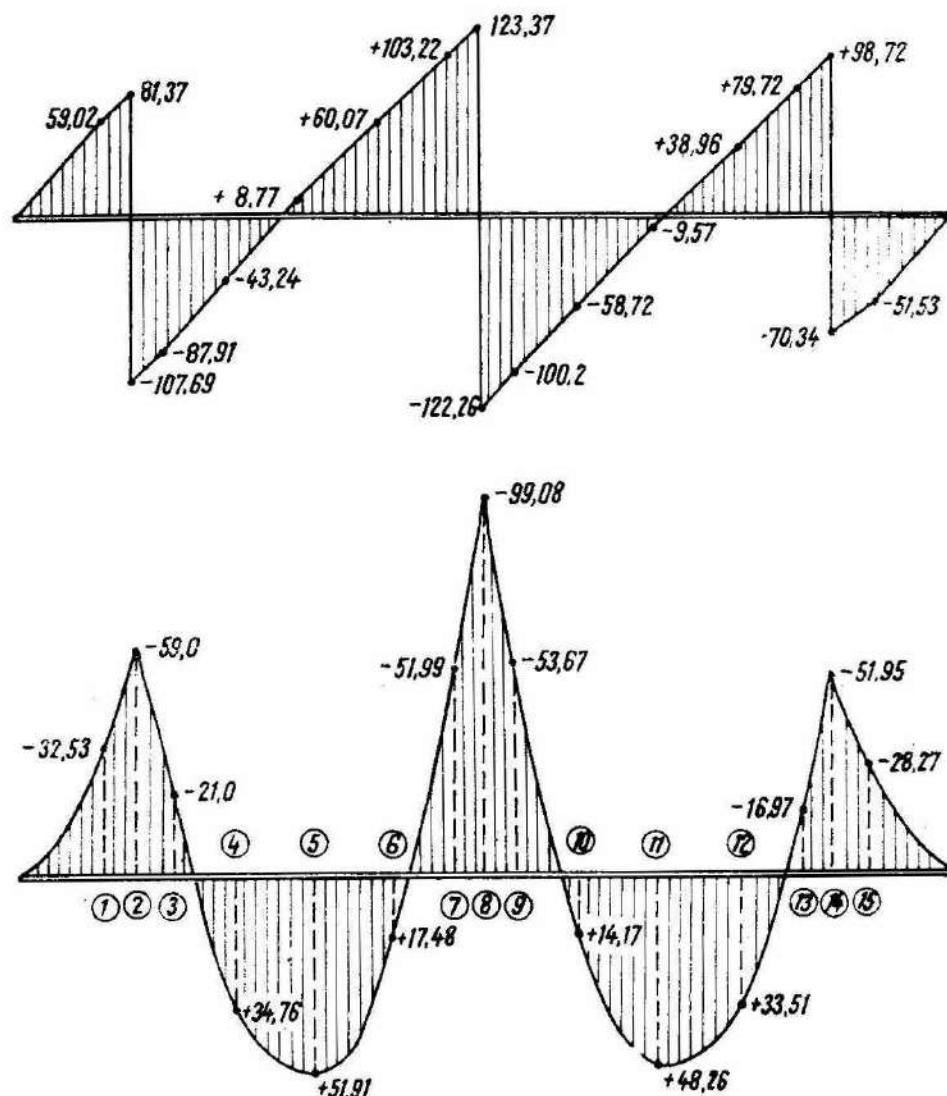


Fig. 17.11

sens longitudinal și 6 m în sens transversal. Ținând seamă că între cotele—2,50 — 8,00 m terenul este constituit dintr-o argilă nisipoasă plastic-vîrtoasă, pentru care se admite în mod preliminar o presiune admisibilă $\sigma_a = 25 \text{ t/m}^2$ și un coeficient de pat $K = 3 \text{ kg/cm}^3$, s-a prevăzut o fundație pe grinzi încrucișate de beton armat. Încărcarea transmisă de stîlpi în gruparea suplimentară este de 300 t pentru stîlpii centrali și 250 t pentru cei marginali. După dimensionarea preliminară se ajunge la următoarele dimensiuni ale grinzilor (fig.17.12) :

— șirul I — I :

$$B = 2,50 \text{ m}; \quad b = 0,60 \text{ m}; \quad H = 1 \text{ m}; \quad h_m = 0,30 \text{ m};$$

— șirul II — II :

$$B = 2 \text{ m}; \quad b = 0,60 \text{ m}; \quad H = 1 \text{ m}; \quad h_m = 0,30 \text{ m}.$$

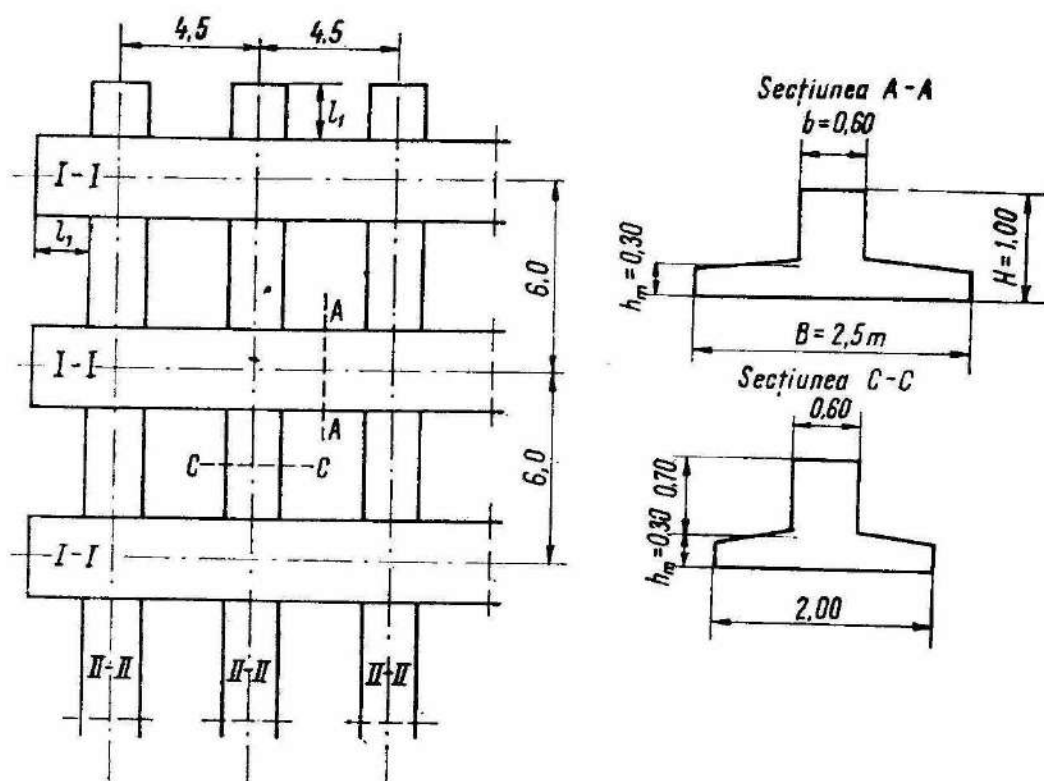


Fig. 17.12

Să se verifice presiunile pe teren și să se determine principalele solici-
tări ale acestor grinzi. Modul E al betonului B 100 este $190\,000\text{ kg/cm}^2$.

Rezolvare. Pentru a lua în considerare modul de repartizare a încărcă-
rilor transmise de fiecare stîlp P_i pe cele două șiruri de grinzi este necesar să
se țină seama de conlucrarea între teren și fundație. Presupunînd că din fie-
care forță P_i se repartizează pe șirul I — I, P_I și pe șirul II — II, P_{II} , există
relația

$$P_i = P_I + P_{II}.$$

Modul de repartizare depinde de deformabilitatea sistemului grindă-teren pe
cele două direcții ale rețelei de grinzi; se impune condiția că tasările celor
două grinzi în punctele de intersecție, (fiecare grindă fiind încărcată cu P_I
respectiv P_{II}) să fie egale.

Admițînd așa cum s-a arătat în cap. 16, că tasările sînt direct proporțio-
nale cu încărcarea și invers proporționale cu b , rezultă relația:

$$\frac{P_I}{l_{eI}B_I} = \frac{P_{II}}{l_{eII}B_{II}} \text{ și } P_I + P_{II} = P_i.$$

Însemnând cu $\mu = \frac{l_{eI} B_I}{l_{eII} B_{II}}$ se obține $P_{II} (1 + \mu) = P_i$;

$$P_{II} = \frac{P_i}{1 + \mu} \text{ și } P_I = P_i \frac{\mu}{1 + \mu}.$$

Pentru grinzi marginale din șirul I — I (folosind expresiile pentru grinzi de lungime finită) rezultă :

$$P_I = P_i \frac{\mu}{\mu + \nu}; \quad P_{II} = P_i \frac{1}{\mu + \nu},$$

unde ν este un factor care depinde de raportul $\frac{l_1}{l_{eI}}$ și poate fi extras din tabela 17.4; l_1 este lungimea consolei.

Pentru grinzi marginale din șirul II — II rezultă în mod analog

$$P_I = P_i \frac{\nu \mu}{1 + \nu \mu}; \quad P_{II} = \frac{1}{1 + \nu \mu} P_i.$$

Pentru calculul consolelor din colț rezultă prin metode similare

$$P_{Ic} = P_i \frac{\nu_1 \mu}{\nu_2 + \nu_1 \mu}; \quad P_{IIc} = P_i \frac{\nu_2}{\nu_2 + \nu_1 \mu}$$

în care ν_1 și ν_2 sînt coeficienți dați în tabela 17.5 în funcție de $\frac{l_1}{l_{eI}}$, respectiv $\frac{l_1}{l_{eII}}$.

T a b e l a 17.4

Valorile ν

l_1/l_{eI}	ν	l_1/l_{eI}	ν
0,10	3,28	0,60	0,42
0,20	2,68	0,70	1,29
0,25	2,45	0,80	1,19
0,30	2,24	0,90	1,13
0,40	1,89	1,00	1,09
0,50	1,62		

T a b e l a 17.5

Valorile ν_1 și ν_2

$\frac{l_1}{l_{eI}}$ sau $\frac{l_1}{l_{eII}}$	ν_1 sau ν_2	$\frac{l_1}{l_{eI}}$ sau $\frac{l_1}{l_{eII}}$	ν_1 sau ν_2
0,30	3,30	0,70	1,52
0,40	2,24	0,80	1,37
0,50	2,04	0,90	1,28
0,60	1,72	1,00	1,00

Trecînd la calculele numerice se obține:
șirul I — I :

$$I_I = \eta_I \frac{bH^3}{12}; \quad \text{pentru } \frac{B}{b} = \frac{250}{60} = 1,17 \text{ și } \frac{h_m}{H} = 0,30, \quad \eta_I = 1,80;$$

$$I_I = 1,80 \frac{0,60 \times 1^3}{12} = 9 \times 10^6 \text{ cm}^4;$$

$$l_{eI} = \sqrt[4]{\frac{4EI_I}{KB_1}} = \sqrt[4]{\frac{4 \times 190\,000 \times 9 \times 10^6}{3 \times 250}} = 3,09 \text{ m};$$

șirul II — II :

$$I_{II} = \eta_{II} \frac{bH^3}{12}; \quad \text{pentru } \frac{B}{b} = \frac{200}{60} = 3,3 \text{ și } \frac{h_m}{H} = 0,3, \quad \eta_{II} = 2,0.$$

$$I_{II} = 2 \frac{0,60 \times 1^3}{12} = 10 \times 10^6 \text{ cm}^4; \quad l_{eII} = \sqrt[4]{\frac{4 \times 190\,000 \times 10 \times 10^6}{3 \times 200}} =$$

$$= 3,36 \text{ m}$$

$$\mu = \frac{3,09 \times 2,50}{3,36 \times 2,00} = 1,15.$$

Pentru stîlpii centrali

$$P_I = \frac{300 \times 1,15}{1 + 1,15} = 160 \text{ t}; \quad P_{II} = \frac{300}{1 + 1,15} = 140 \text{ t}.$$

Grinzile din șirul I — I se calculează ca grinzi continue de 4,50 m deschidere între reazeme încărcate cu o sarcină uniformă de $P_I = \frac{160}{4,50 \times 2,50} = 14,25 \text{ t/m}^2$; momentul maxim în câmp rezultă în mod aproximativ

$$M_{mI} = \frac{14,25 \times 2,50 \times 4,50^2}{14} = 51,5 \text{ tm}.$$

Pentru grinzile din șirul II — II rezultă de asemenea

$$p_{II} = \frac{140}{6 \times 2} = 11,66 \text{ t/m}^2; \quad M_{mII} = \frac{11,66 \times 2,00 \times 6,00^2}{14} = 60 \text{ tm}.$$

În punctele de intersecție presiunile se însumează

$$p = p_I + p_{II} = 25,91 \text{ t/m}^2 \approx \sigma_a = 25 \text{ t/m}^2.$$

Pentru grinzile marginale din șirul $I - I$ raportului

$$\frac{l_1}{l_{eI}} = \frac{2}{3,09} = 0,65 \text{ îi corespunde în tabela 17.4 un coeficient } \nu_I = 1,35.$$

$$P_I = \frac{250 \times 1,15}{1,15 + 1,35} = 115 \text{ t}; \quad P_{II} = 135 \text{ t}.$$

Șirul $I - I$ este deci solicitat de un moment în câmp

$$M_{mI} = \frac{115 \times 4,5^2}{4,5 + 14} = 37 \text{ tm}.$$

Grinzile marginale din șirul $II - II$ sînt solicitate de:

$$\frac{l_I}{l_{eII}} = \frac{2}{3,36} = 0,6; \quad \nu_{II} = 1,42.$$

$$P_I = \frac{250 \times 1,15 \times 1,42}{1 + 1,15 \times 1,42} = 155 \text{ t}; \quad P_{II} = 95 \text{ t}.$$

$$\text{Momentul în câmp } M_{mII} = \frac{1,55 \times 6,0^2}{6,0 \times 14} = 66,4 \text{ tm}.$$

Pentru consolele din colț rezultă din tabela 17.5.

$$\text{pentru } \frac{l_1}{l_{eII}} = \frac{2}{3,09} = 0,65, \quad \nu_1 = 1,62$$

$$\text{iar pentru } \frac{l_1}{l_{eII}} = \frac{2}{3,36} = 0,60, \quad \nu_2 = 1,72.$$

$$P_{Ic} = \frac{250 \times 1,15 \times 1,62}{1,72 + 1,15 \times 1,62} = 130 \text{ t}; \quad P_{IIc} = 120 \text{ t}.$$

Momentul care solicită consola este:

$$M_{Ic} = \frac{130}{2,00 + 2,25} \times \frac{2,00^2}{2} = 61,2 \text{ tm};$$

$$M_{IIc} = \frac{120}{2,00 + 3,00} \times \frac{2,00^2}{2} = 48,0 \text{ tm}.$$

Pe baza acestor solicitări, calculînd în mod analog momentele pe reazem și forțele tăietoare, se poate efectua dimensionarea definitivă a secțiunii și armăturii.

Exemplul 17.6. Să se analizeze aspectele tehnico-economice ale unei soluții cu perne de nisip compactat, pentru fundarea unei construcții de locuințe cu 4 niveluri din zidărie portantă transmițînd pe teren o încărcare de 20 t/m care urmează a fi executată pe un teren puternic compresibil.

Datele tehnice sînt următoarele: adîncimea de fundare $h = 1,5$ m, presiunea admisibilă pe terenul natural $\sigma_a = 5$ t/m².

Caracteristicile pămîntului natural sînt: $\Phi = 15^\circ$; $\gamma = 1,4$ t/m³.

Caracteristicile nisipului compactat folosit pentru executarea pernei: $\gamma_1 = 1,70$ t/m³; $\Phi_1 = 30^\circ$.

Rezolvare. Fundarea pe pernă de nisip compactat se realizează prin înlocuirea unui volum de pămînt natural cu nisip compactat în straturi pentru a realiza caracteristicile fizico-mecanice arătate înainte. Se dimensionează volumul pernei pe baza următoarelor considerente (fig.17.13).

Lățimea bazei pernei EF la contactul cu terenul natural compresibil se determină astfel ca presiunea transmisă la acest nivel de încărcarea construcției și de sporul în greutate dat de volumul pernei de pămînt compactat față de cel natural înlocuit, să nu întrecă presiunea limită care ar produce tasări neadmisibile pentru construcție.

Grosimea h_1 și lățimea EF a pernei trebuie astfel alese ca sub presiunea transmisă de construcție pe talpa AB a fundației să nu se producă o cedare laterală a materialului din care este executată pernă.

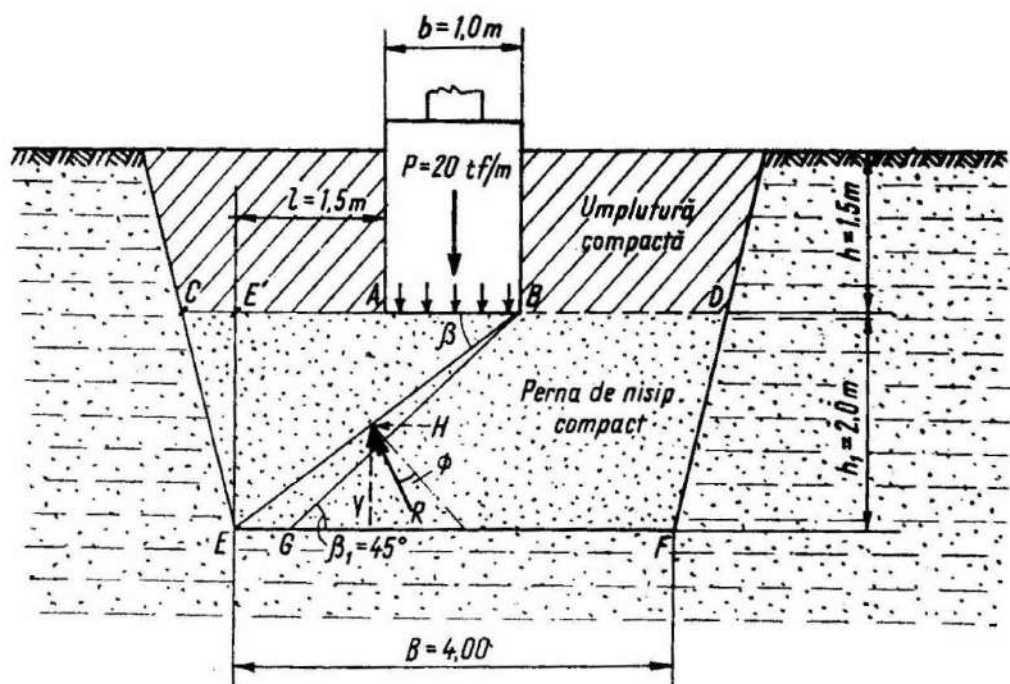


Fig. 17.13

Pentru verificarea acestei condiții se presupune că sub acțiunea presiunii p apare o suprafață de alunecare plană EB , înclinată față de orizontală cu unghiul β . Condițiile de echilibru limită ale prismului $CABE$ impun ca reacțiunea R de-a lungul planului EB să fie înclinată față de normală cu unghiul Φ . Notînd componenta verticală cu V și cea orizontală cu H rezultă:

$$\operatorname{tg}(\beta - \Phi) = \frac{H}{V}.$$

Forța V echilibrează toate forțele verticale și anume: presiunea de-a lungul planului AB , supraîncărcarea cu umplutură de-a lungul planului AE' precum și greutatea prismului din perna $E'BE$.

Forța H echilibrează toate forțele orizontale și anume: presiunea pămîntului natural de-a lungul planului EE' , ținînd seama și de suprasarcina umpluturii h . Din cauza valorii mici a unghiului Φ se poate admite că presiunea laterală se transmite hidrostatic.

Se adoptă următoarele dimensiuni preliminare:

$$AB = b = 1 \text{ m}; \quad EF = B = 4 \text{ m}; \quad h = 1,50 \text{ m}; \quad l = \frac{B - b}{2} = 1,50 \text{ m};$$

$$h_1 = 2 \text{ m}.$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b + l}{h_1} = 1,25; \quad \beta = 51^\circ 20'; \quad \operatorname{tg}(\beta - \Phi_1) = 0,390.$$

Mărimea componentelor V și H sînt date de relațiile:

$$V = p_{cr}b + \gamma hl + \frac{1}{2} \gamma_1 (b + l)^2 \operatorname{tg} \beta;$$

$$H = \gamma h h_1 + \frac{1}{2} \gamma h_1^2 = \frac{1}{2} \gamma (b + l)^2 \operatorname{tg} \beta \left(\frac{2h}{b + l} + \operatorname{tg} \beta \right).$$

Din condiția $\frac{H}{V} = \operatorname{tg}(\beta - \Phi_1)$ rezultă pentru p_{cr} :

$$p_{cr} = \frac{\gamma (b + l)^2 \operatorname{tg} \beta}{2b} \left[\frac{2h + (b + l) \operatorname{tg} \beta}{(b + l) \operatorname{tg}(\beta - \Phi_1)} - \frac{2hl}{(b + l)^2 \operatorname{tg} \beta} - \frac{\gamma'}{\gamma} \right]$$

$$p_{cr} = \frac{1,4 (1 + 1,50)^2 \times 1,25}{2 \times 1} \left[\frac{2 \times 1,50 + (1 + 1,5) \times 1,25}{(1 + 1,50) 0,39} - \frac{2 \times 1,50 \times 1,50}{(1 + 1,50)^2 \times 1,25} - \frac{1,7}{1,4} \right] = 5,47 [6,29 - 0,575 - 1,215] = 24,6 \approx 25 \text{ t/m}^2$$

Pentru a verifica dacă BE constituie într-adevăr planul de alunecare cel mai nefavorabil se consideră condițiile de echilibru al unui prism limitat de suprafața de alunecare BG înclinată cu $\beta_1 = 45^\circ$.

Forțele care acționează sînt identice cu cele anterioare, adăugîndu-se forțele de frecare de-a lungul $EG = a = b + l - h_1 \operatorname{ctg} \beta_1 = 2,50 - 2 = 0,50$. Notînd cu $n = \frac{b}{B}$, cu $k = \frac{\gamma'}{\gamma}$ rezultă din ecuațiile de echilibru;

$$p_{cr} = \frac{\gamma}{n} \frac{\left\{ h_1 (h + 0,5h_1) + a (h + kh_1 - nh) [\operatorname{tg} \Phi + \operatorname{tg} (\beta - \Phi_1)] - [hl + \right.}{(B - a) \operatorname{tg} (\beta - \Phi_1) - a \operatorname{tg} \Phi} \\ \left. + \frac{h_1 k}{2} (a + b + l) \operatorname{tg} (\beta - \Phi_1) \right\}}{(B - a) \operatorname{tg} (\beta - \Phi_1) - a \operatorname{tg} \Phi}.$$

Înlocuind cu valorile numerice se obține:

$$n = \frac{b}{B} = 0,25; \quad k = \frac{\gamma'}{\gamma} = 1,215; \quad \beta - \Phi_1 = 15^\circ;$$

$$\operatorname{tg} (\beta - \Phi_1) = 0,268; \quad \operatorname{tg} \Phi = 0,268;$$

$$p_{cr} = \frac{1,40}{0,25} \left(\frac{1}{(4 - 0,50) 0,268 - 0,50 \times 0,268} \right) \{ [2(1,50 + 1) + 0,50(1,50 + \\ + 1,215 \times 2 - 0,25 \times 1,50) (0,268 + 0,268) - [1,50 \times 1,50 + 0,50(1 + \\ + 1,50 + 0,50) 2 \times 1,215] 0,268 \}$$

$$p_{cr} = 28,6 \text{ t/m}^2.$$

După cum se vede, luînd ca suprafață de alunecare planul BE , p_{cr} are o valoare minimă și de aceea se va lua ca bază pentru dimensionare.

Presiunea transmisă de construcție este:

$$p = \frac{P}{b} = \frac{20}{1,00} = 20 \text{ t/m}^2 < p_{cr} = 25 \text{ t/m}^2.$$

Pentru mărirea gradului de siguranță se aleg următoarele dimensiuni:

$$h = 1,50 \text{ m}; \quad b = 1 \text{ m}; \quad B = 4 \text{ m}; \quad h_1 = 2,50 \text{ m}.$$

Volumul pămîntului excavat va fi:

$$4 \times (1,50 + 2,50) = 16 \text{ m}^3/\text{m}.$$

Volumul nisipului compactat în pernă la o greutate volumetrică de $1,7 \text{ t/m}^3$ este:

$$4 \times 2,5 = 10 \text{ m}^3/\text{m}.$$

Fundația de beton B 110 armat cu 4 $\varnothing$ 16 are volumul

$$1 \times 0,50 = 0,50 \text{ m}^3/\text{m},$$

la care se adaugă un soclu de 0,50 m grosime pînă la cota $\pm 0,00$ (cu 1 m înălțime).

Fundarea directă la adîncimea de 2 m pe pămîntul de consistență moale ar fi necesitat: o lățime de fundare de 4 m și deci o excavație de $8 \text{ m}^3/\text{m}$, placă de beton armat de $4 \times 0,50 = 2 \text{ m}^3/\text{m}$, un cuzinet de $2 \times 0,5 = 1 \text{ m}^3/\text{m}$ și un soclu de 0,50 m grosime și circa 1 m înălțime.

În cazul pămînturilor compresibile metoda de fundare pe pernă de nisip permite deci realizarea unor economii la prețul de cost și de oțel-beton.

Exemplul 17.7. O construcție de locuințe cu P + 5 niveluri avînd în plan $30 \times 12 \text{ m}$ transmite la nivelul tălpii de fundație o încărcare de 22 t/m .

Să se analizeze în mod comparativ economicitatea adoptării unei fundații de prefabricate față de o fundație din tălpi de beton armat. La adîncimea de fundare $h_f = 1,50 \text{ m}$, terenul are o presiune admisibilă $\sigma_a = 15 \text{ t/m}^2$, un modul de deformare liniară

$$E = 100 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{și} \quad \nu = 0,3.$$

Rezolvare. Pentru construcții de locuințe de P + 5 niveluri fiind admisă dimensionarea după presiunile admisibile, rezultă lățimea tălpii:

$$b = \frac{22}{15} = 1,465 \text{ m} \approx 1,50 \text{ m}.$$

Se alege $h = 30 \text{ cm}$ și $h' = 20 \text{ cm}$ (la marginea tălpii).

Zidăria din subsol constînd din blocuri de 0,50 m grosime fundația este solicitată de un moment

$$M = 15 \times \frac{(1,50 - 0,50)^2}{8} = 1,875 \text{ tm/m}.$$

Secțiunea de armătură necesară este:

$$A_f = \frac{1,8 \times 187\,500}{0,85 \times 27 \times 2\,500} \approx 5,88 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

$A_f = 8 \varnothing 10/\text{m} = 6,28 \text{ cm}^2$ și $3 \varnothing 12 = 3,4 \text{ cm}^2$ în direcția longitudinală. Volumul de beton pe metru de fundație este:

$$V_b = \frac{0,20 + 0,30}{2} 1,50 \times 1 \approx 0,375 \text{ m}^3/\text{m},$$

iar greutatea armăturii este $7,6 \text{ kg/m}$.

Trecînd acum la soluția cu fundații prefabricate se presupune că sînt disponibile numai fundații de următorul tip (v. fig. 17.14): $b_1 = 1,60$ m, $l_1 = 2,78$ m, $h_1 = 0,24$ m, $V = 0,89$ m³ cu 15,4 kg armătură.

Pentru a evita supradimensionarea se așază prefabricatele la distanțe d astfel încît să fie îndeplinită condiția

$$b_1 l_1 n = n (l_1 + d) b = (l + d) b.$$

unde l este lungimea totală a fundației, iar n este numărul de prefabricate. Din aceste relații rezultă:

$$d = l_1 \left(\frac{b_1}{b} - 1 \right) = 278 \left(\frac{1,60}{1,50} - 1 \right) = 18,5 \text{ cm}$$

$$n = \frac{30 + 0,185}{2,78 + 0,185} \approx 10 \text{ buc.}$$

Volumul de beton pe metru de fundație este:

$$\frac{0,89 \times 10}{30} \approx 0,3 \text{ m}^3/\text{m}$$

iar greutatea armăturii

$$\frac{15,4 \times 10}{30} = 0,51 \text{ kg/m.}$$

Tasarea în centru a fundației continue se calculează cu formula (7.14) (pentru raportul laturilor $\frac{a}{b} = \frac{30}{1,5} = 20$, $\alpha_0 = 2,90$)

$$s = \frac{2,90 \times 1,5 \times 150}{100} (1 - 0,09) = 6,06 \text{ cm.}$$

Se calculează apoi tasarea într-un punct aflat în centrul zidului longitudinal sub acțiunea încărcării celor 10 dreptunghiuri avînd suprafața $2,78 \times 1,60$ m și ale căror centre se găsesc față de centrul tălpilor la distanțele arătate în fig. 17.14. Sarcina elementară pe bloc este:

$$P = 2,78 \times 1,60 \times 15 = 66,8 \text{ t.}$$

$$s = \frac{2 \times 66,8 (1 - \nu^2)}{\pi E} \left[\frac{1}{1,48} + \frac{1}{4,44} + \frac{1}{7,40} + \frac{1}{10,36} + \frac{1}{13,32} \right] =$$

$$= \frac{133,3 (1 - 0,09)}{3,14 \times 1\,000} (0,675 + 0,225 + 0,135 + 0,096 + 0,075) = 4,7 \text{ cm.}$$

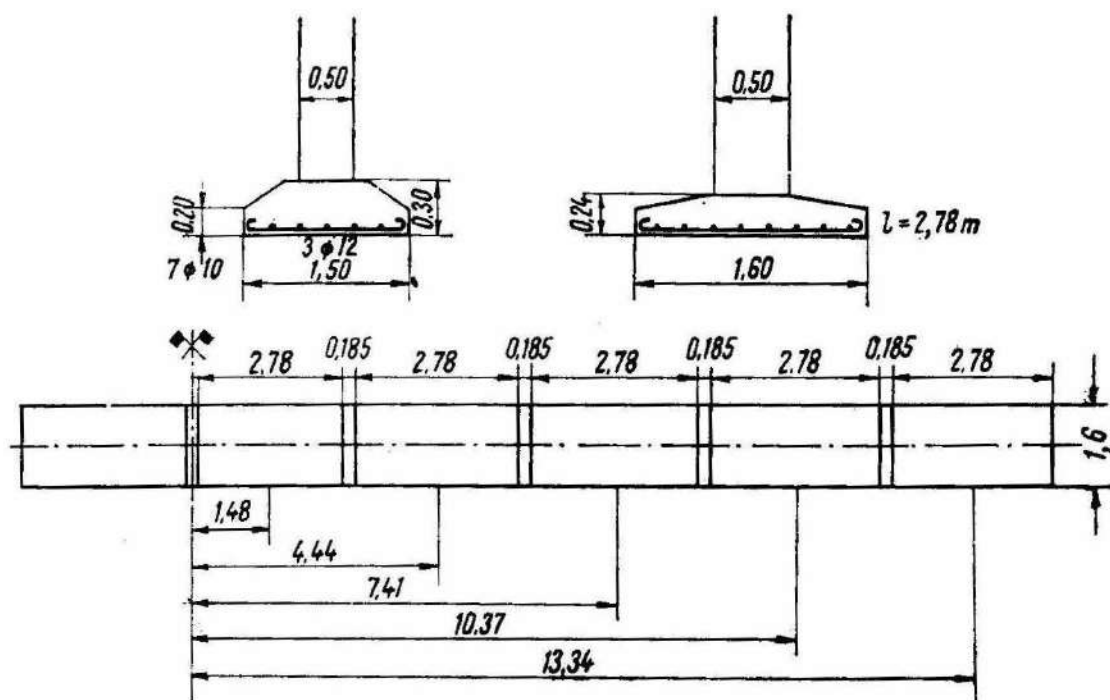


Fig. 17.14

După cum se vede, din punct de vedere al tasării, fundația prefabricată alcătuită din blocuri puse la distanțe de 18,5 cm între ele se comportă mai bine decât o fundație continuă care transmite aceeași presiune pe teren.

În ceea ce privește consumul de materiale, indicii tehnico-economiци sînt aproape egali, dar manopera este mult mai redusă.

Exemplul 17.8. O construcție de zidărie portantă de $P + 2$ niveluri cu ziduri longitudinale portante din cărămidă cu mortar de ciment avînd 0,50 m grosime este fundată pe un teren puternic compresibil. Raportul între înălțime și lungime $\alpha = H/L = \frac{10}{25} = 0,4$.

Să se preconizeze măsurile constructive pentru preluarea solicitărilor suplimentare în vederea evitării degradărilor care pot apărea datorită deformațiilor neuniforme.

Rezolvare. Una din metodele propuse este executarea unor centuri de beton armat la nivelul tălpii de fundație și la nivelul etajelor superioare. Plecînd de la presupunerea că fundația zidurilor a fost astfel dimensionată ca încovoierea relativă să nu întrecă o anumită valoare admisibilă (0,004), armarea acestor centuri se poate face după propunerea lui Dalmatov [6] din expresia :

$$A_f = \frac{8f \cdot b \cdot E}{\sigma_{ar}(7\alpha^2 + 20)}$$

unde: $f = 0,004 L$ este săgeata tălpii; $\sigma_{ar} = 1\,600 \text{ kg/cm}^2$ rezistența admisibilă în armătură.

Înlocuind $f = 0,004 \times 2\,500$; $b = 50$ cm; $E = 500$ kg/cm²; $\alpha = \frac{H}{L} = 0,40$, rezultă :

$$A_f = \frac{8 \times 0,004 \times 2\,500 \times 50 \times 500}{1\,600 (7 \times 0,40^2 + 20)} = 56,8 \text{ cm}^2.$$

Se prevăd 18 $\emptyset 20$ în cele două centuri de sus și de jos.

Problema poate fi tratată și în modul următor : se consideră zidul încărcat cu o încărcare uniform repartizată $q = 14$ t/m de-a lungul lungimii sale $L = 25$ m. Jumătatea acestei încărcări se consideră echilibrată de presiunile uniforme transmise de pământ de-a lungul tălpii de fundație. Cealaltă jumătate a încărcării este echilibrată de presiunile pământului repartizate de-a lungul tălpii după o lege parabolică :

$$\frac{2}{3} p_m l = \frac{q l^2}{2}; \quad p_m = \frac{3}{4} q; \quad p_x = p_m \left[1 - \left(\frac{x}{l/2} \right)^2 \right];$$

momentul de încovoiere maxim în punctul $x = 0$ reiese din :

$$M_m = \frac{q l^2}{16} - \int_0^{l/2} p_x \cdot x \cdot dx$$

$$M_m = + \frac{q l^2}{16} - p_m \int_0^{l/2} x \left[1 - \left(\frac{x}{l/2} \right)^2 \right] dx = + \frac{q l^2}{64}.$$

Înlocuind cu valorile numerice rezultă :

$$M_m = \frac{14 \times 25^2}{64} = 136 \text{ tm.}$$

Forța axială de întindere $\frac{M}{H} \approx 14$ t după care se dimensionează armătura centurilor.

Exemplul 17.9. În acest exemplu de calcul se vor calcula solicitările suplimentare, momente încovoietoare și forțe tăietoare, pentru o construcție de locuințe de P + 5 niveluri din panouri mari așezată pe un teren compresibil, utilizând metoda de calcul expusă în preambulul acestui capitol.

În exemplul calculat au fost luate în considerație următoarele caracteristici ale construcției și ale terenului de fundație; coeficientul de pat $k = 1\,500$ t/m³; lățimea totală a celor trei tălpi de fundație pentru cele trei ziduri longitudinale; $b = 3$ m; lungimea tălpilor $l = 60$ m; înălțimea efectivă (distanța între centura inferioară și superioară) $H = 16,3$ m; rigiditatea construcției $EI = 220 \times 10^6$ tm; încărcarea pe talpă $q = 20$ t/m.

Rezolvare. Pentru evaluarea indicelui de rigiditate a fost calculat momentul de inerție al unei secțiuni a întregii construcții referit la axa neutră

Momentul de calcul a fost luat conform relației (17.21). Suprafețele elementelor secțiunii alcătuite din materiale avînd un modul de elasticitate E_1 diferit de cel luat ca bază de calcul (în exemplu, pentru elementele din beton ușor s-a considerat $E_1 = 0,6 \text{ t/m}^2$) s-au înmulțit cu raportul $\frac{E}{E_1}$ și au fost astfel introduse în calculul momentelor statice, al axei neutre, al momentelor de inerție. Încărcarea pe metru totalizată pentru cele trei ziduri longitudinale este $q = 60 \text{ t/m}$. Coeficientul α a fost luat egal cu 2.

Cu aceste elemente se calculează după expresiile (17.10) — (17.19) momentul M_{max} și forța tăietoare Q_{max} .

$$l_e = \sqrt[4]{\frac{4EI}{kb}} = \sqrt[4]{\frac{4 \times 220 \times 10^6}{1500 \times 10^3 \times 3}} = 10 \sqrt[4]{\frac{88}{4,5}} = 10 \sqrt[4]{19,56} = 21,05 \text{ m}$$

$$l = \frac{l}{l_e} = \frac{60}{21,05} = 2,84.$$

$$r_1 = \frac{1 - 0,0733}{4} \times 21,05 = 4,8771;$$

$$r_2 = \frac{1 - 0,0557}{2} = \frac{0,9443}{2} = 0,472;$$

$$r_3 = \frac{1 + 0,0557}{2} = \frac{1,0557}{2} = 0,528;$$

$$r_4 = \frac{1 + 0,0383}{2 \times 21,05} = \frac{1,0383}{42,10} = 0,0246.$$

$$\alpha_{13} = \frac{r_1}{r_3} = \frac{4,8771}{0,528} = 9,239.$$

$$A = \frac{l - 1 + \psi \left(\frac{l}{2} \right)}{1 - 2\psi \left(\frac{l}{2} \right)} = \frac{2,84 - 1 - 0,2022}{1 + 2 \times 0,2022} = \frac{1,6378}{1,4044} = 1,166.$$

$$\beta = 1 - 0,0367 = 0,9633;$$

$$\gamma = 1 + 0,0367 = 1,0367.$$

$$S = \frac{2,84 [(1,166 - 2) 0,9633 + 2 \times 1,166 \times 1,0367]}{1,166 \times 0,9633} =$$

$$= \frac{2,84 (-0,804 + 2,420)}{1,166 \times 0,9633} = \frac{4,58}{1,123} = 4,08.$$

$$V = \frac{2}{4,08} = 0,49.$$

Valorile funcțiilor φ , ψ , θ și ζ pentru $\frac{1}{4}l$, $\frac{1}{2}l$, $\frac{3}{4}l$ și l sînt date în tabelă 17.6.

Tabelă 17.6

Funcțiile φ , ψ , θ și ζ				
$l - \frac{l}{l_c}$	φ	ψ	θ	ζ
$l = 2,85$	- 0,0385	- 0,0733	- 0,0557	+ 0,0175
$\frac{3}{4}l = 2,13$	+ 0,0381	- 0,1637	- 0,0628	+ 0,1008
$\frac{1}{2}l = 1,42$	+ 0,2756	- 0,2022	+ 0,0367	+ 0,2389
$\frac{1}{4}l = 0,71$	+ 0,6933	+ 0,0530	+ 0,3731	+ 0,3201

$$M = \frac{60 \times 21,05^2}{4} \left\{ 0,0175 - 0,49 \left[2 \times 0,2756 - 1 + 0,0383 - \frac{2,84}{2} \times 0,0175 \right] \right\}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 6\,646,5 [0,0175 - 0,49 (0,5512 - 1 + 0,0383 - 0,0249)] = \\ &= 6\,646,5 (0,0175 + 0,2131) = 6\,646,5 \times 0,2305 = 1\,535 \text{ tm}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{0m} &= 6\,646,5 [2 \times 0,2389 - 2 \times 0,49 (1 - 0,2756 - 1,42 \times 0,2389)] = \\ &= 6\,646,5 [0,4778 - 0,98 (0,7244 - 0,3392)] = \\ &= 6\,646,5 [0,4778 - 0,3795] = 6\,646,5 \times 0,0983 = 654,6 \text{ tm}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{60 \times 21,05}{4} \{ 1 + 0,0733 - 2 \times 0,49 [2 \times 0,2389 - 0,0175 - \\ &- 0,71(1 + 0,0733)] \} = 315,75 [1,0733 - 0,98 (0,4778 - 0,0175 - 0,7620)] = \\ &= 315,75 [1,0733 + 0,2957] = 432,3 \text{ t}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{0m} &= 315,75 \{ 0,0530 + 0,1637 - 0,98 [3 \times 0,3201 - 0,1008 - 0,71 (0,0530 + \\ &+ 0,1637)] \} = 315,75 [0,2167 - 0,98 (0,9603 - 0,1008 - 0,1539)] = \\ &= 315,75 [0,2167 - 0,6915] = - 149,9 \text{ t}. \end{aligned}$$

$$M_0 = + \frac{1\,535 + 9,239 \times 432,3}{0,472 - 9,239 \times 0,0246} = 22\,550 \text{ tm};$$

$$Q_0 = \frac{+ 0,02466 \times 22\,550 + 432,3}{0,528} = \frac{988,3}{0,528} = 1\,870 \text{ t.}$$

$$M_{max} = 654,6 - \frac{1\,870}{2} 21,05 \times 0,2022 + 22\,550 \times 0,0367 = 654,6 - 3\,980 + \\ + 827 = 2\,498,4 \text{ tm};$$

$$Q_{max} = -149,9 - \frac{1\,870}{2} [0,3731 + 0,0628] - \frac{22\,550}{2 \times 21,05} [0,693 - 0,038] = \\ = -149,9 - 407,5 - 351 = -908,4 \text{ t.}$$

După cum se vede din aceste calcule, momentul încovoietor maxim este egal cu $M = -2\,498,4 \text{ tm}$ (în total pentru cele trei ziduri). Armătura necesară pentru cele trei centuri este:

$$A_f = \frac{1,8 \times 249\,840\,000}{0,85 \times 1\,630 \times 2\,500} = 130 \text{ cm}^2.$$

Deci pentru o centură revine $9 \varnothing 25 = 44 \text{ cm}^2$. În acest exemplu trebuie avut în vedere că momentele sînt calculate pentru o lungime relativ mare a construcției monolite raportul $\bar{l} = \frac{l}{l_e}$ între lungimea reală și cea elastică fiind aproape 3. În literatura de specialitate sînt prezentate calcule comparative și pentru rapoartele $\bar{l} = \frac{l}{l_e} = 1 \dots 2$.

18

CALCULUL FUNDAȚIILOR CONSTRUCȚIILOR HIDROTEHNICE

Fundațiile construcțiilor hidrotehnice se calculează după metoda stărilor limită expusă în capitolul precedent, și anume: după prima stare limită (de capacitate portantă) în vederea asigurării stabilității construcției la încărcările de calcul; după a doua stare limită (de deformății) pentru ca deformățiile produse de încărcări normate să nu depășească condițiile admise de condițiile de exploatare a construcțiilor.

Acolo unde pentru calculul stabilității nu sînt elaborate norme pentru determinarea coeficienților de supraîncărcare, de neomogenitate și de condiții de lucru, (care se utilizează în metoda de calcul la stările limită) se admite folosirea în schemele de calcul a coeficienților de siguranță indicați în tabela 15.1.

Încărcările principale care acționează asupra construcțiilor sînt:

- presiunea hidrostatică a apei;
- presiunea hidrodinamică a apei egală pentru o unitate de suprafață cu

$$W_d = \xi \gamma_w v^2 / 2g \quad (\xi \sim 0,6 - 1); \quad (18.1)$$

— forțele de subpresiune și acțiune hidrodinamică așa cum sînt expuse în cap. 11;

- acțiunea valurilor

$$R = \gamma_w K_1 \left[\frac{\left(H + \frac{p}{\gamma_w} \right) (H + h + h_0)}{2} - \frac{H^2}{2} \right] \quad (18.2)$$

$$p = \frac{h}{ch \beta}; \quad h_0 = \alpha h \cdot \text{cth } \beta \quad (18.3)$$

$$\alpha = \frac{\pi h}{\lambda}; \quad \beta = \frac{2\pi H}{\lambda}$$

în care: h , λ sînt respectiv înălțimea și lungimea valului;

K_1 este coeficient care depinde de H/λ și h/λ și este dat în [11];
în prima aproximație, K_1 poate fi luat egal cu 1;

H — nivelul apei deasupra tălpii de fundație;

- presiunea gheții;
- presiunea pămîntului.

Pereții verticali ai zidurilor de sprijin, ale ecluzelor etc. pot fi solicitați de presiuni mai mari decît cele active atunci cînd în urma unei rotiri spre masivul de pămînt se mobilizează rezistența pasivă a acestui masiv.

De asemenea, presiunea laterală a pămîntului devine superioară presiunii active atunci cînd deformațiile laterale ale zidurilor sînt împiedicate. În aceste cazuri se iau scheme de încărcare arătate în cap. 15.

La construcții hidrotehnice încărcările orizontale sînt considerabile și de aceea calculul după prima stare limită prin verificarea stabilității la alunecare și la răsturnare capătă o importanță deosebită.

La calculele de stabilitate a terenului de fundație în cazul unei solicitări excentrice, excentricitatea maximă e_{max} admisă pentru rezultanta încărcării la nivelul suprafeței de contact între rocă și construcție nu poate depăși $B/6$. Pentru construcții care nu produc o diferență de nivel între amonte și aval, e_{max}

se poate lua egal cu $B/5$ (B fiind lățimea fundației). Lățimea de calcul se stabilește astfel:

— când excentricitatea este dirijată spre aval lățimea redusă B' se ia:

$$B' = 2 \left(\frac{B}{2} - e \right); \quad (18.4)$$

— când excentricitatea este dirijată spre amonte:

$$B' = B. \quad (18.4a)$$

Verificarea stabilității la alunecare se face în următoarele trei ipoteze:

a) alunecarea se produce de-a lungul suprafeței de contact fără ca solicitările să provoace stări de echilibru limită în interiorul masivului de pământ, care se găsește sub talpa fundației;

b) solicitările transmise produc o stare de echilibru limită a masivului sub talpa fundației pe întreaga lățime a fundației;

c) în urma solicitărilor transmise ruperea se produce printr-o alunecare de-a lungul unei părți a suprafeței de contact, iar pe restul lățimii prin dezvoltarea stării de echilibru limită în masivul de pământ din zona respectivă.

Se verifică stabilitatea după ipoteza a) la toate pământurile nisipoase, iar la pământuri argiloase numai dacă sînt îndeplinite următoarele condiții:

$$\frac{k}{a(1 + e_1)\gamma_w} > 1 \times 10^7 \text{ cm}^2/\text{an} \quad (18.5)$$

$$\sigma_m \leq 3B'\gamma' \quad (18.6)$$

$$\text{tg } \psi = \text{tg } \Phi + \frac{c}{\sigma} \geq 0,45 \quad (18.7)$$

în care:

k este coeficientul de permeabilitate, în cm/an;

a — coeficientul de compresibilitate, $a = \frac{e_1 - e_2}{\sigma_2 - \sigma_1}$;

σ_m — presiunea medie pe talpa fundației în cea mai nefavorabilă combinație de încărcări.

Calculule de stabilitate constau în determinarea raportului între valorile limită ale eforturilor tangențiale reactive, care se pot dezvolta de-a lungul suprafeței de contact și între eforturile tangențiale transmise de construcție. Acest raport constituie un coeficient de siguranță care nu trebuie să depășească valorile din tabela 15.1.

Dacă efortul unitar mediu normal, care se transmite pe talpa fundației $\sigma_m > 3B'\gamma' < \sigma_{cr}$ (calculat după expresiile arătate în cap. 9), lățimea

B_1 , în cuprinsul căreia se produce refularea de adâncime se determină astfel:

— dacă $\operatorname{tg} \psi > 0,45$, B_1 se obține cu formula

$$B_1 = B' \frac{\sigma - \sigma_m}{\sigma_{cr} - \sigma_m} \quad (18.8)$$

unde B' este dat de formula (18.4);

$\sigma = \frac{V}{B'}$, V fiind componenta verticală a încărcărilor pe talpă;

σ_m — dat în formula (18.6);

σ_{cr} — capacitatea portantă determinată după formulele din cap. 9.

— dacă $\operatorname{tg} \psi < 0,45$,

$$B_1 = B' \cdot \frac{\sigma}{\sigma_{cr}}. \quad (18.9)$$

Pe lățimea $B_2 = B - B_1$ se produce alunecare plană.

Coeficientul de stabilitate rezultă din raportul eforturilor tangențiale limită față de cele transmise efectiv de construcția hidrotehnică respectivă. De-a lungul lățimii B_1 acționează τ_{cr} determinat conform expresiilor din cap. 9, iar de-a lungul lățimii B_2 eforturile de frecare egale cu $\sigma \operatorname{tg} \Phi$ și coeziunea c pe unitatea de suprafață.

Cînd terenul de fundație este compus din straturi diferite, verificarea stabilității la alunecare se face după ipoteza a) sau b), după cum sînt sau nu îndeplinite condițiile (18.5) — (18.7). Verificarea stabilității după ipoteza b) se face după metoda suprafețelor de alunecare cilindrice, sau cu conturul frînt dacă configurația stratificației indică acest lucru.

Calculul după a doua stare limită se face folosind metodele indicate în cap. 7. Adâncimea zonei active h_a se determină din condiția că efortul unitar σ_z datorit transmiterii în adâncime a încărcărilor să fie egal cu $0,5 h_a \gamma$, dacă roca necompresibilă nu este așezată la o adâncime mai mică.

La determinarea deformațiilor după teoria elasticității se ia în considerație variația modului de deformare cu adâncimea după expresiile expuse la cap. 7. Calculînd tasările după metoda însumării stratelor elementare și folosind coeficienții de compresibilitate determinați prin încercări în edometru, tasarea totală pentru cazul spațial va fi:

$$s = \sum_0^{h_a} h_i \frac{\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)}{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z} \cdot \frac{e_1 - e_2}{1 + e} \cdot \frac{1}{1 - 2\nu}; \quad (18.10)$$

pentru cazul eforturilor plane expresia devine:

$$s = \sum_0^{h_a} h_i \frac{\sigma_z - \nu (\sigma_z + \sigma_x)}{\sigma_z + \sigma_x} \cdot \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} \cdot \frac{1}{1 - 2\nu}; \quad (18.10 a)$$

pentru cazul deformațiilor axiale

$$s = \sum_0^{h_d} h_i \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}. \quad (18.10b)$$

Trebuie avut în vedere însă că din curbele de compresiune — deformație stabilite prin încercări în edometru, se obține

$$\varepsilon_z = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}$$

corespunzător unei presiuni verticale σ ; de aceea, pentru cazul spațial presiunea verticală σ se ia egală cu $\frac{1-\nu}{1+\nu} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$, pentru cazul plan presiunea verticală va fi egală cu $(1-\nu) (\sigma_z + \sigma_x)$, iar în cazul axial presiunea va fi egală chiar cu σ_z .

În ceea ce privește modul de repartizare a presiunilor pe suprafața de contact, pe baza cărora se calculează distribuția eforturilor unitare în pământ și se deduc deformațiile, acesta se ia fie în mod simplificat trapezoidal considerînd fundația și suprastructura ca un corp rigid, fie rezolvînd problema de contact după teoria elasticității.

În ipoteza repartizării trapezoidale, eforturile se repartizează de-a lungul unei fundații rigide continue de lățime b după relația

$$p_x = \frac{P}{b} \left(1 \pm \frac{12 x e}{b^2} \right) \quad (18.11)$$

iar pe un dreptunghi cu laturile a, b

$$p_{xy} = \frac{P}{ab} \left(1 \pm \frac{12 x e_x}{a^2} \pm \frac{12 e_y y}{b^2} \right). \quad (18.12)$$

Considerînd deformația după ipoteza coeficientului de pat K rezultă expresiile:

$$s = \frac{P}{K ab}; \quad \text{tg } \delta_x = \frac{12 P e_y}{K a b^3}; \quad \text{tg } \delta_y = \frac{12 P e_x}{K a^3 b}. \quad (18.13)$$

După teoria elasticității (cazul problemei plane) se utilizează relația

$$p_x = \frac{2P}{\pi b} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x}{b}\right)^2}}. \quad (18.14)$$

În același caz, eforturile unitare într-un punct din interiorul masivului de sub talpa fundației se exprimă prin relațiile (coordonatele punctului fiind $\bar{x} = \frac{x}{b}$ și $\bar{z} = \frac{z}{b}$):

— când fundația este solicitată de forța concentrată P :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{2P}{\pi b} \left[\left[\frac{1}{m} - \frac{\bar{z}^2(2c-m)}{m^3} \right] \sqrt{\frac{m+c}{2}} - \frac{\bar{z}|\bar{x}|(2c+m)}{m^3} \sqrt{\frac{m-c}{2}} \right] \\ \sigma_z &= \frac{2P}{\pi b} \left[\left[\frac{1}{m} + \frac{\bar{z}^2(2c-m)}{m^3} \right] \sqrt{\frac{m+c}{2}} + \frac{\bar{z}|\bar{x}|(2c+m)}{m^3} \sqrt{\frac{m-c}{2}} \right] \\ \tau_{xz} &= \frac{2P}{\pi b} \left[\frac{\bar{x}\bar{z}(2c-m)}{m^3} \sqrt{\frac{m+c}{2}} - \frac{\bar{z}^2(2c+m)}{m^3} \frac{|\bar{x}|}{x} \sqrt{\frac{m-c}{2}} \right]\end{aligned}\quad (18.15)$$

în care:

$$c = 1 - (\bar{x})^2 + (\bar{z})^2 \text{ și } m = \sqrt{c^2 + 4(\bar{x})^2(\bar{z})^2};$$

— când fundația este solicitată de un moment $M_0 = P \cdot e$ relațiile (18.15) devin:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{8M_0\bar{x}}{\pi b^2 m} \left[\sqrt{\frac{m+c}{2}} - \frac{\bar{z}}{m} \left(\frac{m+2c}{m^2} + 1 \right) \frac{|x|}{x} \sqrt{\frac{m-c}{2}} \right] \\ \sigma_z &= \frac{8M_0\bar{x}}{\pi b^2 m} \left[\sqrt{\frac{m+c}{2}} + \frac{\bar{z}}{m} \left(\frac{m+2c}{m^2} - 1 \right) \frac{|x|}{x} \sqrt{\frac{m-c}{2}} \right] \\ \tau_{xz} &= \frac{8M_0}{b^2} \frac{\bar{z}(2c-m)}{m^3} \sqrt{\frac{m+c}{2}}\end{aligned}\quad (18.16)$$

m și c avînd aceeași semnificație ca în expresia anterioară.

În cazul acțiunii unei încărcări excentrice, presiunea este:

$$p_x = \frac{2P}{\pi b \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{b}\right)^2}} \left[1 + \frac{8ex}{b^2} \right] \quad (18.17)$$

iar unghiul de înclinare este egal cu

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{16Pe(1-\nu^2)}{\pi Eb^3}. \quad (18.18)$$

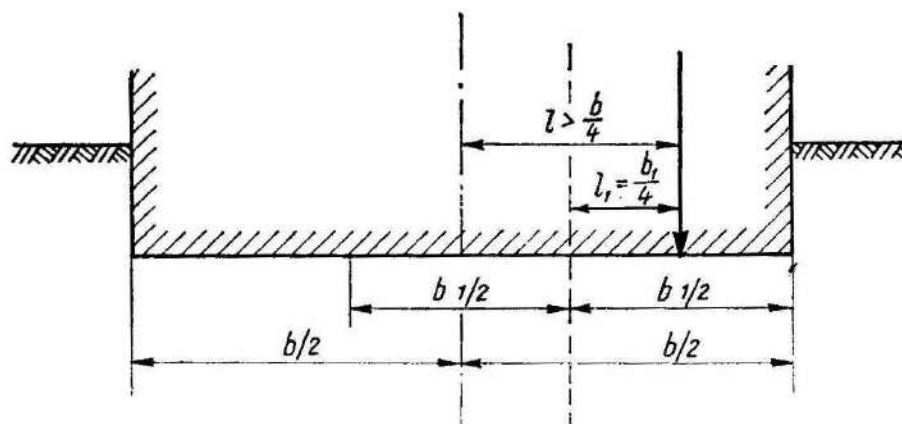


Fig. 18.1

După cum se vede, pentru $e = b/4$ la $x = -\frac{b}{2}$, p_x devine egal cu 0, iar pentru $e > b/4$, p_x devine negativ. Deoarece nu se pot transmite eforturi de întindere, se calculează cu secțiunea redusă $b_1 = 2b - 4e$ (fig. 18.1).

Considerînd abscisa x_1 față de axa secțiunii reduse în care $e_1 = \frac{b_1}{4}$, expresia pentru p_x devine

$$p_x = \frac{2P}{\pi b_1} \sqrt{\frac{b_1 + 2x_1}{b_1 - 2x_1}} \quad (18.19)$$

iar unghiul de înclinare este:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{16 P e (1 - \nu^2)}{\pi E b_1^2}.$$

La calculul ecluzelor sau docurilor se întîlnesc schemele de calcul arătate în fig. 18.2 [9].

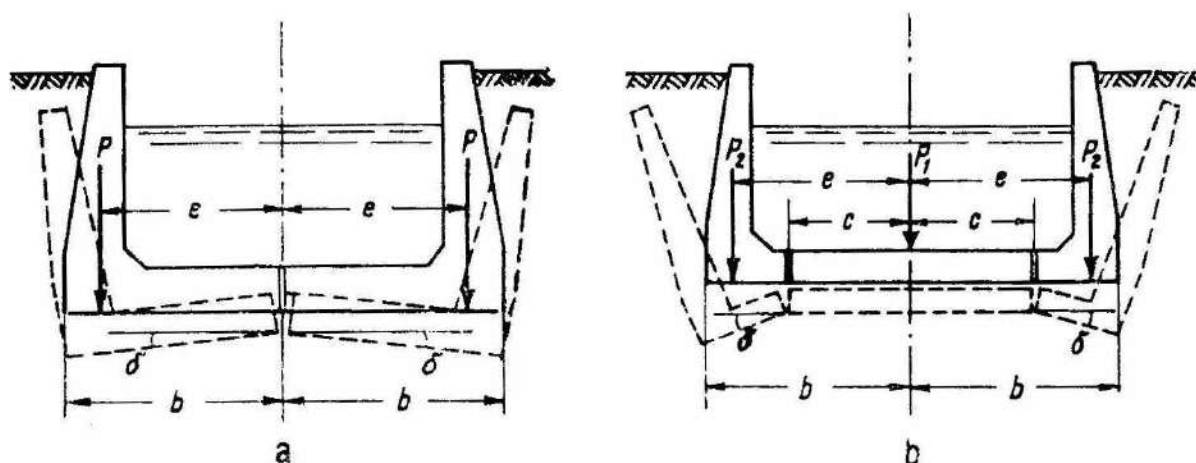


Fig. 18.2

Repartizarea eforturilor și unghiul de rotire sînt date prin expresiile:
— în cazul schemei din fig. 18.2, *a* (18.20)

$$p_x = \frac{2}{\pi} \left[\frac{P - A_1 \frac{b}{\pi}}{\sqrt{b^2 - x^2}} - \frac{A_1}{\pi} \ln \frac{b - \sqrt{b^2 - x^2}}{x} \right]; \quad (18.20)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2(1 - \nu_0^2)}{\pi E} A_1 \quad (18.20, a)$$

unde:

$$A_1 = \frac{\pi}{b} \left(2 - \frac{\pi_e}{b} \right) P;$$

— în cazul schemei din fig. 18.2, *b*:

$$p_x = \frac{2P_1 + P_2 - \frac{2}{\pi} A_2 \sqrt{b^2 - x^2}}{\pi \sqrt{b^2 - x^2}} - \frac{A_2}{\pi^2} \ln \frac{(\sqrt{b^2 - c^2} - \sqrt{b^2 - x^2})^2}{c^2 - x^2} \quad (18.21)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2(1 - \nu_0^2)}{\pi E} A_2 \quad (18.21, a)$$

unde

$$A_2 = \frac{(e - c) P_2 - \frac{1}{\pi} \left[\sqrt{b^2 - c^2} - c \arccos \frac{c}{b} \right] (2P_1 + P_2)}{\frac{1}{\pi^2} \left[2c^2 \ln \frac{c}{b} - (b^2 - c^2) \right]}.$$

Expresiile date înainte sînt valabile pentru fundațiile absolut rigide. Drept indice de rigiditate se ia expresia

$$t \approx 10 \frac{E}{E_1} \cdot \frac{(b/2)^3}{h^3} \quad (18.22)$$

în care E este modulul de deformare liniară al pămîntului, E_1 al materialului fundației, iar h este înălțimea fundației.

Valorile E se determină după indicațiile date în cap. 3 după cum încărcarea aplicată este mai mare sau mai mică decît presiunea geologică.

Fundația este considerată rigidă dacă $0 \leq t < 1$. Pentru valori $t > 1$ trebuie luate în considerație deformațiile concomitente ale fundației și pământului așa cum s-a arătat în cap. 16.

Pentru anumite cazuri particulare de încărcare în literatura de specialitate [18] sînt date tabele pentru reacțiuni așa cum se arată în exemplul 18.9.

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 18.1. Să se verifice stabilitatea barajului prezentat în fig. 18.3 așezat pe un teren de stîncă degradată.

Presiunea ghețurilor se ia $H_0 = 3 \text{ t/m}$. Dimensiunile barajului sînt: $B = 30 \text{ m}$; $h_1 = 30 \text{ m}$; $h_2 = 6,5 \text{ m}$; $\gamma_b = 2,5 \text{ t/m}^3$. Caracteristicile rocii sînt următoarele:

$$\gamma_s = 2,7 \text{ t/m}^3; \quad n = 35\%; \quad \Phi_{med} = 30^\circ; \quad \text{tg } \Phi = 0,578; \quad c = 4 \text{ t/m}^2;$$

$$E = 300 \text{ kg/cm}^2; \quad \nu = 0,30.$$

Valoarea maximă a lui Φ determinată în laborator este $\Phi_{max} = 40^\circ$.

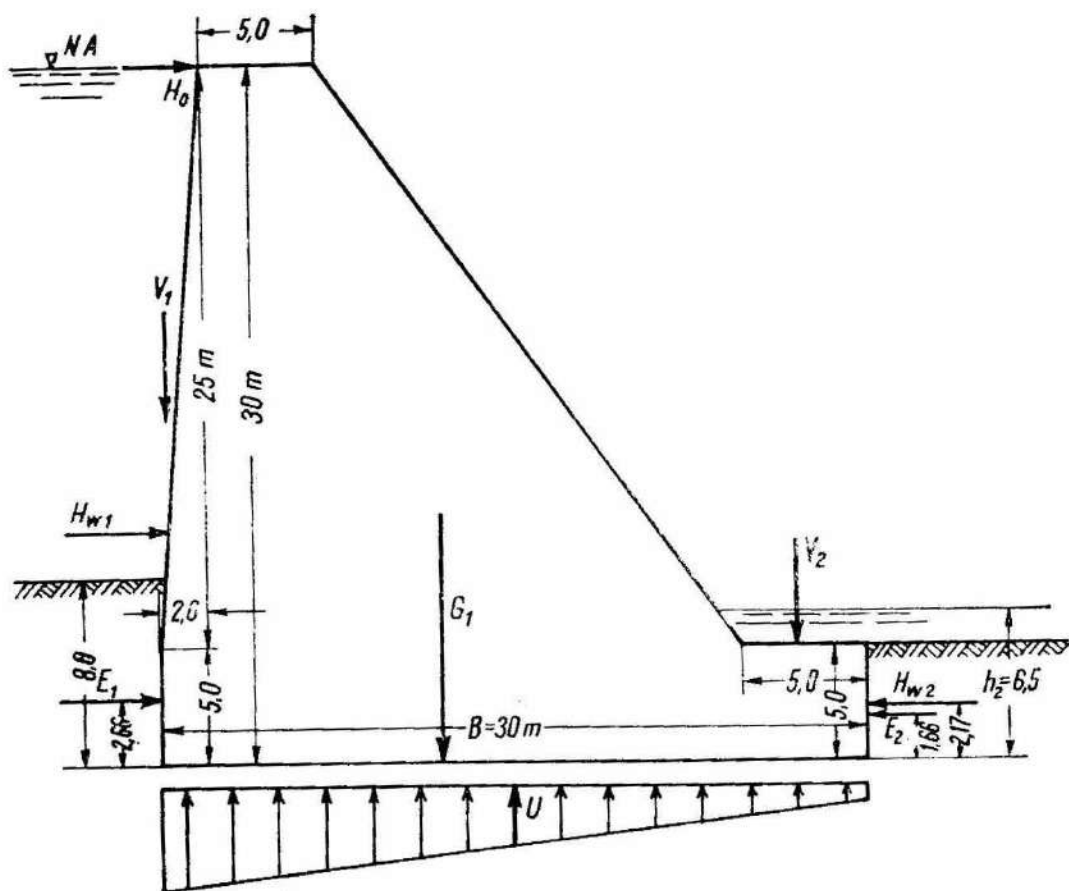


Fig. 18.3

Rezolvare. Se calculează forțele care acționează asupra barajului:

$$H_{w1} = \frac{1}{2} \gamma_w h_1^2 = 0,5 \times 1 \times 30^2 = 450 \text{ t/m};$$

$$H_{w2} = \frac{1}{2} \gamma_w h_2^2 = 0,50 \times 1 \times 6,50^2 = 21,12 \text{ t/m};$$

$$V_1 = \frac{1}{2} (30 - 5) 2 \times \gamma_w = 25 \text{ t/m};$$

$$V_2 = 5 \times 1,50 \times 1 = 7,5 \text{ t/m};$$

$$\gamma' = (1 - n) (\gamma_s - \gamma_w) = (1 - 0,35) (2,7 - 1,0) \approx 1,1 \text{ t/m}^3.$$

$$E_1 = \frac{1}{2} (1,1 \times 8^2 \times 0,334) = 10,56 \text{ t/m}.$$

Întrucît E_2 , spre deosebire de E_1 , este o încărcare favorabilă stabilității, pentru a calcula pe E_2 se ia valoarea maximă a unghiului Φ , ($\Phi_{max} = 40^\circ$).

$$E_2 = \frac{1}{2} \times 1,1 \times 5^2 \times \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{40^\circ}{2} \right) = 3,02 \text{ t/m}^2.$$

$$G_1 = [(5 \times 30) + 25 (25 + 5) 0,50] \times 2,50 = 1\,312,50 \text{ t/m}.$$

$$\text{Sub presiunea } U = \frac{1}{2} (30 + 6,50) 30 \times 1 = 547,50 \text{ t/m}.$$

Excentricitatea rezultantei este:

$$e_1 = \frac{\Sigma M}{\Sigma V};$$

$$\begin{aligned} \Sigma M &= H_0 \times 30 + H_{w1} \times 10 - H_{w2} \times 2,17 + E_1 \times \\ &\times 2,66 - E_2 \times 1,66 + V_1 \times 0,666 + 2,5 [0,5 \times 2 \times 25 \times \\ &\times 1,33 + 5 \times 30 \times 15 + 18 \times 25 \times 0,50 \times 13 + 5 \times 25 \times 4,50] + 5 \times \\ &\times 1,50 \times 1 \times 27,50 - (6,50 \times 30 \times 15 + 23,5 \times 30 \times 0,5 \times 10) \\ \Sigma M &= 3 \times 30 + 450 \times 10 + 10,56 \times 2,66 - 3,025 \times 1,66 + 25 \times 0,666 - \\ &- 21,12 \times 2,17 + 2,50 [33,25 + 2\,250 + 2\,925 + 562,5] + 206,25 - [2\,925 + \\ &+ 3\,525] = 12\,690 \text{ tm}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= V_1 + G_1 + V_2 - U = 25 + 1\,312,50 + 7,50 - 547,50 = \\ &= 797,5 \text{ t}. \end{aligned}$$

$$e_1 = \frac{12\,690}{797,50} = 15,92 \text{ m};$$

$$e = e_1 - \frac{B}{2} = 15,92 - 15 = 0,92 \text{ m}; \quad B' = B - 2e = \\ = 30 - 1,84 = 28,16 \text{ m}.$$

Presiunile pe teren se obțin astfel:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\Sigma V}{B} \left(1 \pm \frac{6e}{B} \right) = \frac{797,5}{30} \left(1 \pm \frac{6 \times 0,92}{30} \right) = \frac{797,5}{30} \left(1 \pm \frac{5,52}{30} \right)$$

$$\sigma_1 = 31,50 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = 21,7 \text{ t/m}^2.$$

$$\text{tg } \delta = \frac{\Sigma H}{\Sigma V} = \frac{3 + 450 + 10,56 - (3,02 + 21,12)}{797,5} = \frac{439,42}{797,5} = 0,551;$$

$$\delta = 28^\circ 50'.$$

Capacitatea portantă se calculează cu formula:

$$p_{cr} = \alpha q + \beta c + \gamma b Q_T;$$

$$\text{Pentru } \Phi = 30^\circ; \quad c = 4 \text{ t/m}^2; \quad \gamma' = 1,1 \text{ t/m}^2;$$

$$\delta = 28^\circ 50'; \quad b = 30 \text{ m, coeficienții } \alpha, \beta, Q_T \text{ se iau din}$$

tabela 9.5: $\alpha = 3,35; \quad \beta = 4,02; \quad Q_T = 0,65.$

Capacitatea portantă este:

$$p_{cr} = 3,35 \times 5 \times 1,1 + 4,02 \times 4 + 1,1 \times 30 \times 0,65 = 54,31 \text{ t/m}^2.$$

Pentru a determina ipoteza de apariție a stării limită se calculează:

$$\sigma_m = \frac{V}{B'} = \frac{797,5}{28,16} = 28,3 \text{ t/m}^2; \quad \frac{\sigma_m}{B' \gamma} = \frac{28,3}{28,16 \times 1,1} = 0,91 < 3.$$

$$\text{tg } \psi = \text{tg } \Phi + \frac{c}{\sigma} = 0,578 + \frac{4}{28,3} = 0,718 > 0,45.$$

După criteriile expuse în introducerea la acest capitol [relațiile (18.6) și (18.7)], sînt îndeplinite condițiile ca alunecarea să se producă de-a lungul suprafeței de contact AB .

Verificarea pentru determinarea coeficientului de stabilitate n_s , se face după expresia

$$n_s = \frac{\Sigma V \operatorname{tg} \Phi + B' c}{\Sigma H} = \frac{797,5 \times 0,578 + 28,16 \times 4}{439,42} = \frac{573,8}{439,42} = 1,31.$$

Dându-se tălpii o înclinare spre amonte de $\alpha = 5^\circ$ ($\cos \alpha = 0,996$, $\sin \alpha = 0,087$) expresia pentru verificarea stabilității este:

$$n_s = \frac{[\Sigma V \cos \alpha - U + \Sigma H \sin \alpha] \operatorname{tg} \Phi + B' c}{\Sigma H \cos \alpha - \Sigma V \sin \alpha};$$

$$n_s = \frac{(1\,345 \times 0,996 - 547,50 + 439,42 \times 0,087) 0,578 + 28,16 \times 4}{0,996 \times 439,42 - 1\,345 \times 0,087} =$$

$$= \frac{830,7 \times 0,578 + 112,64}{320} = \frac{592,64}{320} = 1,85 > 1,5.$$

După cum se vede, prin înclinarea suprafeței de contact se obține o majorare a coeficientului n_s , cu circa 40%.

Coeficientul de stabilitate obținut $n_s = 1,85$ corespunde și cerințelor din tabela 15.1.

Exemplul 18.2. La baza unei construcții masive, rezultanta încărcării R este dată prin (fig. 18.4):

$$V = 600 \text{ t/m}; \quad \delta = 10^\circ; \quad H = V \operatorname{tg} \delta = 106 \text{ t/m}; \quad e = 1 \text{ m}.$$

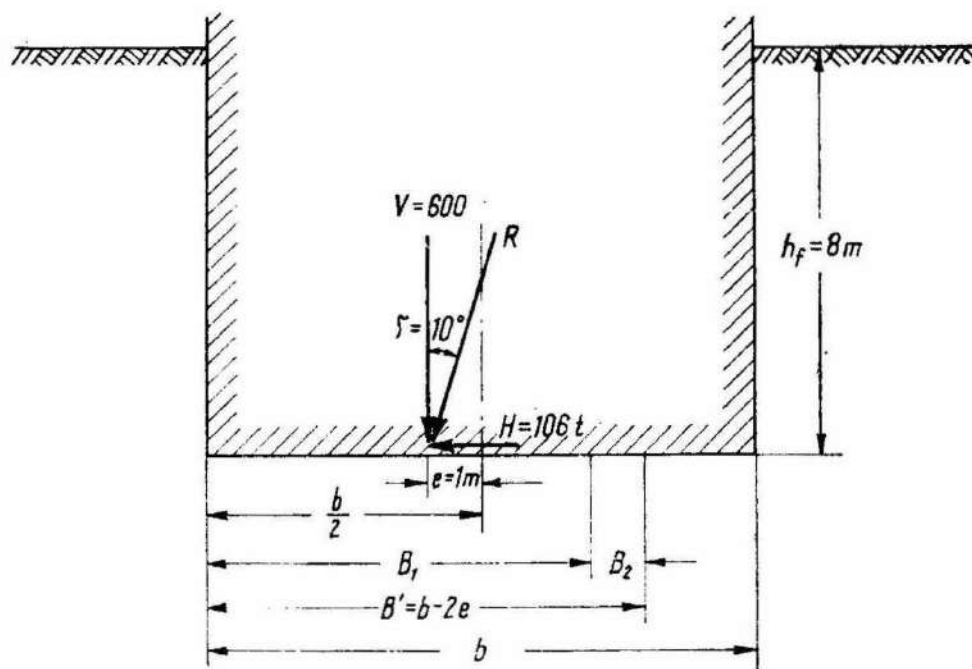


Fig. 18.4

Dimensiunile construcției sînt: $b = 10$ m; adîncimea de fundare $h_f = 8$ m. Terenul de fundație are următoarele caracteristici medii:

$$\Phi = 20^\circ; \quad c = 4 \text{ t/m}^2; \quad \gamma' = 1,1 \text{ t/m}^3.$$

Să se calculeze stabilitatea acestei construcții.

Rezolvare. Presiunile pe talpa fundației sînt:

$$\sigma_{1,2} = \frac{V}{b} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right) = \frac{600}{10} \left(1 \pm \frac{6}{10} \right);$$

$$\sigma_1 = 96 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = 24 \text{ t/m}^2.$$

Pentru a stabili ipoteza de calcul se determină:

$$B' = b - 2e = 10 - 2 = 8 \text{ m.}$$

$$\sigma = \frac{V}{B'} = \frac{600}{8} = 75 \text{ t/m}^2; \quad N = \frac{\sigma}{B' \gamma} = \frac{75}{8 \times 1,1} = 8,52 > 3.$$

Presiunea critică se calculează cu formula (9.8):

pentru

$$\Phi = 20^\circ, \quad \delta = 10^\circ,$$

din tabela 9.5 rezultă:

$$\alpha = 4,65; \quad \beta = 10; \quad Q_T = 1,51.$$

Înlocuind se obține:

$$\sigma_{cr} = p_{cr} = 4,65 \times 1,1 \times 8 + 10 \times 4 + 10 \times 1,1 \times 1,51 = 40,9 + 40 + 16,60 = 97,5 \text{ t/m}^2.$$

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \Phi + \frac{c}{\sigma} = 0,364 + \frac{4}{75} = 0,417 < 0,45.$$

Deoarece $\operatorname{tg} \psi < 0,45$, iar $N > 3$, alunecarea va avea loc în adîncime pe lățimea B_1 și de-a lungul suprafeței de contact pe lățimea $B_2 = B' - B_1$; B_1 rezultă din relația (18.9):

$$\frac{B_1}{B'} = \frac{75}{89,2} = 0,84;$$

$$B_1 = 8 \times 0,84 = 6,92 \text{ m}; \quad B_2 = 8 - 6,92 = 1,08 \text{ m.}$$

Coeficientul de stabilitate se determină după expresia:

$$n_s = \frac{(\sigma \operatorname{tg} \Phi + c)B_2 + \tau_{cr} \times B_1}{H} = \frac{(75 \times 0,364 + 4)1,08 + 15,7 \times 6,92}{106} = 1,34$$

unde:

$$\tau_{cr} = \sigma_{cr} \operatorname{tg} \delta = 89,2 \times 0,176 = 15,7.$$

$n_s = 1,34$ se înscrie deci în valorile admisibile date în tabela 15.1.

Exemplul 18.3. În ce măsură se modifică condițiile de stabilitate dacă caracteristicile terenului de fundații variază față de cele din exemplul precedent astfel:

$$\Phi = 25^\circ; \operatorname{tg} \Phi = 0,466; c = 3 \text{ t/m}^2; \delta = 10^\circ;$$

$$\operatorname{tg} \psi = 0,466 + \frac{3}{75} = 0,506 > 0,45.$$

Rezolvare. Pentru calculul presiunii critice [folosind formula (9.8)] din tabela 9.5 rezultă:

$$\alpha = 7,65; \beta = 14,30; Q_T = 3,42.$$

Presiunea critică este:

$$\sigma_{cr} = 7,65 \times 1,1 \times 8 + 14,30 \times 3 + \frac{1}{2} \times 1,1 \times 10 \times 3,42 = 129,0 \text{ t/m}^2;$$

$$\tau_{cr} = \sigma_{cr} \operatorname{tg} \delta = 129 \times 0,176 = 22,7 \text{ t/m}^2.$$

Lățimile B_1 și B_2 rezultă în cazul $\operatorname{tg} \psi > 0,45$ din formula (18.8) pentru:

$$\frac{\sigma_m}{B' \gamma} = 3; \sigma_m = 3 \times 8 \times 1,1 = 26,4 \text{ t/m}^2.$$

$$\frac{B_1}{B'} = \frac{75 - 26,4}{129,2 - 26,4} = \frac{48,6}{102,8} = 0,473$$

$$B_1 = 8 \times 0,473 = 3,78 \text{ m};$$

$$B_2 = 8 - 3,78 = 4,22 \text{ m}.$$

Coeficientul de stabilitate rezultă din :

$$n_s = \frac{[\sigma \operatorname{tg} \Phi + c] B_2 + \tau_c B_1}{H} = \frac{(75 \times 0,466 + 3) 4,22 + 22,7 \times 3,78}{106} = 2,32.$$

Exemplul 18.4. O pilă de stăvilă are o fundație dreptunghiulară cu dimensiunile $2a = 10$ m și $2b = 5$ m; componenta verticală a rezultantei încărcărilor la nivelul tălpii de fundație este $V = 2\,500$ t și acționează cu excentricitățile $e_1 = 1,50$ m; $e_2 = 0,50$ m. Terenul de fundație este constituit dintr-un pietriș cu nisip cu gradul de îndesare $I_D = 0,8$, avînd un modul de deformare liniară mediu $E = 200$ kg/cm² și $\nu = 0,3$. Să se calculeze tasările și înclinările fundației pilei. Să se arate ce influență are asupra tasării medii prezența unui strat incompresibil la o adîncime de $h = 10$ m sub talpa fundației.

Rezolvare. Pentru o fundație rigidă de formă dreptunghiulară avînd raportul laturilor $n = \frac{2a}{2b} = \frac{10}{5} = 2$, tasarea se calculează cu formula (7.14) luînd valoarea $\alpha_m = 1,3$ din tabela 7.3.

$$s_0 = 1,3 \frac{1 - 0,30^2}{2\,000} \times \frac{2\,500 \times 5}{5 \times 10} = 0,148 \text{ m.}$$

Înclinările fundației pilei sînt :

$$\operatorname{tg} \delta_1 = K_1 \frac{1 - \nu^2}{E} \cdot \frac{M_1}{(a/2)^3} = 0,96 \frac{0,91}{2\,000} \times \frac{2\,500 \times 1,50}{5^3} = 0,0131;$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = K_2 \frac{1 - \nu^2}{E_0} \cdot \frac{M_2}{(b/2)^3} = 0,322 \frac{0,91}{2\,000} \times \frac{2\,500 \times 0,50}{2,5^3} = 0,0117.$$

Tasările la cele două capete ale fundației sînt :

$$s_1 = 14,8 + 0,0131 \times 500 = 21,3 \text{ cm;}$$

$$s_2 = 14,8 + 0,0117 \times 250 = 17,7 \text{ cm.}$$

În cazul prezenței unui strat incompresibil la o adîncime de 10 m, tasarea medie rezultă din expresia (7.14). Pentru raportul $n = \frac{2a}{2b} = 2$ și $\frac{h}{b} = \frac{10}{5} = 2$ rezultă $\alpha_{mh} = 0,70$ (v. tabela 7.5).

De unde :

$$s_0 = 0,70 \times \frac{0,91}{200} \times \frac{2\,500}{50} \times 500 = 8 \text{ cm.}$$

Exemplul 18.5. Un radier rigid de beton armat cu dimensiunile în plan $2a = 300$ m și $2b = 20$ m, avînd o grosime de $h = 3$ m este încărcat excentric cu o încărcare continuă $P = 600$ t/m cu o excentricitate $e = 2,50$ m.

Să se determine modul de repartizare al presiunilor în masivul de pământ sub fundație și să se tragă concluzii asupra calculului tasărilor pe această bază. Modulul de deformare liniară mediu al terenului de fundație este $E = 300 \text{ kg/cm}^2$, iar $\nu = 0,30$. Modulul de elasticitate al betonului $E_b = 210\,000 \text{ kg/cm}^2$.

Rezolvare. Fundația poate fi considerată rigidă dacă $0 < t < 1$, unde t se calculează cu formula (18.22)

$$t = 10 \frac{3\,000}{2\,100\,000} \times \frac{1\,000}{27} = 0,53 < 1.$$

Repartizarea presiunilor sub talpa fundației este calculată după expresiile (18.15) și (18.16) pentru punctele adimensionale:

$$\bar{x} = \frac{x}{\frac{b}{2}} = 0; \quad \pm 1 \text{ la adâncimile } \bar{z} = \frac{z}{\frac{b}{2}} = 0,5; 1; 2; 3 \text{ și } 4.$$

$$c = 1 - \bar{x}^2 + \bar{z}^2 \text{ și } m = \sqrt{c^2 + d^2} \text{ unde } d = 2\bar{x}\bar{z}.$$

În tabela 18.1 sînt date rezultatele pentru $\bar{x} = 0$, în cazul forței $P = 600 \text{ t/m}$: $c = 1 + \bar{z}^2$ și $m = c$.

Tabela 18.1

Calculul eforturilor unitare σ_x și σ_z pentru forța P în punctul $x = 0$

1	$\bar{z}$	0,5	1	2	3	4
2	$c = m$	1,25	2,00	5,0	10,0	17,0
3	$\frac{1}{m}$	0,8000	0,5000	0,2000	0,1000	0,0588
4	$\frac{1}{m^3}$	0,5120	0,1250	0,0080	0,0010	0,0002
5	$\frac{z^2}{m^3}$	0,1280	0,1250	0,0320	0,0090	0,0032
6	$\frac{z^2}{m^3} (2c - m)$	0,1600	0,2500	0,1600	0,0900	0,0544
7	[3] - [6]	0,6400	0,2500	0,0400	0,0100	0,0044
8	[3] + [6]	0,9600	0,7500	0,3600	0,1900	0,1132
9	$\sqrt{\frac{m+c}{2}}$	1,1180	1,4142	2,2361	3,1623	4,1231
10	[7] $\times$ [9]	1,7155	0,3536	0,0894	0,0316	0,0181
11	[8] $\times$ [9]	1,0733	1,0607	0,8050	0,6008	0,4667
12	$\sigma_x = 19,082 \times [10]$	13,6719	6,7567	1,7083	0,6038	0,3459
13	$\sigma_z = 19,082 \times [11]$	20,5088	20,2681	15,3821	11,4802	8,9178

În tabela 18.2 sînt prezentate rezultatele pentru forța concentrată $P = 600 \text{ t/m}$ în punctele $x = \pm 1$ și pentru acțiunea momentului $M_0 = P \cdot e$ în punctele $x = +1$ (liniile 28—38) și $x = -1$ (liniile 39—42).

Tabela 18.2

Calculul eforturilor unitare σ_x și σ_z în punctele $\alpha = \pm 1$

Pentru forța P						
1	$\bar{z}$	1/2	1	2	3	4
2	c	0,25	1	4	9	16
3	$d = 2\bar{z}z$	1,0	2	4	6	8
4	$c^2 + d^2$	1,0625	5	32	117	320
5	$m = \sqrt{c^2 + d^2}$	1,031	2,236	5,657	10,817	17,888
6	$\frac{1}{m}$	0,970	0,447	0,1786	0,0924	0,0559
7	$\frac{1}{m^3}$	0,9130	0,0890	0,0056	0,0008	0,00002
8	$\frac{z^2}{m^3}$	0,228	0,089	0,022	0,007	0,0003
9	$2c - m$	-0,531	-0,236	2,343	7,183	14,112
10	$\frac{z^2}{m^3}(2c - m)$	-0,121	-0,021	0,0516	0,050	0,042
11	[6] - [10]	1,0911	0,4680	0,1252	0,0424	0,0139
12	[6] + [10]	0,849	0,426	0,2284	0,1424	0,0979
13	$m + c$	1,2808	3,2361	9,6569	19,8167	33,8885
14	$\frac{m + c}{2}$	0,6404	1,6181	4,8285	9,9084	16,9442
15	$\sqrt{\frac{m + c}{2}}$	0,800	1,272	2,198	3,148	4,115
16	$m - c$	0,7808	1,2361	1,6569	1,8167	1,8885
17	$\frac{m - c}{2}$	0,3904	0,6181	0,8285	0,9084	0,9443
18	$\sqrt{\frac{m - c}{2}}$	0,6248	0,7863	0,9101	0,9532	0,9718
19	$2c + m$	1,5308	4,2361	13,6569	28,8167	49,8885
20	$\frac{z}{m^3}(2c + m)$	0,698	0,377	0,153	0,069	0,040

Tabela 18.2 (continuare)

21	$[20] \times [18]$	0,4361	0,2964	0,1393	0,0657	0,0388
22	$[11] \times [15]$	0,8730	0,5980	0,2750	0,1335	0,0578
23	$[11] \times [15]$	0,6790	0,5420	0,5020	0,4485	0,4070
24	$[21] - [21]$	0,4369	0,3016	0,1357	0,0678	0,0190
25	$[23] + [21]$	1,1151	0,8284	0,6413	0,5142	0,0958
26	$\sigma_x = 19,082 \times [24]$	8,340	5,756	2,550	1,292	0,363
27	$\sigma_z = 19,082 \times [25]$	21,290	16,000	12,245	9,810	1,827
Pentru un moment M_0						
28	$[4] + [5] + 2 \times [2]$	2,593	9,236	45,657	145,817	369,888
29	$\frac{z}{m^3} \times [28]$	1,184	0,822	0,511	0,350	0,029
30	$[29] \times [18]$	0,739	0,646	0,474	0,333	0,028
31	$[15] - [30]$	0,061	0,626	1,724	2,815	4,087
32	$m + 2c - m^2$ $[19] - [4]$	0,468	-0,764	-18,343	-88,183	-270,111
33	$\frac{z}{m^3} \times [32]$	0,213	-0,068	-0,205	-0,212	-0,0216
34	$[33] \times [18]$	0,1333	-0,0534	0,1868	-0,2020	-0,0210
35	$[15] + [34]$	0,933	1,1386	1,0112	2,9460	4,0940
36	8×1500 $\pi \times 400 \times m$	9,26	4,27	1,68	0,88	0,534
37	σ_x $[36] \times [31]$	5,64	2,67	2,90	2,48	2,18
38	σ_z $[36] \times [35]$	8,63	4,85	1,70	2,59	2,18
39	$[15] + [30]$	1,539	1,918	2,672	3,481	4,143
40	$[15] - [30]$	0,6667	1,3254	2,3848	3,3500	4,1360
41	σ_x $[-39] \times [36]$	-14,25	-8,18	-4,48	-3,06	-2,21
42	π_z $[-40] \times [36]$	-6,18	-5,66	-4,05	-2,95	-2,21

Observație: 1. Numărul de ordine al liniilor este păstrat în continuare din tabela 18.2 pentru a se putea folosi datele calculate anterior.

2. Coloanele 28—38 reprezintă calculele efectuate pentru punctul $\bar{x} = +1$, iar liniile 39—42 pentru punctul $\bar{x} = -1$.

În tabela 18.3 sînt redade recapitulativ eforturile unitare σ_x și σ_z pentru punctele respective, din masivul de pămînt de sub talpa fundației.

T a b e l a 18.3

Tabel recapitulativ al eforturilor σ_x și σ_z

z	Ipoteze	σ_x			σ_z		
		$\bar{x} = 0$	$\bar{x} = +1$	$\bar{x} = -1$	$\bar{x} = 0$	$\bar{x} = +1$	$\bar{x} = -1$
$\frac{1}{2}$	centric	13,67	8,34	8,34	20,51	21,29	+21,29
	moment	—	5,64	—14,25	—	8,63	— 6,18
	Total	13,67	13,98	—12,59	20,51	29,92	15,11
1	centric	6,75	5,76	5,76	20,27	16,00	16,00
	moment	—	2,67	— 8,18	—	4,85	— 5,66
	Total	6,75	8,43	— 2,42	20,27	20,85	10,34
2	centric	1,71	2,55	2,55	15,38	12,24	12,24
	moment	—	2,90	— 4,48	—	1,70	— 4,05
	Total	1,71	5,45	— 1,93	15,38	13,94	8,19
3	centric	0,60	1,29	1,29	11,48	9,81	9,81
	moment	—	2,48	— 3,06	—	2,59	— 2,95
	Total	0,60	3,77	— 1,77	11,48	12,40	6,86
4	centric	0,35	0,35	0,35	8,92	1,83	1,83
	moment	—	2,18	— 2,21	—	2,18	— 2,21
	Total	0,35	2,53	— 1,86	8,92	4,01	— 0,38

Pe baza acestor eforturi se calculează deformațiile absolute și relative aplicînd după caz una din formulele (18.10) din preambulul acestui capitol, sau după metodele arătate în cap. 7.

Presupunînd o repartizare trapezoidală a presiunilor se obține:

$$\sigma_{1,2} = \frac{600}{20 \times 1} \left(1 \pm \frac{6 \times 2,50}{20} \right)$$

$$\sigma_1 = 52,5 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = 7,5 \text{ t/m}^2.$$

Pentru calculul deformațiilor corespunzătoare, adoptînd un coeficient de pat $K = 3\,000 \text{ t/m}^3$, rezultă o trasare medie în centru: $s_0 = \frac{600}{20 \times 3\,000} = 10 \text{ mm}$ și o rotire

$$\text{tg } \delta = \frac{1}{3\,000} [52,5 - 7,5] \frac{1}{20} = \frac{45,0}{60\,000} = 7,5 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

Exemplul 18.6. Să se determine repartizarea presiunilor sub talpa fundației rigide din exemplul precedent: a) în ipoteza unei încărcări centrice ($P = 600 \text{ t/m}$; $e = 0$); b) în ipoteza unei încărcări excentrice ($P = 600 \text{ t/m}$; $e = 2,50 \text{ m}$) și să se calculeze momentul suplimentar care se naște în fundație în urma acestei repartizări.

Rezolvare. a) Repartizarea presiunilor sub talpă este dată prin formula (18.14)

În formulă se notează:

$$\frac{P}{b} = p_m = \frac{600}{20} = 30 \text{ t/m}^2 \text{ și } \frac{x}{b/2} = \bar{x}; \quad \frac{b}{2} = b_1 = 10 \text{ m.}$$

Centrul de greutate al ramurei din dreapta a diagramei presiunilor pe talpa fundației rezultă din:

$$x_0 = \frac{b_1^2 \int_0^1 p_x \bar{x} d\bar{x}}{p_m b_1} = \frac{2}{\pi} b_1 \int_0^1 \frac{\bar{x} d\bar{x}}{\sqrt{1 - \bar{x}^2}} = \frac{2}{\pi} b_1.$$

Momentul suplimentar în centrul fundației este:

$$M_0 = p_m b_1 \left(\frac{2b_1}{\pi} - 0,5 b_1 \right) = 0,136 p_m b_1^2$$

$$M_0 = 0,136 \times 30 \times 10^2 = 408 \text{ tm/m.}$$

Valorile presiunilor sub talpă sînt (fig. 18.5, a):

$$\text{în punctul: } \bar{x} = 0 \quad p_0 = \frac{2p_m}{\pi} = 19,1 \text{ t/m}^2;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{4} \quad p_1 = \frac{2}{\pi} p_m \frac{4}{\sqrt{15}} = 19,7 \text{ t/m}^2;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \quad p_2 = \frac{2}{\pi} p_m \frac{2}{\sqrt{3}} = 22 \text{ t/m}^2;$$

$$\bar{x} = \frac{3}{4} \quad p_3 = \frac{2}{\pi} p_m \frac{4}{\sqrt{7}} = 28,8 \text{ t/m}^2;$$

$$\bar{x} = 1 \quad p_4 \rightarrow \infty.$$

b) Pentru cazul unei încărcări excentrice cu excentricitatea e , expresia (18.17) pentru repartizarea presiunilor se modifică în același mod, adoptînd aceleași notații ca în cazul precedent inclusiv $\bar{e} = \frac{e}{b_1}$.

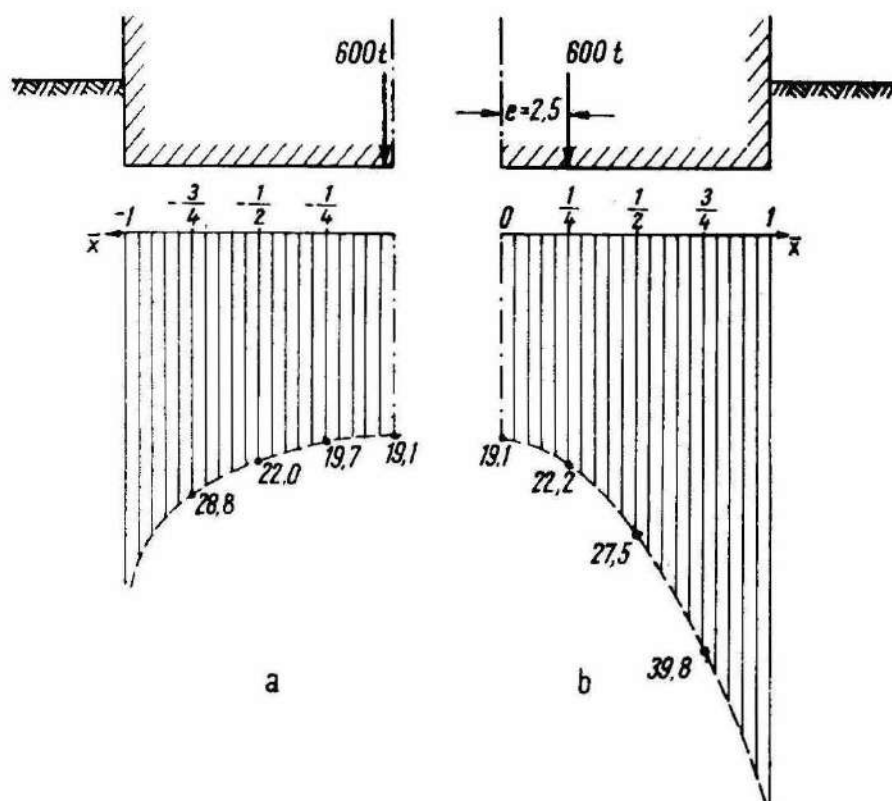


Fig. 18.5

Suprafața diagramei presiunilor care se găsește la dreapta excentricității este:

$$p_1 = \frac{2p_m b_1}{\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{x}}{\sqrt{1-\bar{x}^2}} (1 + 2\bar{e}\bar{x}) = \frac{2p_m b_1}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin \bar{e} + 2\bar{e} \sqrt{1-\bar{e}^2} \right];$$

$$x_0 = \frac{\int_e^{b_1} p_x x dx}{P_1};$$

înlocuind $\arcsin \bar{e} = \frac{\pi}{n}$ se obține:

$$x_0 = \int_e^{b_1} p_x x dx = \frac{2p_m b_1^2}{\pi} \left[\sqrt{1-\bar{e}^2} + 2\bar{e} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2n} + \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi}{n} \right) \right]$$

$$\bar{e} = \frac{2,50}{10} = 0,25; \arcsin \bar{e} = \frac{\pi}{n} = 0,252; n = 12,4.$$

$$\frac{\pi}{2n} = \frac{\pi}{2 \times 12,4} = 0,126; \sin \frac{2\pi}{12,4} = 0,483.$$

$$\int_e^{b_1} p_x x \, dx = \frac{2p_m b_1^2}{\pi} [V1 - 0,25^2 + 0,50 (0,788 - 0,126 + 0,121)] =$$

$$= \frac{2p_m b_1}{\pi} \times 1,358.$$

$$P_1 = \frac{2p_m b_1}{\pi} [1,57 - 0,252 + 0,50 \times 0,96] = \frac{2p_m b_1}{\pi} \times 1,80$$

$$x_0 = \frac{\int_e^{b_1} p_x x \, dx}{P_1} = b_1 \frac{1,358}{1,80} = 0,752 b_1$$

Momentul suplimentar la punctul $x = e = 2,50$ m este:

$$M_e = \frac{2p_m b_1}{\pi} 1,816 (0,752 b_1 - e) - \frac{p_m (b_1 - e)^2}{2};$$

$$p_m = 30 \text{ t/m}^2; \quad b_1 = 10 \text{ m}; \quad e = 2,5 \text{ m}.$$

$$M_e = \frac{60 \times 10}{3,14} \times 1,816 \times 5,02 - \frac{30 \times 7,5^2}{2} = 900 \text{ tm/m}.$$

Bineînțeles că atât momentul suplimentar M_0 cît și M_e în cazul excentricității constituie valori extreme, deoarece presiunile după teoria elasticității cresc foarte mult spre marginea fundației tinzînd pentru $x = \pm b_1$ spre infinit. În cazul excentricității presiunile în diferite puncte ale fundației sînt (fig. 18.5, b):

$$\text{În punctul: } \bar{x}_1 = 0 \quad p_1 = \frac{2p_m}{\pi} = 19,1 \text{ t/m}^2;$$

$$\bar{x}_2 = \bar{e} \quad p_2 = \frac{2p_m}{\pi} \times \frac{4}{\sqrt{15}} \left(1 + \frac{1}{8}\right) = 22,2 \text{ t/m}^2;$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{2} \quad p_3 = \frac{2p_m}{\pi} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 27,5 \text{ t/m}^2;$$

$$\bar{x}_4 = \frac{3}{4} \quad p_4 = \frac{2p_m}{\pi} \times \frac{4}{\sqrt{7}} \left(1 + \frac{3}{8}\right) = 39,8 \text{ t/m}^2;$$

$$\bar{x}_6 = 1 \quad p_6 \rightarrow \infty.$$

Exemplul 18.7. Să se determine diagrama presiunilor sub talpa fundației unei construcții masive avînd $b = 20$ m încărcată cu o forță $P = 600$ t/m aplicată cu o excentricitate $e = 6$ m $> b/4$ (fig. 18.6).

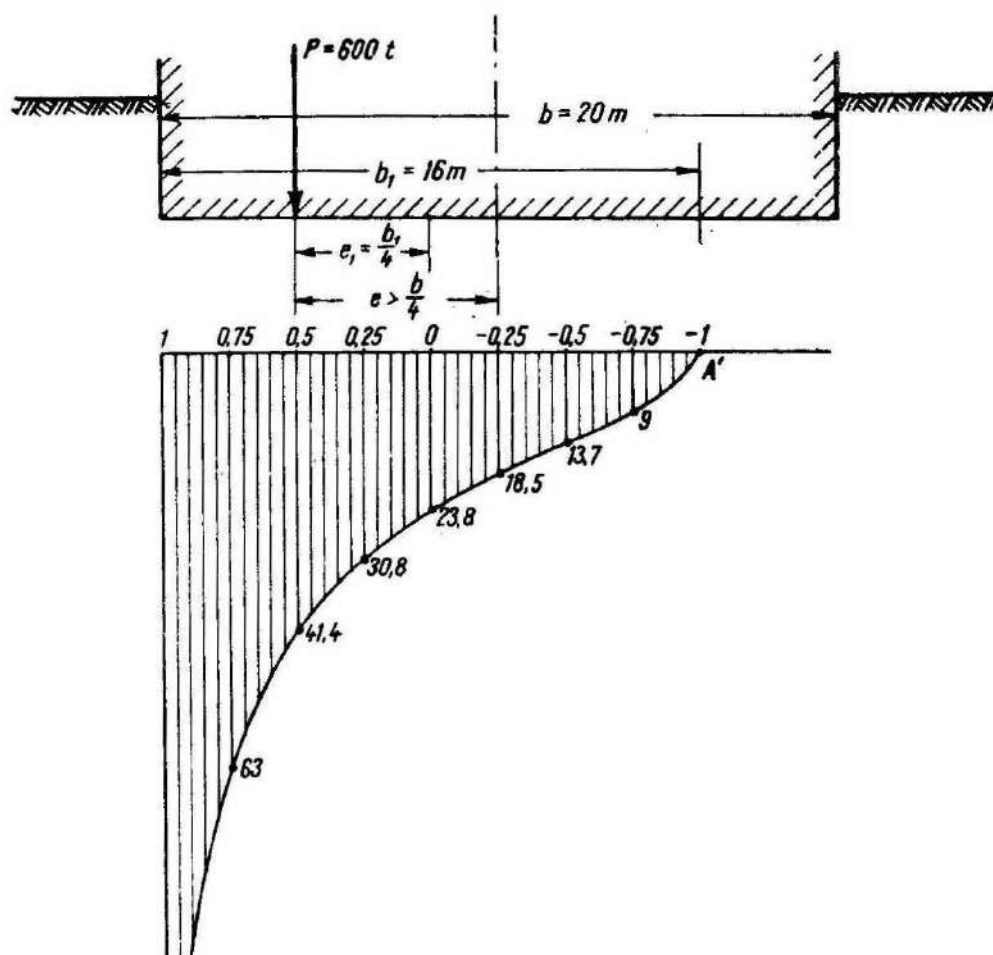


Fig. 18.6

Rezolvare. Atunci cînd excentricitatea întrece valoarea $b/4$ se produce o desprindere a fundației de pămînt deoarece pe suprafața de contact nu se pot transmite eforturi de întindere (în afară de cazul cînd sînt prevăzute dispozitive constructive speciale de ancorare etc.).

Deoarece încărcările transmise trebuie echilibrate de presiunile care se repartizează pe o lățime redusă, expresia (18.7) nu mai este valabilă. Se calculează lățimea redusă, $b_1 = 2b - 4e = 40 - 24 = 16$ m, astfel încît excentricitatea încărcării verticale față de noua axă a fundației să fie egală cu o pătrime a lățimii reduse și deci în punctul A' presiunea devine zero.

Presiunile pe talpă (luînd ca origine a absciselor x_1 axa lățimii reduse iar sensul pozitiv spre stînga) se repartizează după o lege exprimată prin relația (18.18).

$$\frac{2P}{\pi b_1} = \frac{1\,200}{3,14 \times 16} = 23,8 \text{ t/m}^2.$$

Calculul presiunilor este dat în tabela 18.4

T a b e l a 18.4

$\bar{x}_1 = \frac{x_1}{b/2}$	+1	+ 0,75	+ 0,5	+ 0,25	0	- 0,25	-0,5	- 0,75	-1
p_x	∞	63	41,4	30,8	23,8	18,5	13,7	9	0

Rezultanta tuturor eforturilor care acționează pe jumătatea pozitivă a lățimii reduse este egală cu

$$P_1 = \int_e^{b^{1/2}} p \, dx = 23,80 \int_0^{b^{1/2}} \sqrt{\frac{b_1 + 2x_1}{b_1 - 2x_1}} \, dx;$$

$$\int_0^{b^{1/2}} \sqrt{\frac{b_1 + 2x_1}{b_1 - 2x_1}} \, dx = \frac{b_1}{2} \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{16}{2} \times 2,57 = 20,6.$$

$$P_1 = 23,8 \times 20,6 = 490 \text{ t/m.}$$

Momentul suplimentar în punctul $\bar{x}_1 = 0$, este:

$$M'_0 = 23,8 \int_0^{b^{1/2}} x_1 \sqrt{\frac{b_1 + 2x_1}{b_1 - 2x_1}} \, dx_1 = 23,8 \left(\frac{b_1}{2} \right)^2 \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) = 23,8 \times \\ \times 8^2 \times 1,786 = 2\,720 \text{ tm.}$$

$$M_0 = M'_0 = \frac{600}{16} \times \frac{8^2}{2} = 2\,720 - 1\,200 = 1\,520 \text{ tm.}$$

Din aceste calcule reiese o creștere importantă a momentelor suplimentare în cazul unor excentricități mari.

Exemplul 18.8. Două bazine de decantare alăturate avînd radiere rigide de beton armat sînt încărcate de zidurile verticale longitudinale, așa cum arată fig. 18.7.

$$P_1 = P_2 = 8 \text{ t/m}; \quad b = 10 \text{ m}; \quad E = 250 \text{ kg/cm}^2; \quad \nu_0 = 0,30.$$

Să se determine înclinarea reciprocă a acestor bazine.

Rezolvare. Bazinele se înclină spre exterior deoarece marginile exterioare se vor tesa mai mult decît partea centrală din cauza lipsei încărcării laterale.

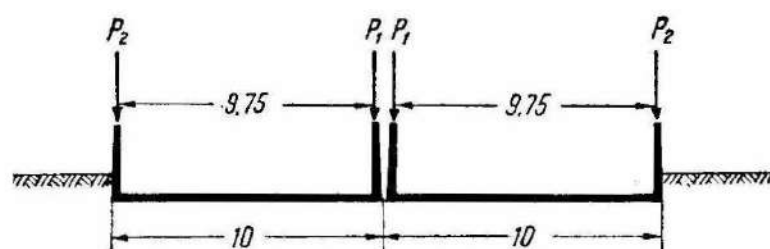


Fig. 18.7

Calculul înclinării se efectuează cu formula (18.20,a) combinînd-o în următoarele cazuri: pentru forțele centrale $e = 0$ și pentru forțele laterale $e = 9,75$ m.

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2(1 - \nu^2)}{\pi E} \cdot \frac{\pi}{b} \left[2P_1 + \left(2 - \pi \frac{9,75}{10} \right) P_1 \right]$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2(1 - 0,3^2) \times 8\,000}{250 \times 1\,000 \times 100} [4 - 3,14 \times 0,975] = 0,00055 = 0,55\text{‰};$$

diferența de tasare a mijlocului față de extremități este de $10 \times 1\,000 \times 0,00055 = 5,5$ mm.

Exemplul 18.9. O ecluză este încărcată conform schemei din fig. 18.2, b. Să se determine înclinarea reciprocă a zidurilor laterale față de radierul central. Elementele geometrice și încărcările sînt următoarele:

$$b = 20 \text{ m}; \quad c = 15 \text{ m}; \quad e = 17,5 \text{ m}; \quad P_1 = 40 \text{ t/m}; \quad P_2 = 10 \text{ t/m}.$$

Rezolvare. Calculul înclinării se efectuează cu formula (18.21, a).

$$A =$$

$$= \frac{\frac{2,5 \times 100 \times 10\,000}{100} - \frac{1}{3,14} \left[\sqrt{400 - 225} \times 100 - 1\,500 \arccos \frac{15}{20} \right] \frac{2 \times 40\,000 + 10\,000}{100}}{\frac{1}{3,14^2} [2 \times 225 \times 10\,000 (\ln 15 - \ln 20) - (400 - 225) 10\,000]}$$

$$A = 0,248.$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2 \times 0,91}{3,14 \times 250} \times 0,248 = 0,000575 = 0,58\text{‰}.$$

Exemplul 18.10. Radierul unui doc avînd lățimea $b = 20$ m este solicitat de o încărcare $q = 20$ t/m² uniform distribuită de-a lungul lățimii sale, de

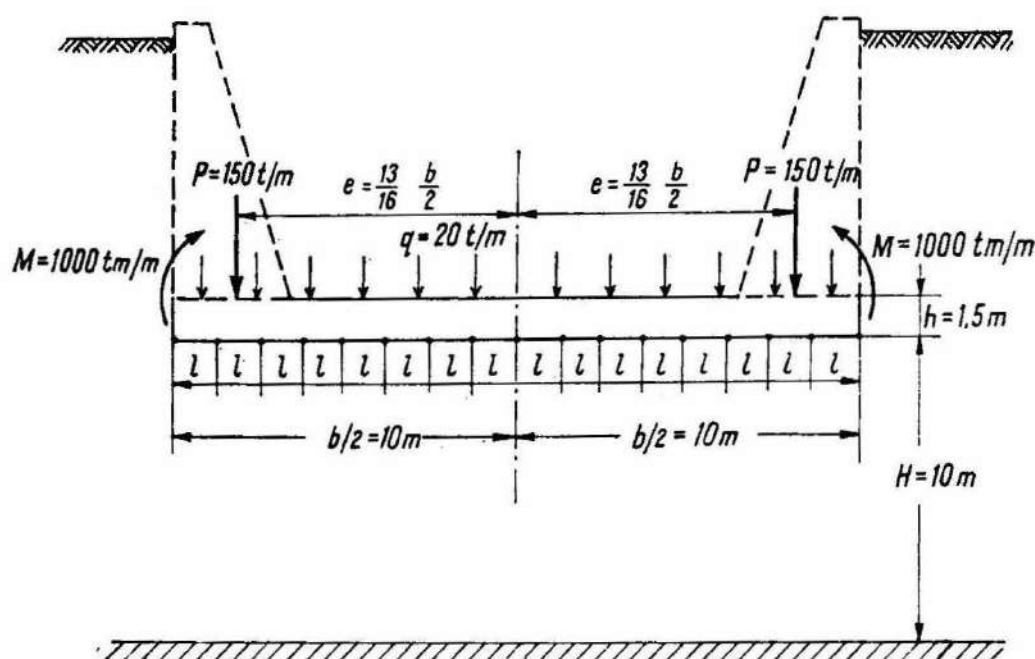


Fig. 18.8

două încărcări concentrate simultane $P = 150 \text{ t/m}$ aplicate la $\frac{13}{16} \cdot 10 \text{ m}$ de centru (aproximativ 8 m), precum și de două momente ($M = 1\,000 \text{ tm/m}$) transmise pe marginea sa de către zidurile verticale longitudinale. Înălțimea radierului este $h = 1,5 \text{ m}$.

Radierul este așezat pe un strat aluvionar avînd $H = 10 \text{ m}$ grosime sub care se găsește marnă calcaroasă practic incompresibilă.

Să se determine eforturile în diferitele secțiuni ale radierului ținînd seama de conlucrarea între radier și terenul de fundație. Modulul de elasticitate al betonului este $E_b = 250\,000 \text{ kg/cm}^2$ iar modulul de deformare liniară al terenului este $E = 250 \text{ kg/cm}^2$ (fig. 18.8).

Rezolvare. Indicele de rigiditate se calculează cu formula (18.22):

$$t \approx 10 \frac{250 \times 10^3}{250 \times 10^3 \times 1,5^3} \approx 3.$$

Întrucît $t > 1$ este necesar a calcula distribuția presiunilor pe talpă și momentele care o solicită luînd în considerare deformățiile concomitente ale fundației și pămîntului. În acest scop se împarte lățimea radierului de 20 m în 16 părți avînd lungimea $l = \frac{20}{16} = 1,25 \text{ m}$.

Reacțiunile pămîntului în centrul fiecărei secțiuni, pentru diferitele încărcări, se determină în următorul mod folosind tabelele din literatura de specialitate [18].

Astfel, pentru încărcarea uniform repartizată $q = 20 \text{ t/m}^2$;

$p_i = q\bar{p}_i$; $\bar{p}_i$ se extrage din tabela A-4, pag. 344 din lucrarea [18]

$$t = 3; \frac{H}{b/2} = \frac{10}{10} = 1.$$

Pentru o încărcare concentrată $P = 150 \text{ t/m}$; presiunile p_i rezultă din:

$$p_i = \frac{P}{\frac{b}{2} \times 1} \cdot \bar{p}_i = \bar{p}_i \frac{P}{10 \times 1}; \quad p_i = \bar{p}_i \cdot 15;$$

$\bar{p}_i$ fiind extras din tabela A-2, pag. 338 din lucrarea [18] pentru $t = 3$ și $\frac{b}{c} = \frac{13}{16}$. Pentru o încărcare cu câte un moment M la cele două margini

$$p_i = \bar{p}_i \frac{M}{(b/2)^2 \times 1} = \frac{1\,000}{10^2} \bar{p}_i = \bar{p}_i \cdot 10;$$

$\bar{p}_i$ rezultând din tabela A-10, pag. 350 din lucrarea [18] pentru $t = 3$ și $\frac{H}{b/2} = 1$.

Rezultatele acestor calcule sînt date în tabela 18.5.

Tabela 18.5

Presiunile p t/m^2	Din încărcarea uniform repartizată	Din încărcare P	Din încărcarea M	Total cu $M +$	Total cu $M -$
p_1	17,52	9,85	$\pm 7,89$	35,27	19,48
p_2	17,48	10,06	$\pm 7,50$	34,98	18,98
p_3	17,48	10,60	$\pm 6,66$	34,74	21,42
p_4	17,32	11,23	$\pm 5,51$	34,06	23,04
p_5	17,40	12,35	$\pm 3,52$	33,22	26,23
p_6	17,86	13,99	$\pm 0,45$	32,30	31,40
p_7	19,10	16,55	$\pm 4,36$	31,24	39,96
p_8	35,82	35,64	$\pm 27,17$	43,95	98,45

Cunoscînd încărcările și presiunile pe suprafața de contact între radier și pămînt se pot calcula momentele încovoietoare și forțele tăietoare.

Momentele M_0 în centrul radierului produse de încărcarea uniformă $q = 20 \text{ t/m}^2$, pentru $c = \frac{b}{16} = 1,25$; rezultă:

$$M_{0q} = \sum c p_i x_i - \frac{qb^2}{8}$$

$$\begin{aligned} M_{0q} &= \frac{b}{32} \times \frac{b}{16} [1p_1 + 3p_2 + 5p_3 + 7p_4 + 9p_5 + 11p_6 + 13p_7 + 15p_8] - \\ &- \frac{qb^2}{8} = \frac{400 \times 20}{512} [0,876 + 2,622 + 4,370 + 6,062 + 7,830 + 9,823 + \\ &+ 12,415 + 26,865] - \frac{20 \times 400}{8} = \frac{8\,000}{8} \left[\frac{70,863}{64} - 1 \right] = 100 \text{ tm/m.} \end{aligned}$$

În urma încărcării concentrate aplicate la aproximativ 8 m de fiecare parte a centrului, momentul M_0 în centrul radierului dat de forțele P este:

$$M_{0P} = \sum c p_i x_i - P \times 8$$

$$\begin{aligned} M_{0P} &= \frac{b^2}{32 \times 16} \times \frac{2P}{b} [1p_1 + 3p_2 + \dots + 15p_8] - P \times 8 \\ &= \frac{400 \times 2 \times 150}{512 \times 200} [0,640 + 2,00 + 3,535 + 5,243 + 7,407 + 10,263 + \\ &+ 14,300 + 35,640] - 150 \times 8 \\ &= \frac{600}{512} 79,028 - 1200 = -1\,107 \text{ tm.} \end{aligned}$$

În urma acțiunii momentului pozitiv, momentul M_0 în centrul radierului este

$$\begin{aligned} M_{0M+} &= \sum c p_i x_i + M = \frac{b^2}{512} \times \frac{4M}{b^2} (p_1 + 3p_2 + \dots + 15p_8) + M = \\ &= \frac{4M}{512} [0,789 + 2,250 + 3,333 + 3,857 + 3,168 + 0,495 - 5,668 - \\ &- 40,750] + M = -\frac{1\,000}{128} \times 32,526 + 1\,000 = +745 \text{ tm/m.} \end{aligned}$$

În urma acțiunii momentului negativ rezultă:

$$M_{0M-} = +\frac{2\,000}{256} \times 32,529 - 1\,000 = -745 \text{ tm/m.}$$

Combinațiile de încărcări sînt analizate în următoarele ipoteze: cînd docul este gol acționează numai P și M negativ, cînd docul este plin acționează q , P și M negativ.

Pentru prima combinație avînd încărcarea $P = 150$ t/m și un moment pozitiv $M = +1\,000$ tm rezultă:

$$M_0 = -1\,107 + 745 = -363 \text{ tm.}$$

Pentru a doua combinație cu o încărcare cu sarcină uniformă $q = 20$ t/m², cu forța concentrată $P = 150$ t/m și moment la cele două margini $M = -1\,000$ tm/m, rezultă:

$$M_0 = 100 - 1\,107 - 745 = -1\,752 \text{ tm/m.}$$

Momentele M_1 în punctele la distanța $x_7 = \frac{7}{16} \times \frac{b}{2}$ de la centru sînt următoarele:

În urma încărcării q se obține:

$$M_{1q} = \sum c p_i (x_i - x_7) - \frac{qb^2}{32} = \frac{qb^2}{2 \times 16 \times 16} [8p_8 + 6p_7 + 4p_6 + 2p_5] - \frac{qb^2}{32} = \frac{qb^2}{32} \left[\frac{1}{16} (8p_8 + 6p_7 + 4p_6 + 2p_5) - 1 \right]$$

$$M_{1q} = \frac{20 \times 400}{32} \left[\frac{1}{16} (14,328 + 5,730 + 3,572 + 1,740) - 1 \right] = 145 \text{ tm.}$$

Din încărcarea cu $P = 150$ t/m rezultă:

$$M_{1P} = \sum c p_i (x_i - x_7) - P \times 3.$$

$$M_{1P} = \frac{b^2}{16 \times 2 \times 16} \times \frac{2P}{b} [8p_8 + 6p_7 + 4p_6 + 2p_5] - P \times 3$$

$$M_{1P} = \frac{bP}{256} [18,912 + 6,60 + 3,732 + 1,646] - 150 \times 3$$

$$M_{1P} = \frac{3\,000}{256} 30,890 - 450 = -90 \text{ tm.}$$

Momentele M_1 din încărcarea cu M pozitiv sînt:

$$M_{1M+} = \sum c p_i (x_i - x_7) + M$$

$$M_{1M+} = \frac{4M \times 20^2}{20^2 \times 2 \times 16^2} [8p_8 + 6p_7 + 4p_6 + 2p_5] + M$$

$$M_{1M+} = \frac{4 \times 1\,000 \times 400}{4 \times 512} (-21,736 - 2,616 + 0,180 + 0,702) + M$$

$$M_{1M+} = \frac{4\,000}{512} (-23,470) \pm M = +815 \text{ tm/m}$$

În cazul acțiunii momentului M negativ rezultă:

$$M_{1M} = -815 \text{ tm/m.}$$

Cunoscînd presiunile și momentele se poate dimensiona radierul docului.

19

FUNDAȚII DE PILOȚI

Piloții sînt elemente de construcție avînd raportul între lungimea l aflată în pămînt și diametru $l/d > 10$, introduse forțat, prin diferite metode, în pămînt; ei au rolul de a transmite încărcarea construcției la strate portante situate în adîncime.

Capacitatea portantă a unui pilot se determină prin încărcări de probă. Pe baza rezultatelor acestor încărcări se construiește diagrama de încărcare-tasare, din care se deduce sarcina ce poate fi preluată de un pilot, așa cum se arată în exemplul 19.1.

Pentru calcule preliminare, se poate determina capacitatea portantă în direcția axială a unui pilot după expresia [22]

$$P = k \cdot m (A \cdot R^n + U \sum f_i l_i)$$

în care: k și m sînt coeficienți de neomogenitate și de condiții de lucru definiți în metoda de calcul la stări limită. În lipsa unor date bazate pe experiență se ia $k = 0,7$ și $m = 1$ (pentru poduri se ia $m = 0,85$);

- R'' — rezistența normată a pământului la adâncimea la care a ajuns vârful pilotului și care este dată, în funcție de caracteristicile fizice ale pământului la diferite adâncimi, în tabela 20.5;
- U — perimetrul pilotului cu secțiunea A ;
- f_i — rezistența la tăiere a pământului din stratul de grosime l_i străbătut de pilot. Valorile f_i pentru diferite pământuri și la diferite adâncimi sînt date în tabela 20.6.

Pentru piloți solicitați la întindere se determină efortul maxim de întindere după expresia:

$$P_i = k m U \sum f_i l_i$$

în care: $k = 0,7$; $m = 0,6$ pentru piloți cu lungimea mai mare de 4 m.

Încărcarea admisibilă a unui pilot solicitat pe direcția transversală se stabilește de asemenea prin încercări, determinînd încărcarea la care se produce o deplasare maximă admisă (în general 1 cm). Pentru calcule preliminare și pentru dimensionarea secțiunii, pilotului se consideră solicitat transversal ca o grindă încastrată; lungimea de încastrare în pământ l_0 variază după natura pământului și materialul pilotului, conform tablei 20.9 (unde d este diametrul pilotului sau latura sa cea mai mică) [22].

Efortul maxim orizontal rezultă din expresia:

$$P_h = \beta \frac{\delta_h \cdot EI}{1\,000 \times l_0^3}, \quad [t] \quad (19.3)$$

în care: $\beta = 0,65$ pentru argila moale și $\beta = 1,2$ pentru nisipuri cu îndesare medie;

- δ_h — deplasarea maximă admisă, în cm;
- EI — rigiditatea materialului pilotului, în $\text{kg} \cdot \text{cm}^2$;
- l_0 — lungimea de încastrare, în m, după tabela 20.9.

Tabela 19.1

Valorile coeficientului K_u

$\frac{l}{e}$	K_u
3,5	1,00
3,5—7	1,00—0,75
7—15	0,75—0,50

Observație. Pentru valori intermediare, K_u se interpolează.

Capacitatea portantă a unui pilot atunci cînd lucrează în grup se reduce cu un factor K_u care pentru piloții purtători pe vîrf este egal cu:

$$K_u = \frac{1}{1 + 1,7 \frac{d}{e}} \quad (19.4)$$

iar pentru piloți flotanți este dat în tabela 19,1 în funcție de raportul l/e (l fiind lungimea fișei, iar e distanța între piloți).

Stabilirea eforturilor în piloții unui grup de piloți are drept scop o justă alegere a numărului lor, a înclinării și așezării lor în grup, astfel ca în diferitele ipoteze de încărcare a fundației, piloții să fie pe cât posibil mai uniform încărcăți iar în nici unul din ei să nu se dezvolte solicitări mai mari decât cele de care ei sînt capabili.

În funcție de poziția și caracteristicile rezultantei forțelor exterioare față de centrul blocului de fundație, se disting următoarele cazuri:

1) Rezultanta forțelor exterioare, stabilită la nivelul inferior al blocului de fundație, este verticală și centrică. În acest caz, așezarea piloților se face vertical, în rînduri paralele și la distanțe egale (fig. 19.1). Presupunînd că radierul este rigid, sarcina care revine fiecărui pilot este:

$$P_i = \frac{Q}{n}, \quad (19.5)$$

în care: P_i este sarcina care revine fiecărui pilot;

Q — sarcina totală transmisă fundației;

n — numărul de piloți.

Numărul și distanța între piloți precum și datele constructive ale construcției respective determină suprafața minimă a radierului.

2) Componenta verticală V a rezultantei forțelor exterioare are o excentricitate mare, iar componenta orizontală este egală cu zero sau mică (cel mult 10% din valoarea componentei verticale).

În acest caz, considerînd radierul rigid, repartizarea forțelor din piloți se face după o lege liniară (fig. 19.2). Valoarea efortului în pilotul de coordonate x_i, y_i este:

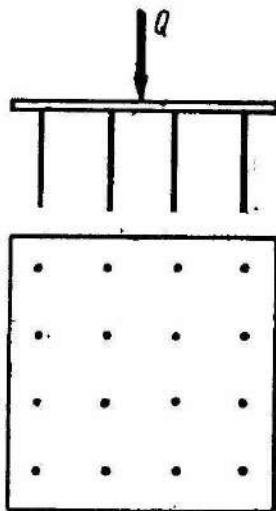


Fig. 19.1

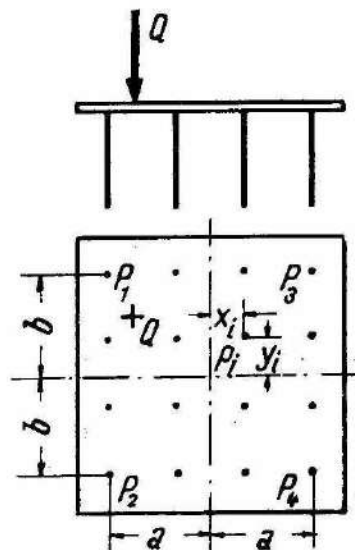


Fig. 19.2

$$P_i = \frac{P_1 + P_4}{2} - \frac{(P_2 - P_4)x_i}{2a} + \frac{(P_1 - P_2)y_i}{2b}. \quad (19.6)$$

Necunoscutele P_1 , P_2 și P_4 se determină cu ajutorul celor trei ecuații de echilibru:

$$\Sigma P_i = Q; \quad P_i x_i = M_x; \quad P_i y_i = M_y \quad (19.7)$$

și întrucît componenta orizontală a sarcinii exterioare este mică, forța transversală este:

$$T_i = \frac{H}{n}.$$

3) În cazul cînd componenta orizontală este mai mare de 10% din valoarea componentei verticale, se prevăd piloți înclinați pentru ca rezultanta forțelor exterioare să poată fi echilibrată de rezultanta forțelor axiale din piloți. Ecuațiile mecanicii nu mai sînt suficiente și este necesar a se lua în considerare deformațiile care se produc sub acțiunea forțelor exterioare, și anume deplasarea radierului pe verticală, pe orizontală precum și rotirea lui. La dimensionarea radierelor pe piloți, în asemenea cazuri, pentru verificarea provizorie a unei așezări pe piloți, se pot folosi metodele grafice ale staticii construcțiilor, urmînd ca ulterior să se facă calculul exact, ținînd seama de deplasări. Metodele de calcul folosite pentru determinarea eforturilor în piloții unui grup de piloți sînt date în cele ce urmează.

a) *Metoda aproximativă* se poate aplica în cazul cînd componenta orizontală H este mică în raport cu componenta verticală V . Componentele axiale și transversale ale eforturilor în piloți se determină cu formulele:

$$P_i = \frac{V}{n} \pm \frac{Mx_i}{\sum_1^n x_i^2} \quad \text{și} \quad T_i = \frac{H}{n}. \quad (19.7)$$

b) *Metoda poligonului de forțe* (metoda Culman) se poate aplica numai în cazul cînd piloții au trei înclinări diferite și constă în descompunerea grafică a rezultantei după cele trei direcții. Cînd pe una din direcții există mai mulți piloți paraleli, efortul obținut după această direcție trebuie împărțit egal la acești piloți, făcînd abstracție de distribuția neuniformă de eforturi datorită rotirii întregului sistem, ceea ce denaturează rezultatul real.

c) *Metoda trapezului* se aplică de asemenea în cazul piloților așezați după trei direcții diferite. Rezultanta V a forțelor verticale se repartizează trapezoidal, după o distribuție liniară a eforturilor, obținută cu formula compresiunii excentrice

$$\sigma = \frac{V}{b} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right). \quad (19.3)$$

În această metodă, pentru a atribui piloților suprafețe egale din suprafața trapezului de presiune, piloții dinspre marginea mai solicitată se grupează la distanțe mici spre margine. Cercetări recente au arătat însă că reducerea distanței dintre piloți are o acțiune defavorabilă, întrucât prin întrepătrunderea zonelor de influență ale piloților se produce o supraîncărcare a celor dinspre margine. Se recomandă în consecință o așezare a piloților la distanțe egale, atribuindu-le încărcări corespunzătoare suprafețelor respective ale trapezului de presiune. Forțele orizontale se atribuie piloților înclinați.

d) *Metoda analitică* se aplică în ipoteza radierului rigid și a piloților articulați în radier, transmițând forțe numai în direcția axială (metoda analitică cu piloți articulați). În această metodă se fac următoarele ipoteze:

— forțele care se nasc în urma deplasării radierului sînt proporționale cu deformațiile piloților în direcție axială.;

— variațiile unghiurilor φ , în urma deformațiilor, fiind mici se neglijează;

— forțele transmise pe piloți trebuie să echilibreze forțele exterioare.

Ecuatiile de echilibru, în cazul unor deplasări ale radierului, determinate prin mărimile u , v și α (deplasare orizontală, verticală și rotire, fig. 19.3) sînt:

$$u \sum \sin \varphi_i \cos \varphi_i + v \sum \sin^2 \varphi_i + \alpha \sum x_i \sin^2 \varphi_i = V;$$

$$u \sum \cos^2 \varphi_i + v \sum \sin \varphi_i \cos \varphi_i + \alpha \sum x_i^2 \sin \varphi_i \cos \varphi_i = H; \quad (19.9)$$

$$u \sum x_i \sin \varphi_i \cos \varphi_i + v \sum x_i \sin^2 \varphi_i + \alpha \sum x_i^2 \sin^2 \varphi_i = M.$$

Efortul ce revine unui pilot i se determină cu formula:

$$P_i = u \cos \varphi_i + (v + \alpha x_i) \sin \varphi_i. \quad (19.9,a)$$

e) Pentru a evita rezolvarea sistemului de ecuații din metoda precedentă, care poate da loc la erori de calcul, se poate folosi *metoda Nökkentved*. În această metodă se determină în prealabil centrul elastic al forțelor din piloți,

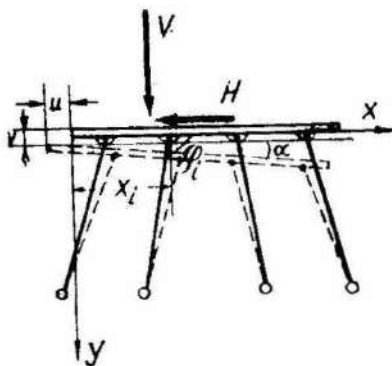


Fig. 19.3

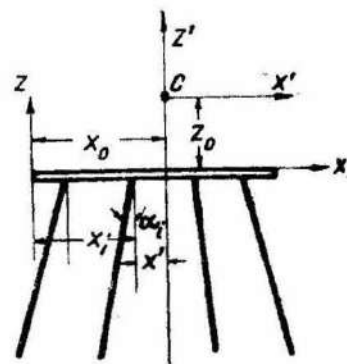


Fig. 19.4

adică punctul de intersecție al rezultantei forțelor din piloți datorite unei deplasări unitare pe verticală a radierului cu rezultanta forțelor datorite unei deplasări unitare a radierului pe orizontală (fig. 19.4).

Poziția centrului elastic este dată de relațiile:

$$x_0 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_H \frac{\sum x_i \cos^2 \alpha_i}{\sum \cos^2 \alpha_i} - \operatorname{tg} \alpha_V \frac{\sum x_i \cos^2 \alpha_i \operatorname{tg} \alpha_i}{\sum \cos^2 \alpha_i \operatorname{tg} \alpha_i}}{\operatorname{tg} \alpha_H - \operatorname{tg} \alpha_V} \quad (19.10,a)$$

$$z_0 = \frac{\frac{\sum x_i \cos^2 \alpha_i}{\sum \cos^2 \alpha_i} - \frac{\sum x_i \cos^2 \alpha_i \operatorname{tg} \alpha_i}{\sum \cos^2 \alpha_i \operatorname{tg} \alpha_i}}{\operatorname{tg} \alpha_H - \operatorname{tg} \alpha_V} \quad (19.10,b)$$

în care $\operatorname{tg} \alpha_H$ și $\operatorname{tg} \alpha_V$ sînt înclinările celor două componente și au valorile:

$$\operatorname{tg} \alpha_H = \frac{\sum \cos^2 \alpha_i \operatorname{tg}^2 \alpha_i}{\sum \cos^2 \alpha_i \operatorname{tg} \alpha_i}; \quad \operatorname{tg} \alpha_V = \frac{\sum \cos^2 \alpha_i \operatorname{tg} \alpha_i}{\sum \cos^2 \alpha_i}. \quad (19.11)$$

Dacă V , H și M_0 sînt solicitările exterioare față de un nou sistem de axe trecînd prin centrul elastic, eforturile din piloți se obțin cu formula:

$$P_i = \cos \alpha_i \left[\frac{V}{\sum \cos^2 \alpha_i} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_H - \operatorname{tg} \alpha_i}{\operatorname{tg} \alpha_H - \operatorname{tg} \alpha_V} + \frac{H}{\sum \cos^2 \alpha_i \operatorname{tg} \alpha_i} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_i - \operatorname{tg} \alpha_V}{\operatorname{tg} \alpha_H - \operatorname{tg} \alpha_V} + \frac{M_0 x'}{\sum x'^2 \cos^2 \alpha_i} \right]. \quad (19.12)$$

f) *Metoda analitică* se aplică în ipoteza unui radier rigid, cu piloți încastrați în radier (metoda analitică cu piloți încastrați); această metodă ține seama de deformațiile produse de forțele axiale, forțele transversale și de momentele de încastrare care solicită diferiții piloți. Calculul deformațiilor transversale și rotirilor produse prin acțiunea forțelor transversale și a momentelor se face în mod aproximativ, considerînd pilotul, ca o grindă încastrată. Adîncimea de încastrare l' a pilotului se ia 0,2 din lungimea lui, în cazul pămînturilor consistente, și (0,25—0,30) l la pămînturi în stare plastică.

Constantele elastice sînt:

k_p — forța care corespunde unei tasări unitare a pămîntului sub vîrfurile pilotului;

$$k_l = \frac{EA}{l},$$

unde E , A , l sînt caracteristicile pilotului (modulul de elasticitate, aria secțiunii și lungimea lui);

$$k'_l = \frac{k_l k_p}{k_l + k_p} \quad [\text{t/m}]; \quad (19.13, a)$$

$$k_t = \frac{12 EI}{l'^3} \quad [\text{t/m}], \text{ unde } l' = \beta \cdot l; \quad (19.13, b)$$

$$m_t = t \alpha = \frac{6 EI}{l'^2} \quad [\text{t/rad}]; \quad (19.13, c)$$

$$m \alpha = \frac{4 EI}{l} \quad [\text{tm/rad}]. \quad (19.13, d)$$

Însemnînd cu

X_x , Y_x , M_x — componentele reacțiunilor piloților în urma unei deplasări $\Delta x = 1$;

X_y , Y_y , M_y — componentele reacțiunilor piloților în urma unei deplasări $\Delta y = 1$;

X_α , Y_α , M_α — componentele reacțiunilor piloților în urma unei rotiri $\alpha = 1$;

X , Y , M — componentele forțelor exterioare.

Ecuațiile de echilibru pentru radier sînt:

$$X_x \cdot \Delta x + X_y \cdot \Delta y + X_\alpha \cdot \alpha + X = 0,$$

$$Y_x \cdot \Delta x + Y_y \cdot \Delta y + Y_\alpha \cdot \alpha + Y = 0, \quad (19.14)$$

$$M_x \cdot \Delta x + M_y \cdot \Delta y + M_\alpha \cdot \alpha + M = 0.$$

Valorile componentelor reacțiunilor din piloți sînt (fig. 19.5);

$$X_x = -\Sigma k_t - \Sigma(k'_l - k_t) \cos^2 \varphi_i; \quad (19.15, a)$$

$$Y_x = X_y = \frac{1}{2} \Sigma(k_t - k'_l) \sin 2\varphi_i; \quad (19.16, b)$$

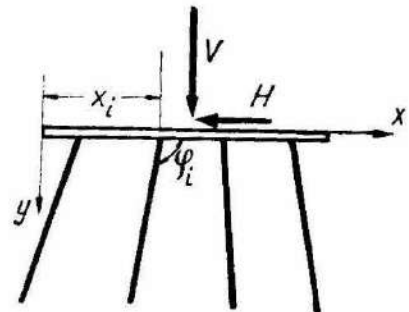


Fig. 19.5

$$M_x = X_a = -\frac{1}{2} \Sigma(k'_l - k_t)x_i \sin 2\varphi_i + \Sigma m_t \sin \varphi_i; \quad (19.15,c)$$

$$Y_y = -\Sigma k_t - \Sigma(k'_l - k_t) \sin^2 \varphi_i; \quad (19.15,d)$$

$$M_y = Y_a = -\Sigma k_t x_i - \Sigma x_i(k'_l - k_t) \sin^2 \varphi_i - m_t \cos \varphi_i; \quad (19.15,e)$$

$$M_a = -\Sigma k_t x_i^2 - \Sigma(k'_l - k_t) x_i^2 \sin^2 \varphi_i - \Sigma m_t x_i \cos \varphi_i - \Sigma m_a. \quad (19.15,f)$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații de echilibru, se obțin valorile Δx , Δy și α .

Forțele axiale și transversale din piloți se obțin cu formulele:

$$P_i = (\Delta x \cos \varphi_i + \Delta y \sin \varphi_i + \alpha x_i \sin \varphi_i)k'_l, \quad (19.16,a)$$

$$T_i = k_t (\Delta x \sin \varphi_i - \Delta y \cos \varphi_i - \alpha \cdot x_i \cos \varphi_i). \quad 19.16,b)$$

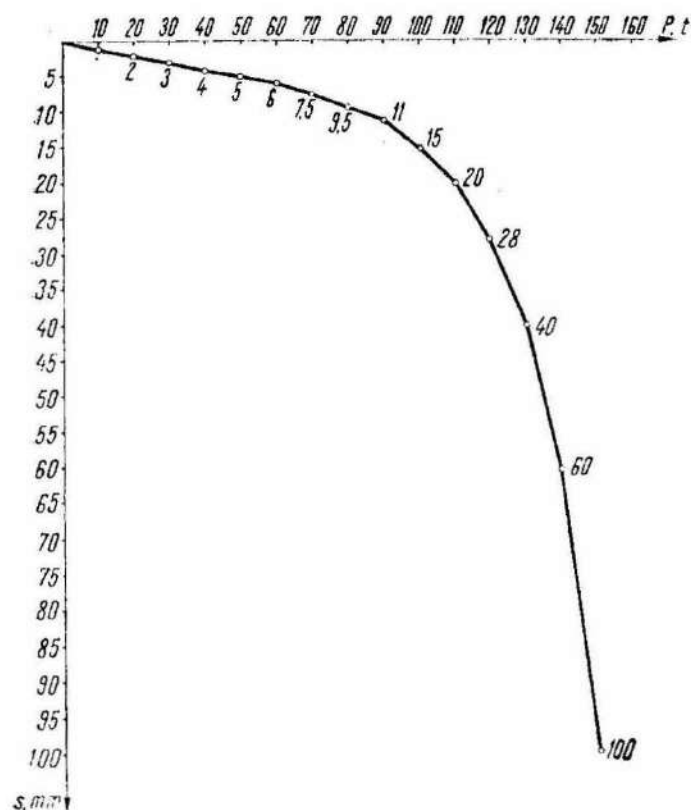


Fig. 19.6

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 19.1. Din observațiile de tasări ale unei încărcări de probă s-au obținut următoarele rezultate (fig. 19.6):

P t	s mm	P t	s mm
10	1	90	11
20	2	100	15
30	3	110	20
40	4	120	28
50	5	130	40
60	6	140	60
70	7,5	150	100
80	9,5		

Să se determine încărcarea admisibilă a pilotului.

Rezolvare. Din diagrama din figură reiese:

— încărcarea pînă la care tasarea poate să fie considerată în limita proporționalității

$$P_p = 90 \text{ t};$$

— încărcarea de rupere

$$P_r = 150 \text{ t};$$

— încărcarea corespunzătoare unei tasări de 7,5 mm

$$P_s = 70 \text{ t}.$$

Alegerea încărcării admisibile se poate face după următoarele criterii:

$$P_a = 0,75 P_p = 62,5 \text{ t}$$

$$P_a = \frac{1}{2,5} P_r = 60 \text{ t}$$

$$P_a = P_s = 70 \text{ t}.$$

Deoarece P_s la o tasare de 7,5 mm rămîne încă în domeniul creșterii proporționale cu încărcarea a tasărilor, se poate lua ca sarcină admisibilă $P_a = 70 \text{ t}$.

Exemplul 19.2. Un pilot de beton armat avînd secțiunea de $40 \times 40 \text{ cm}$ și lungimea de 20 m este introdus prin batere pînă la adîncimea cerută. Stratificația terenului este arătată în fig. 19.7.

Să se determine prin calcul încărcarea axială și transversală care poate fi admisă pentru acest pilot în condițiile de teren date. Modulul de elasticitate al betonului $E_b = 200\,000 \text{ kg/cm}^2$.

Rezolvare. Sarcina axială se calculează cu formula (19.1), unde:

$$A = 40 \times 40 = 1\,600 \text{ cm}^2;$$

$$U = 4 \times 40 = 160 \text{ cm};$$

$$k = 0,8; m = 0,85.$$

Conform tabelii 20.5 pentru nisipuri grosiere situate la 20 m, $R^* = 820 \text{ t/m}^2$. De asemenea, din tabela 20.6 se obțin următoarele valori pentru f_i :

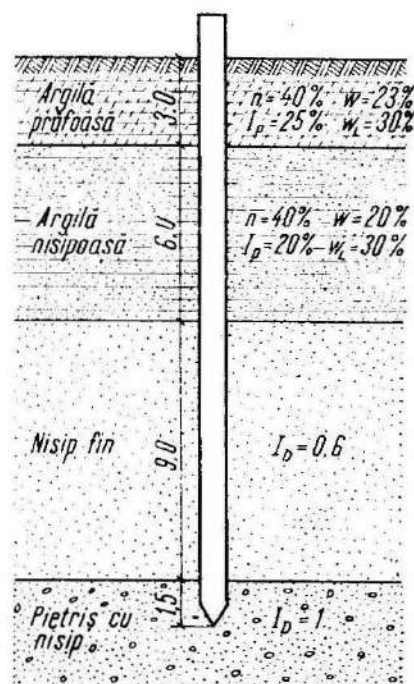


Fig. 19.7

pentru stratul 1 cu $I_c = \frac{40 - 23}{25} = 0,68$, la 1,5 m adâncime

$$f_i = 2,47 \text{ t/m}^2;$$

pentru stratul 2 cu $I_c = 0,50$ la 6 m adâncime

$$f_i = 2,45 \text{ t/m}^2;$$

pentru stratul 3,

$$f_i = 5 \text{ t/m}^2;$$

pentru stratul 4,

$$f_i = 7,5 \text{ t/m}^2.$$

$$P = 0,7 \times 0,85 [0,16 \times 820 + 1,60 (2,47 \times 3 + 2,45 \times 6 + 5 \times 9 + 7,5 \times 1,50)]$$

$$P = 0,595 (131,20 + 125,38) \approx 153 \text{ t}.$$

Efortul maxim orizontal se calculează cu expresia (19.3) în care:

$$l_0, \text{ conform tabelii } 20.9 = 6 \times 0,40 = 2,40 \text{ m};$$

$$\beta = 1,2 \text{ (la nisipuri de îndesare mijlocie);}$$

$$\delta_h = 1 \text{ cm};$$

$$EI = 200\,000 \frac{40 \times 40^3}{12} = 42,7 \times 10^9 \text{ kg.cm}^2.$$

Introducînd în formula (19.3) se obține:

$$P_h = 1,2 \frac{1 \times 42,7 \times 10^9}{10^3 \times 240^3} = 3,70 \text{ t}.$$

Pilotul poate deci suporta o încărcare axială de aproximativ 150 t și o încărcare transversală de 3,7 t.

Exemplul 19.3. Se cere să se determine numărul de piloți necesari fundației din fig. 19.8, solicitate la o compresiune centrică $Q = 250 \text{ t}$. Se vor folosi piloți de lemn cu diametrul de 26 cm, avînd o capacitate portantă de 16 t.

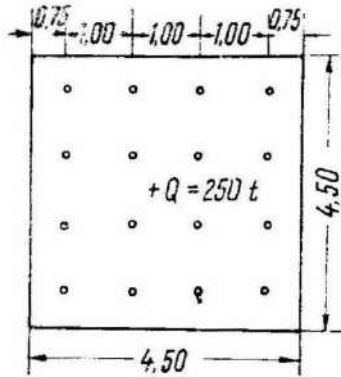


Fig. 19.8

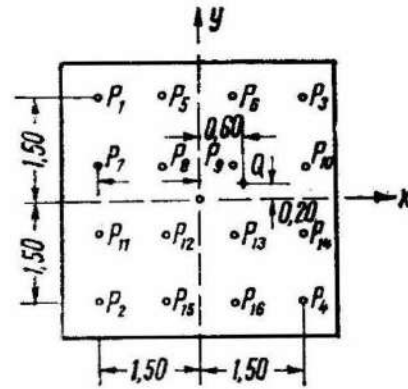


Fig. 19.9

Rezolvare. Numărul de piloți se determină astfel :

$$n = \frac{Q}{P_i} = \frac{250}{16} = 15,6 \approx 16 \text{ piloți.}$$

Exemplul 19.4. Să se determine eforturile în piloții fundației din fig. 19.9, solicitate de o forță verticală excentrică $Q = 200 \text{ t}$, piloții fiind bătuți vertical.

Rezolvare. Poziția piloților în radier este arătată în tabela 19.2.

Tabela 19.2

Poziția piloților în radier

P_i	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1	-1,50	+1,50	2,25	2,25	-2,25
2	-1,50	-1,50	2,25	2,25	+2,25
3	+1,50	+1,50	2,25	2,25	+2,25
4	+1,50	-1,50	2,25	2,25	-2,25
5	-0,50	+1,50	0,25	2,25	-0,75
6	+0,50	+1,50	0,25	2,25	+0,75
7	-1,50	+0,50	2,25	0,25	-0,75
8	-0,50	+0,50	0,25	0,25	-0,25
9	+0,50	+0,50	0,25	0,25	+0,25
10	+1,50	+0,50	2,25	0,25	+0,75
11	-1,50	-0,50	2,25	0,25	+0,75
12	-0,50	-0,50	0,25	0,25	+0,25
13	+0,50	-0,50	0,25	0,25	-0,25
14	+1,50	-0,50	2,25	0,25	-0,75
15	-0,50	-1,50	0,25	2,25	+0,75
16	+0,50	-1,50	0,25	2,25	-0,75
Σ	0,00	0,00	20,00	20,00	0,00

Valoarea efortului în pilotul i se calculează cu formula (19.6) în care valorile P_1 , P_2 și P_4 se obțin din ecuațiile de echilibru (19.7), și anume:

$$\Sigma P_i = 16 \frac{P_1 + P_4}{2} = Q;$$

$$\Sigma P_i x_i = \frac{P_1 + P_4}{2} \Sigma x_i - \frac{P_2 - P_4}{2 \times 1,5} \Sigma x_i^2 + \frac{P_1 - P_2}{1 \times 1,5} \Sigma x_i y_i = 0,6Q;$$

$$\Sigma P_i y_i = \frac{P_1 + P_4}{2} \Sigma y_i - \frac{P_2 - P_4}{2 \times 1,5} \Sigma x_i y_i - \frac{P_1 - P_2}{2 \times 1,5} \Sigma y_i^2 = 0,2Q.$$

$$P_1 + P_4 = 0,125 Q;$$

$$-(P_2 - P_4) = \frac{3 \times 0,60}{20} \cdot Q;$$

$$P_1 - P_2 = \frac{3 \times 0,20}{20} \cdot Q.$$

Rezolvînd sistemul de ecuații se găsește:

$$P_1 = 0,0325 Q; \quad P_2 = 0,0025 Q; \quad P_4 = 0,0925 Q.$$

Cu aceste date

$$P_i = 0,0625 Q + 0,030 Q x_i + 0,010 Q y_i.$$

Pilotul cel mai încărcat este pilotul 3, pentru care corespunde un efort

$$P_3 = 0,0625 Q + 0,030 \times 1,50 Q + 0,010 \times 1,5 Q = 0,1225 Q = 24,5 \text{ t.}$$

Exemplul 19.5. Să se verifice eforturile în piloții unei fundații continue, solicitate ca în fig. 19.10.

Rezolvare. Componenta orizontală a sarcinilor exterioare fiind $H = 0,1V$, se aplică metoda aproximativă cu formula (19.7):

$$\sum_1^n x_i^2 = 2 \times 0,5^2 + 2 \times 1,5^2 = 5$$

$$P_i = \frac{V}{n} \pm \frac{M x_i}{\Sigma x_i^2};$$

$$M = 50 \times 0,40 = 20 \text{ tm.}$$

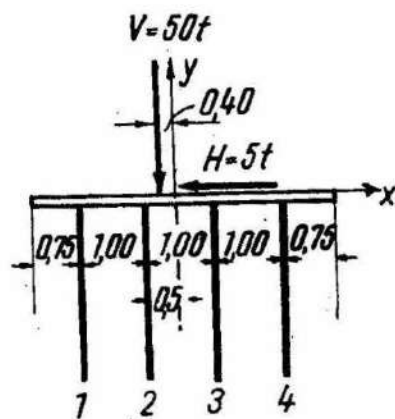


Fig. 19.10

Eforturile în piloți sînt:

$$P_1 = \frac{50}{4} + \frac{20 \times 1,50}{5} = 18,5 \text{ t}; \quad P_2 = \frac{50}{4} + \frac{20 \times 0,50}{5} = 14,5 \text{ t};$$

$$P_3 = \frac{50}{4} - \frac{20 \times 0,50}{5} = 10,5 \text{ t}; \quad P_4 = \frac{50}{4} - \frac{20 \times 1,50}{5} = 6,5 \text{ t}.$$

Forța transversală în piloți este:

$$T_i = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ t}.$$

Ecuația de verificare este:

$$\Sigma P_i = V = 18,5 + 14,5 + 10,5 + 6,5 = 50 \text{ t}.$$

Exemplul 19.6. Să se determine eforturile în piloții unui radier continuu, solicitat ca în fig. 19.11, folosind metoda poligonului de forțe.

Rezolvare. Cei trei piloți paraleli 1, 2 și 3 se grupează după direcția 2, astfel că problema se reduce la descompunerea forței $Q = 53,20 \text{ t}$ după direcțiile 2, 4 și 5.

Construcția grafică este dată în epura din fig. 19.12.

Se prelungește direcția piloților 5 pînă la intersecția cu Q . Punctul de intersecție M astfel obținut se unește cu intersecția M_2 a celorlalte direcții de piloți 2 și 4; dreapta $M-M_2$ se notează cu Δ' .

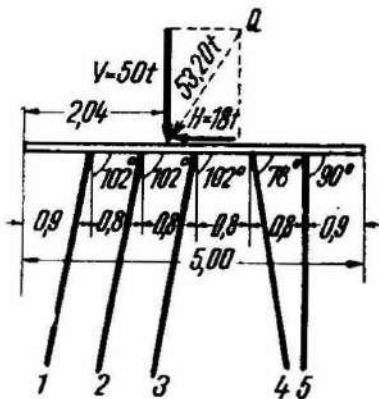


Fig. 19.11

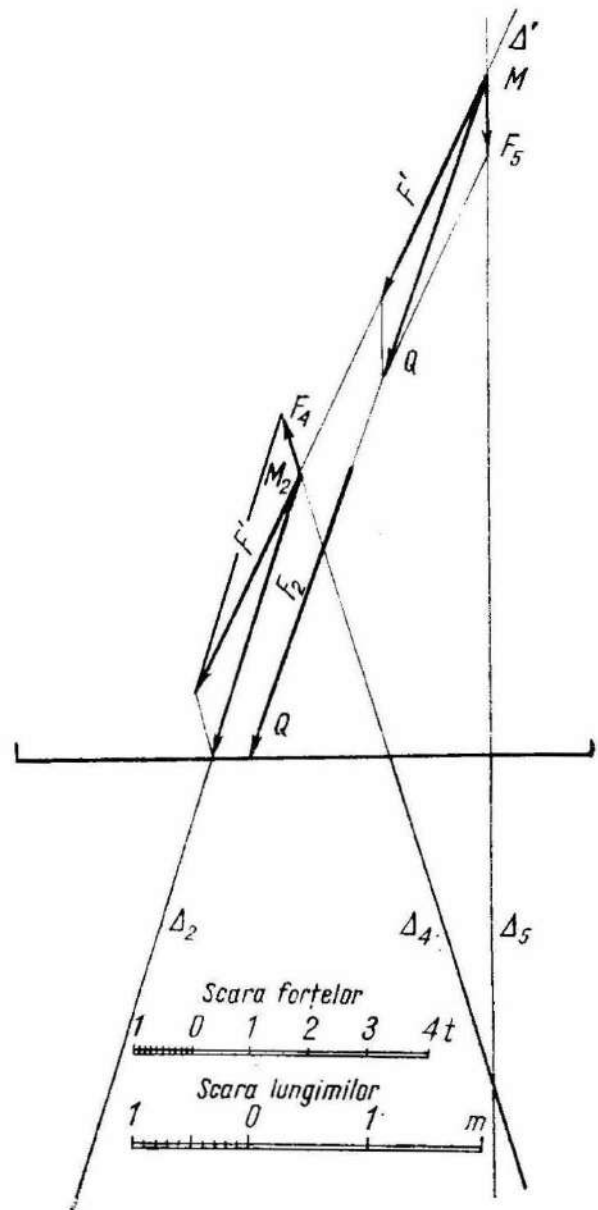


Fig. 19.12

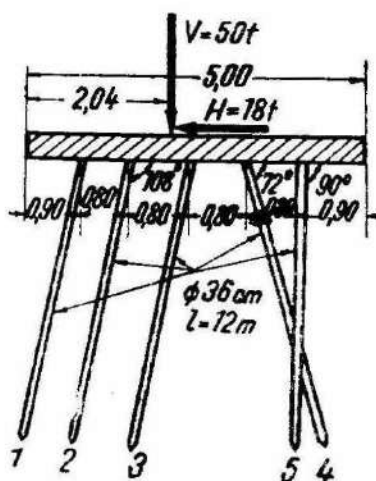


Fig. 19.13

Forța Q se deplasează, astfel ca originea să coincidă cu M . Se descompune apoi după direcția pilotului 5 și Δ' . Componenta F' după direcția Δ' se descompune după direcțiile 4 și 2. Măsurate pe scara forțelor, eforturile în piloți sînt

$$P_1 = P_2 = P_3 = \frac{F_2}{3} = \frac{42,3}{3} =$$

$$= 14,1 \text{ t}; \quad P_4 = -10,5 \text{ t}; \quad P_5 = 12,4 \text{ t}.,$$

Exemplul 19.7. Să se determine eforturile în piloții radierului din fig. 19.13, în ipoteza radierului rigid și a piloților articulați în radier transmitînd forțe numai în direcția axială. Se va folosi metoda analitică, cu piloți articulați, ținînd seama de deplasarea pe orizontală, pe verticală și de rotirea radierului.

Rezolvare Calculul elementelor geometrice care apar în ecuațiile de echilibru (19.9) este prezentat în tabela 19.3.

Solicitățile radierului sînt:

$$V = 50 \text{ t}; \quad H = 18 \text{ t}; \quad M = 50 \times 2,04 = +102 \text{ tm}.$$

Cu valorile din tabelă, ecuațiile (19.9) devin:

$$-0,588u + 4,616v + 11,69\alpha = 50;$$

$$+0,38u - 0,588v - 0,52\alpha = -18;$$

$$-0,52u + 11,69v + 35,65\alpha = 102.$$

Sistemul de ecuații admite următoarele soluții:

$$u = -51,78; \quad v = -6,65; \quad \alpha = +4,30.$$

Cu aceste valori se pot determina din relația (19.9,a) eforturile în piloți:

$$P_1 = 51,78 \times 0,309 + (-6,65 + 4,30 \times 0,90) \times 0,951 = +13,356 \text{ t};$$

$$P_2 = 51,78 \times 0,309 + (-6,65 + 4,30 \times 1,70) \times 0,951 = +16,628 \text{ t};$$

$$P_3 = 51,78 \times 0,309 + (-6,65 + 4,30 \times 2,50) \times 0,951 = +19,899 \text{ t};$$

$$P_4 = 51,78 \times 0,309 + (-6,65 + 4,30 \times 3,30) \times 0,951 = -8,829 \text{ t};$$

$$P_5 = -6,65 + 4,30 \times 4,10 = +10,980 \text{ t}.$$

Tabel a 19.3

Nr. pilot	$\sin \varphi_i$	$\cos \varphi_i$	$\sin \varphi_i \cdot \cos \varphi_i$	$\sin^2 \varphi_i$	$\cos^2 \varphi_i$	x_i	$x_i \sin^2 \varphi_i$	x_i^2	$x_i^2 \sin^2 \varphi_i$	$x_i \sin \varphi_i \cdot \cos \varphi_i$
1	+0,951	—0,309	—0,294	+0,904	+0,095	0,90	+0,81	0,81	+ 0,732	—0,26
2	+0,951	—0,309	—0,294	+0,904	+0,095	1,70	+1,54	2,89	+ 2,613	—0,50
3	+0,951	—0,309	—0,294	+0,904	+0,095	2,50	+2,26	6,25	+ 5,650	—0,73
4	+0,951	+0,309	+0,294	+0,904	+0,095	3,30	+2,98	10,89	+ 9,845	+0,97
5	1,000	+0,000	0,000	+1,000	0,000	4,10	+4,10	16,81	+16,810	0,00
Σ			0,588	+4,616	+0,38		+11,69		+35,65	—0,52

Tabel a 19.4

Nr. pilot	$\cos \alpha_i$	$\cos^2 \alpha_i$	$\operatorname{tg} \alpha_i$	x_i	$\cos^2 \alpha_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i$	$\cos^2 \alpha_i \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_i$	$x_i \cdot \cos^2 \alpha_i$	$x_i \cdot \cos^2 \alpha_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i$	x_i'	$x_i'^2$	$x_i'^2 \cdot \cos^2 \alpha_i$
1	0,951	0,904	0,325	0,90	+0,294	+0,096	+ 0,81	+0,263	—1,02	1,040	0,940
2	0,951	0,904	0,325	1,70	+0,294	+0,096	+ 1,54	+0,501	—0,22	0,048	0,043
3	0,951	0,904	0,325	2,50	+0,294	+0,096	+ 2,26	—0,735	+0,58	0,336	0,304
4	0,951	0,904	—0,325	3,30	—0,294	+0,096	+ 2,98	—0,969	—0,64	0,410	0,371
5	1,000	1,000	0,000	4,10	0,000	+0,000	+ 4,10	+0,000	+1,17	1,369	1,369
Σ		4,616			+0,588	+0,384	+11,69	+0,530			3,027

Pentru verificare, suma proiecțiilor eforturilor din piloți, după o axă verticală, trebuie să fie egală cu V .

$$(13,356 + 16,628 + 19,899 - 8,829) \times 0,951 + 10,980 = 50,002 \text{ t.}$$

Exemplul 19.8. Să se determine eforturile în piloții radierului din exemplul precedent, în ipoteza unui radier rigid piloții fiind articulați în teren și radier, folosind metoda Nökkentved.

Rezolvare. Partea de calcul legată de elementele geometrice ale problemei este dată în tabela 19.4.

Înclinările celor două componente sînt date de relațiile (19.11).

$$\operatorname{tg} \alpha_V = \frac{0,588}{4,616} = 0,127; \quad \operatorname{tg} \alpha_H = \frac{0,384}{0,588} = 0,653.$$

Poziția centrului elastic este dat de formulele (19.10, a) și (19.10, b):

$$x_0 = \frac{0,653 \frac{11,69}{4,616} - 0,127 \frac{0,530}{0,588}}{0,653 - 0,127} = 2,927 \text{ m};$$

$$z_0 = \frac{\frac{11,69}{4,616} - \frac{0,530}{0,588}}{0,653 - 0,127} = \frac{2,532 - 0,901}{0,653 - 0,127} = 3,101 \text{ m.}$$

Poziția piloților în radier în noul sistem de coordonate este:

$$x'_1 = 0,90 - 2,927 + 3,101 \times 0,325 = -1,02;$$

$$x'_2 = 1,70 - 2,927 + 3,101 \times 0,325 = -0,22;$$

$$x'_3 = 2,50 - 2,927 + 3,101 \times 0,325 = +0,58;$$

$$x'_4 = 3,30 - 2,927 - 3,101 \times 0,325 = -0,64;$$

$$x'_5 = 4,10 - 2,927 = 1,17.$$

Momentul forțelor în raport cu centrul elastic

$$M_0 = -50 \times 0,877 + 18 \times 3,101 = 11,468 \text{ tm.}$$

Eforturile în piloți se determină cu formula (19.12):

$$P_1 = 0,951 \left[\frac{50}{4,616} \times \frac{0,653 - 0,325}{0,653 - 0,127} + \frac{18}{0,588} \times \frac{0,335 - 0,127}{0,635 - 0,127} - \frac{11,468 \times 1,02}{3,027} \right] = 14,259 \text{ t};$$

$$P_2 = 0,951 \left[\frac{50}{4,616} \times \frac{0,653 - 0,325}{0,653 - 0,127} + \frac{18}{0,588} \times \frac{0,335 - 0,127}{0,653 - 0,127} - \frac{11,468 \times 0,22}{3,027} \right] = 17,141 \text{ t};$$

$$P_3 = 0,951 \left[\frac{50}{4,616} \times \frac{0,653 - 0,325}{0,653 - 0,127} + \frac{18}{0,588} \times \frac{0,335 - 0,127}{0,653 - 0,127} + \frac{11,468 \times 0,58}{3,027} \right] = 20,025 \text{ t};$$

$$P_4 = 0,951 \left[\frac{50}{4,616} \times \frac{0,653 + 0,325}{0,653 - 0,127} + \frac{18}{0,588} \times \frac{-0,335 - 0,127}{0,653 - 0,127} - \frac{11,468 \times 0,64}{3,027} \right] = -8,722 \text{ t};$$

$$P_5 = 1 \left[\frac{50}{4,616} \times \frac{0,653}{0,653 - 0,127} + \frac{18}{0,588} \times \frac{-0,127}{0,653 - 0,127} + \frac{11,468 \times 1,17}{3,027} \right] = 9,975 \text{ t}.$$

Exemplul 19.9. Să se determine eforturile în piloții radierului din exemplul 19.7, în ipoteza unui radier rigid, cu piloții încastrați în radier, cunoscând: diametrul pilotului 36 cm iar lungimea lui $l = 10$ m. Modulul de elasticitate este $E = 10^6$ t/m², iar caracteristica elastică de deformare a pământului $k_p = 2\,500$ t/m. Lungimea de încastrare este $l' = 2,5$ m (considerînd $\beta = 0,25$). Momentul de inerție al secțiunii pilotului este $I = 7,948 \times 10^{-4}$ m⁴.

Rezolvare. Se determină în prealabil constantele cu relațiile (19.13):

$$k_l = \frac{10^6 \times 0,0707}{10} = 7\,070 \text{ t/m}; \quad k_t = \frac{12 \times 10^6 \times 7,948 \times 10^{-4}}{2,5^3} = 610 \text{ t/m};$$

$$k'_l = \frac{7\,070 \times 2\,500}{9,570} = 1\,850 \text{ t/m};$$

$$m_t = \frac{6 \times 10^6 \times 7,948 \times 10^{-4}}{2,5^2} = 763 \text{ t/rad}; \quad m_a = \frac{4 \times 10^6 \times 7,948 \times 10^{-4}}{2,5} = 1\,272 \text{ tm/rad}.$$

Constantele geometrice ale problemei sînt date în tabela 19.5.

Tabela 19.5

Nr. pilit	$\sin \varphi_i$	$\cos \varphi_i$	$\sin^2 \varphi_i$	$\cos^2 \varphi_i$	$\sin 2\varphi_i$	x_i	x_i^2	$x_i \cos \varphi_i$	$x_i \sin^2 \varphi_i$	$x_i \sin 2\varphi_i$	$x_i \cos^2 \varphi_i$	$x_i^2 \sin^2 \varphi_i$
1	+0,951	-0,309	+0,904	+0,095	-0,588	0,90	0,81	-0,278	+ 0,81	-0,529	0,086	+ 0,732
2	+0,951	-0,309	+0,904	+0,095	-0,588	1,70	2,89	-0,523	+ 1,54	-1,000	0,162	+ 2,613
3	+0,951	-0,309	+0,904	+0,095	-0,588	2,50	6,25	-0,773	+ 2,26	-1,470	0,238	+ 5,650
4	+0,951	-0,309	+0,904	+0,095	-0,588	3,30	10,89	+1,020	+ 2,98	+1,940	0,314	+9,845
5	+1,000	+0,000	+1,000	0,000	0,000	4,10	16,81	0,000	+ 4,10	0,000	0,000	+16,810
$\sum_{i=1}^5$	+4,804	-0,618	+4,616	+0,380	-1,176	+12,50	+37,65	-0,554	+11,69	-1,059	+0,800	+35,650

Cu aceste valori se determină coeficienții necunoscutelor Δx , Δy și α din ecuațiile de echilibru ale radierului (19.15):

$$X_x = -5 \times 610 - 1\,240 \times 0,380 = -3\,521;$$

$$Y_x = \frac{1}{2} \times 1\,240 \times 1,176 = 729;$$

$$M_x = +\frac{1}{2} \times 1\,240 \times 1,059 + 763 \times 4,804 = 4\,322.$$

$$Y_y = -5 \times 610 - 1\,240 \times 4,616 = -8\,784;$$

$$M_y = -610 \times 12,50 - 1\,240 \times 11,69 + 763 \times 0,618 = -21\,289;$$

$$M_\alpha = -610 \times 37,65 - 1\,240 \times 35,65 + 763 \times 0,554 - 5 \times 1\,272 = -73\,097.$$

Cu aceste valori se formează sistemul de ecuații de echilibru (19.14):

$$-3\,521 \Delta x + 729 \Delta y + 4\,322 \alpha - 18\,000 = 0;$$

$$+729 \Delta x - 8\,784 \Delta y - 21\,289 \alpha + 50\,000 = 0;$$

$$+4\,322 \Delta x - 21\,289 \Delta y - 73\,097 \alpha + 102\,000 = 0.$$

Acest sistem de ecuații admite ca soluție:

$$\Delta x = -5,109; \Delta y = 8,901; \alpha = -1,499.$$

Efortul axial P_i care acționează piloții se determină cu formula (19.16, a)

$$P_1 = 1\,850(+5,109 \times 0,309 + 8,901 \times 0,951 - 1,499 \times 0,90 \times 0,951) = 16,208 \text{ t};$$

$$P_2 = 1\,850(5,109 \times 0,309 + 8,901 \times 0,951 - 1,498 \times 1,70 \times 0,951) = 14,097 \text{ t};$$

$$P_3 = 1\,850(5,109 \times 0,309 + 8,901 \times 0,951 - 1,499 \times 2,50 \times 0,951) = 11,986 \text{ t};$$

$$P_4 = 1,850(-5,109 \times 0,309 \times 8,901 \times 0,951 - 1,499 \times 3,30 \times 0,951) = 4,033 \text{ t};$$

$$P_5 = 1\,850(8,901 - 1,499 \times 410) = 5,097 \text{ t}.$$

Forțele normale T_i se calculează cu formula (19.16, b):

$$T_1 = 610(-5,109 \times 0,951 + 8,901 \times 0,309 - 1,499 \times 0,90 \times 0,309) = -1,541 \text{ t};$$

$$T_2 = 610(-5,109 \times 0,951 + 8,901 \times 0,309 - 1,499 \times 1,70 \times 0,309) = -1,767 \text{ t};$$

$$T_3 = 610(-5,109 \times 0,951 + 8,901 \times 0,309 - 1,499 \times 2,50 \times 0,309) = -1,993 \text{ t};$$

$$T_4 = 610(-5,109 \times 0,951 - 8,901 \times 0,309 + 1,499 \times 3,30 \times 0,309) = -3,709 \text{ t};$$

$$T_5 = -610 \times 5,109 = -3,116 \text{ t}.$$

Pentru verificare se va folosi ecuația de echilibru după axa $y-y$:

$$\Sigma P_i \sin \varphi_i + \Sigma T_i \cos \varphi_i = 50 \text{ t};$$

$$(16,208 + 14,097 + 11,986 + 4,033) 0,951 + 5,097 + (1,541 + 1,767 + 1,993 - 3,709) 0,309 = 44,054 + 5,097 + 0,492 = 49,643 \text{ t} \approx 50 \text{ t}.$$

N o t ă. Aceeași problemă fiind rezolvată pe mai multe căi, în tabela 19.6 sînt date comparativ, rezultatele obținute.

T a b e l a 19.6

Metoda folosită	P_1 t	P_2 t	P_3 t	P_4 t	P_5 t
Metoda poligonului de forțe	14,1	14,1	14,1	-10,5	12,4
Metoda analitică cu piloți articulați	13,356	16,628	19,899	-8,829	10,980
Metoda Nökkentved	14,259	17,141	20,025	-8,722	9,975
Metoda analitică cu piloți încastrați	16,208	14,097	11,986	4,033	5,097

Din datele cuprinse în această tabelă se constată:

— metoda poligonului de forțe, deși este o metodă mai puțin exactă, poate da indicații de ordin calitativ asupra modului de încărcare a piloților, obținut prin utilizarea metodelor uzuale de calcul în ipoteza piloților articulați în radier. Ea este utilă prin rapiditatea cu care se obțin eforturile în piloți.

— Metoda analitică cu piloți articulați și Nökkentved sînt echivalente, elaborate în ipoteza că piloții sînt articulați în radier; de aceea, rezultatele sînt foarte apropiate. Diferența constă în faptul că rezultatele obținute cu metoda analitică permit evaluarea deformațiilor

întregului radier în sens orizontal și vertical, putîndu-se astfel aprecia dacă alegerea așezării și înclinării este compatibilă cu deformațiile admisibile ale întregului radier;

— metoda analitică în care se ține seama în calcul de încastrarea piloților în radier și de deformațiile lor transversale este o metodă mai exactă, în măsura în care ipotezele făcute la alegerea constantelor elastice sînt justificate prin încercări.

După cum rezultă din calculele făcute, luarea în considerare a deformațiilor transversale, din care se obțin eforturi transversale și momente în capetele piloților, modifică în mod esențial distribuția eforturilor în piloți.

Avînd în vedere că prin introducerea justă a valorilor constantelor elastice, modul de lucru al piloților considerat în calcul se apropie mai mult de realitate, rezultă că metodele de calcul care țin seama de deformațiile transversale, deși sînt mai laborioase, se justifică prin exactitatea mai mare obținută.

20

FUNDAȚII ÎNCASTRATE ÎN PĂMÎNT

Fundațiile de adîncime, ca de exemplu fundațiile pe piloți, coloane, puțuri și chesoane, au o capacitate portantă mărită față de fundațiile de mică adîncime prin faptul că antrenează un masiv de pămînt mult mai mare pentru a rezista solicitărilor impuse de forțele exterioare. Formarea de suprafețe de alunecare sub talpa fundației este împiedicată de greutatea straturilor superioare și de frecarea acestor straturi atît de-a lungul pereților verticali ai fundației cît și de-a lungul straturilor de pămînt adiacente. De aceea, formulele de calcul pentru capacitatea portantă arătate în cap. 9. se modifică, ținînd seama de aceste condiții deosebite.

Problema are următoarele aspecte distincte:

— calculul capacității portante a fundațiilor de adîncime la încărcări verticale;

— calculul fundațiilor de adîncime ținînd seama de încastrarea în teren;

— calculul fundațiilor la smulgere.

1) În ultimii ani folosirea elementelor de fundație de lungime mare, conștînd din piloți sau coloane de diametru mare, alcătuite din elemente prefabricate în formă de tuburi, introduse în teren prin înfigere sau vibrare, s-a impus din ce în ce mai mult ca o soluție economică de fundare și de aceea stabilirea unor metode noi de calcul, verificate prin experiență, s-a dovedit necesară. [16] [22].

Pentru construcții fundate la o adîncime h , și avînd lățimea egală cu b , presiunea admisibilă pe talpa fundației exprimînd influența adîncirii și lățirii fundației fără a lua însă în considerare frecarea pe pereți laterali, rezultă din

$$R = 1,2[R' \{1 + k_1(b - 2)\} + k_2\gamma(h - 3)], \quad [\text{kg/cm}^2] \quad (20.1)$$

în care R este kgf/cm^2 , iar b și h în metri. R' are semnificația unei presiuni admisibile pentru o fundație de 2 m lățime fundată la o adîncime egală cu 3 m

pentru un pământ avînd caracteristicile fizice corespunzătoare celei care se găsește la adîncimea h . Presiunile date în funcție de caracteristicile fizice ale pămînturilor respective sînt indicate în manualele de specialitate conform normelor valabile în diferitele țări. Valoarea lui γ din relația (20.1), în t/m^3 , rezultă din greutatea volumetrică medie a stratelor situate deasupra tălpii de fundație:

$$\gamma = \frac{\sum \gamma_i h_i}{\sum h_i} \quad (20.2)$$

Lățimi mai mari decît 6 m se introduc cu valoarea maximă de 6 m.
Coeficienții k_1 și k_2 rezultă din tabela 20.1

T a b e l a 20.1

Coeficienții k_1 și k_2

Denumirea pămîntului	k_1 m^{-1}	k_2 m^{-1}
Pietriș, pietriș cu nisip, nisip mare și mijlociu	0,10	0,30
Nisip fin	0,08	0,25
Nisip prăfos, nisip argilos	0,06	0,20
Argilă prăfoasă și argilă în stare tare și plastic-vîrtoasă	0,04	0,20
Idem, în stare plastic consistentă și plastic moale	0,02	0,15

În cazul acțiunii unor încărcări excentrice, presiunea R poate fi mărită cu 20% atunci cînd se calculează presiunile conform celor arătate în cap. 17 dar numai pentru grupurile de încărcări suplimentare (încărcări permanente, încărcări utile și cele accidentale).

Pentru fundații din piloți de diametru mare, sau coloane introduse prin infigere și la care partea inferioară pătrunde într-un strat de nisip pe o adîncime egală cu diametrul sau cel puțin 3 m, rezistența de calcul la vîrf se determină pentru elemente cilindrice de diametru d prin relația:

$$R = \gamma d A m_1 + \alpha \gamma_1 h B m_1 \quad (20.3)$$

în care: γ este greutatea volumetrică de calcul a pămîntului sub talpa fundației;

γ_1 — greutatea volumetrică medie de calcul a stratelor superioare.

În cazul că nu există suficiente încercări pentru determinarea valorii celei mai probabile a greutății volumetrice reale de calcul după regulile matematicii statistice, se înmulțesc valorile normate indicate pentru pămînturile respective, cu un coeficient de neomogenitate egal cu 0,80—0,85.

Coeficienții A , B , α , m_1 se iau din tabelele 20. 2, 20.3 și 20.4.

T a b e l a 20.2

Valorile (adimensionale) a coeficienților A și B

Φ°	24°	26°	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
A	8	10	12	19	25	35	50	70	108
B	17	20	28	35	48	63	88	125	190

T a b e l a 20.3

Valorile coeficientului α

$\Phi^\circ \backslash h/d^*)$	5	10	15	20	25
26°	0,75	0,63	0,55	0,49	0,44
30°	0,77	0,67	0,60	0,56	0,52
34°	0,80	0,72	0,68	0,65	0,62
37°	0,82	0,76	0,72	0,71	0,69
40°	0,84	0,79	0,75	0,74	0,73

*) h/d — raportul dintre lungimea elementului și latura secțiunii.

T a b e l a 20.4

Valoarea coeficientului m_1

$\Phi = 30^\circ$		$\Phi = 36^\circ$	
$m_1 = 0,25$ $m_1 = 0,18$	$d = 0,80 \text{ m}$ $d = 4$	$m_1 = 0,20$ $m_1 = 0,15$	$d = 0,80$ $d = 4 \text{ m}$

Pentru elementele introduse în pământ prin batere sau vibrație (piloți de diferite diametre, coloane), pentru piloți turnați pe loc după diferitele sisteme ca și pentru chesoane coborâte prin săpare, fie deschise, fie cu aer comprimat, la care prin modul de execuție este asigurată preluarea eforturilor de frecare de-a lungul pereților, capacitatea portantă se determină în modul următor.

Capacitatea portantă a pământului sub partea inferioară este proporțională cu suprafața de contact între element și teren, aceasta înmulțindu-se cu o rezistență care se determină după natura terenului și după adâncimea sub

cota de nivel al acestuia. În cazul executării unor piloți cu bulb (picior lărgit) suprafața bulbului se înmulțește cu un coeficient de reducere β în funcție de raportul celor două diametre (diametrul bulbului față de diametrul pilotului).

La aceasta se adaugă partea care se atribuie preluării eforturilor de forțele de frecare de-a lungul suprafeței laterale a elementului. Capacitatea portantă de calcul se obține înmulțind expresiile astfel stabilite cu un coeficient de reducere care exprimă neomogenitatea terenului și condițiile de lucru.

Însemnând cu P capacitatea portantă de calcul a unui astfel de element se obține:

$$P = 0,7 m[A R^* \beta + U \sum \alpha_i f_i l_i] \quad (20.4)$$

în care: A este suprafața secțiunii elementului (respectiv suprafața bulbului);

R^* — rezistența la vîrf în funcție de teren și adîncime, după tabela 20.5;

f_i — rezistența de frecare maximă între element și pămînt în funcție de natura stratului i și de adîncimea sa, dată în tabela 20.6.

α_i — un coeficient subunitar care se ia pentru chesoane coborîte prin săpare egal cu 0,7 iar pentru piloți și coloane egal cu valorile din tabela 20.7;

β — un coeficient de reducere în funcție de raportul între diametrul bulbului și diametrul pilotului, conform tabelii 20.8;

U — perimetrul pilotului sau coloanei;

h_i — grosimea stratului i străbătut de pilot.

m — un coeficient de lucru care se ia în funcție de numărul piloților între 0,80 și 1.

Tabela 20.5

Rezistența la vîrf R^* , în t/m^2

Nisipuri de îndesare medie*)		Nisip cu pietriș	Nisipuri grosiere	—	Nisipuri mijlocii	Nisipuri fine	Nisipuri prăfoase
Argile prăfoase și argile avînd I_c :		1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
Adîncimea de pătrundere, în m	4	820	530	380	280	180	120
	5	880	560	400	300	190	130
	7	950	600	430	320	210	140
	10	1 050	680	490	350	240	150
	15	1 170	750	560	400	280	160
	20	1 260	820	620	450	310	170
	25	1 340	880	680	500	340	180
	30	1 420	940	740	550	370	190
	35	1 500	1 000	800	600	400	200

*) Pentru pămînturile nisipoase îndesate valorile R^* se măresc cu 30%.

T a b e l a 20.6

Valorile rezistenței la frecare f_i , în t/m^2

Adâncimea medie a stratului, în m	Pământuri nisipoase *)			Pământuri argiloase cu un indice de consistență I_c :						Pentru piloți înșurubați și piloți forțați indiferent de teren
	grosiere medii	fine	prăfoase	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	< 0,4	
1	3,5	2,3	1,5	3,5	2,3	1,5	1,2	0,5	0,2	0,8
2	4,2	3,0	2,0	4,2	3,0	2,0	1,7	0,7	0,3	1,1
3	4,8	3,5	2,5	4,8	3,5	2,5	2,0	0,8	0,4	1,3
4	5,3	3,8	2,7	5,3	3,8	2,7	2,2	0,9	0,5	1,4
5	5,6	4,0	2,9	5,6	4,0	2,9	2,4	1,0	0,6	1,5
7	6,0	4,3	3,2	6,0	4,3	3,2	2,5	1,1	0,7	1,6
10	6,5	4,6	3,4	6,5	4,6	3,4	2,6	1,2	0,8	1,7
15	7,2	5,1	3,8	7,2	5,1	3,8	2,8	1,4	1,0	1,8
20	7,9	5,6	4,1	7,9	5,6	4,1	3,0	1,6	1,2	2,0
25	8,6	6,1	4,4	8,6	6,1	4,4	3,2	1,8	—	2,2
30	9,3	6,6	4,7	9,3	6,6	4,7	3,4	2,0	—	2,4
35	10,0	7,0	5,0	10,0	7,1	5,0	3,6	2,2	—	2,6

*) Pentru piloți bătute, fără folosirea spălării.

T a b e l a 20.7

Valorile coeficientului α

Tipul fundației	Prin batere	Introducerea prin vibrație în pământuri			
		nisipoase	nisipuri argiloase	argile prăfoase	argile
piloți	1,0	1,1	0,9	0,7	0,6
piloți-coloane	0,9	1,0	0,9	0,7	0,6
chesoane-coloane	—	0,9	0,7	0,6	0,5

T a b e l a 20.8

Coeficientul de reducere β pentru piloți cu bulb

Raportul între diametrul bulbului și cel al pilotului	Denumirea pământului la vârful pilotului			
	nisipuri	nisipuri argiloase	argile prăfoase cu $I_c \geq 0,5$	argile cu $I_c \geq 0,5$
1,0	1,00	1,00	1,00	1,00
1,5	0,95	0,85	0,75	0,70
2,0	0,90	0,80	0,65	0,50
2,5	0,85	0,75	0,50	0,40
3,0	0,80	0,60	0,40	0,30

Atunci cînd frecarea constituie elementul principal care determină capacitatea portantă ca în cazul solicitării la smulgere, formula (20.4) devine:

$$P = 0,4 U \sum \alpha_i f_i l_i. \quad (20.4, a)$$

Termenul din expresia (20.4) care indică partea de capacitate portantă datorită frecării, se scade din încărcarea totală care revine unui element, atunci cînd se verifică capacitatea portantă a pămîntului care se găsește sub partea inferioară a elementului respectiv.

Pentru piloți pînă la diametrul 0,80 m, P rezultă din relația (20.4) în care R'' se ia după tabela 20.5 înmulțit dacă este cazul cu β din tabela 20.8. Pentru celelalte fundații de adîncime, dacă sînt îndeplinite condițiile arătate înainte pentru a calcula pe R din expresia (20.3) (vîrfurile sînt în strat de nisip), rezistențele $R'' = 1,4 R$, unde R rezultă din (20.3). În celelalte cazuri $R'' = 1,4 R$ în care R rezultă din relația (20.1)

Pentru toate sistemele de fundare de adîncime la care prin modul de execuție este asigurată transmiterea certă a forțelor de frecare de-a lungul suprafețelor laterale, se adaugă al doilea termen din expresia (20.4) luînd valoarea lui $m = 1$.

Dacă chesoanele sau coloanele de diametru mare sînt așezate pe stîncă și încastrate în partea nealterată a stîncii pe o adîncime h_1 (dar nu mai puțin decît 0,5 m), capacitatea portantă se determină cu formula

$$P = 0,50 R_c (0,1 U h_1 + 1,5 A) \quad (20.5)$$

unde U este perimetrul, A este suprafața în plan a elementului, iar R_c este egal cu rezistența la compresiune a epruvetelor cubice din stîncă încercată în laborator în stare saturată.

Probleme speciale se pun atunci cînd elementele înfipte în pămînt sînt solicitate de încărcări orizontale. Acest caz apare atunci cînd tehnologia de execuție nu permite realizarea unor piloți înclinați, astfel că solicitarea tuturor elementelor din grup să fie axială (după cum s-a arătat în cap. 19). Dacă prin ΣH se înseamnă rezultanta tuturor solicitărilor orizontale, care se transmite unui număr de n elemente încastrate în pămînt, verificarea capacității lor portante la această solicitare se face prin relația:

$$\Sigma H < 0,9 n P_b \quad (20.6)$$

în care P_b se stabilește pe baza încercării pe teren a unor piloți sau coloane, determinînd încărcarea orizontală P_b care, aplicată la capătul acestui element, produce o deplasare în direcția orizontală egală cu aproximativ 1 cm. Dacă în condițiile de exploatare se produc alte deplasări, acest lucru trebuie specificat în proiect. Atunci cînd nu există date experimentale se adoptă valorile P_b din tabela 20.9.

T a b e l a 20.9

Rezistențele P_h corespunzătoare unei deplasări orizontale de 1 cm

Denumirea pământului în care este încastrat elementul pe o adâncime $l_0 = kd$ *)	Lungimea de calcul a încastrării $l_0 = kd$		Rezistența de calcul P_h , în t					
	piloți de lemn	piloți de beton armat	piloți de lemn avînd diametrul cm			piloți de beton armat avînd diametrul cm		
			28	30	32	30×30	35×35	40
Nisipuri de îndesare mijlocie; argile nisipoase și argile plastic-vîrtoase și consistente	4,5 d	6 d	2,6	2,8	2,8	6,00	7,00	8,00
Nisipuri prăfoase afîinate și nisipuri argiloase plastice, argile plastic-moi	5 d	7 d	1,4	1,5	1,6	2,5	3,00	3,5
Mîluri, argile și argile prăfoase plastic-curgătoare	6 d	8 d	0,5	0,5	0,6	1,00	1,5	2,00

*) Prin d se înțelege diametrul sau latura pătratului; la secțiuni dreptunghiulare d egal cu latura cea mai mare.

Cunoscînd valoarea l_0 din tabelă se calculează momentul maxim de încovoiere la care trebuie verificată secțiunea elementului solicitat.

Dacă piloții trec printr-un strat neconsistent, încastrîndu-se în stratul care se află dedesubt, așa cum se arată în exemplul 20.1, piloții din rîndul marginal sînt supuși unor solicitări suplimentare. Sub acțiunea greutății stratului superior, alcătuit din umplutură care se execută în spatele zidului de reținere (cazul cheiurilor, a culeelor de poduri etc.), se produc deformații plastice în stratul aflat dedesubt, care însă sînt împiedicate de a se dezvolta din cauza elementelor rigide. În acest fel se nasc în aceste elemente în afară de solicitările axiale suplimentare (frecare negativă) și solicitările datorită unor momente de încovoiere. Aceste momente se calculează pentru o grindă simplu rezemată, pe baza unei scheme de încărcare triunghiulară așa cum se arată în fig. 20.1. Ordonata maximă a diagramei de încărcare avînd o formă triunghiulară, cu baza egală cu grosimea stratului neconsistent, se găsește la mijlocul acestuia și este egală cu

$$P_{max} = 0,4 \times 2 \times b \gamma H' \quad (20.7)$$

în care: $\gamma H'$ este greutatea umpluturii pe unitatea de suprafață orizontală;
 b — latura secțiunii orizontale a elementului rigid.

La ziduri de cheiuri, apare necesar a asigura vaselor care acostează o anumită adâncime de apă prescrisă. În acest scop se prevede în fața zidului un perete de palplanșe de beton armat care limitează masivul de umplutură din spatele zidului pînă la linia de dragare spre apă (fig. 20.2. și 20.7).

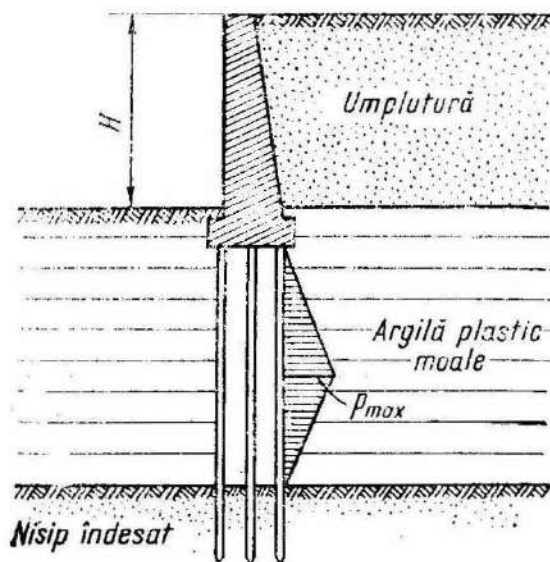


Fig. 20.1

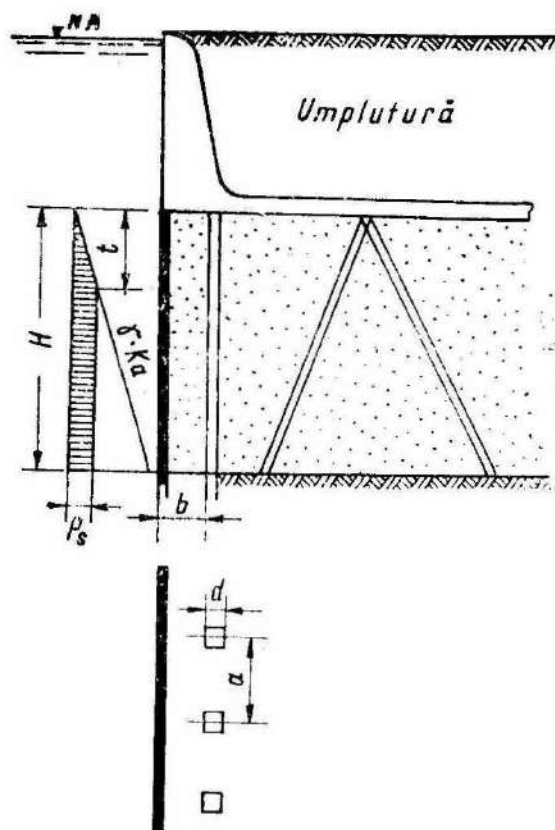


Fig. 20.2

În acest caz, peretele de palplanșe este încastrat în stratul de pământ sub linia de dragare (sau simplu rezemat în cazul unei adâncimi insuficiente) și sprijinit în talpa zidului de susținere. La calculul solicitărilor acestui perete se poate lua în considerare o reducere a presiunii laterale a pământului care se exercită asupra palplanșelor ținând seama de efectul de ecran pe care îl are rîndul de piloți bătuți în spatele peretelui de palplanșe pentru susținerea încărcărilor transmise de zidul cheiului. Diagrama de presiune în acest caz este arătată în fig. 20.2. Efectul de ecran al rîndului de piloți depinde de raportul d/a , între latura (sau diametrul) secțiunii lor și distanța a dintre axele piloților. Presiunea laterală E_a , ținînd seama de efectul de siloz, se reduce la E'_{as} și este egală cu

$$E'_{as} = p_s \left(H - \frac{t}{2} \right) \quad (20.8)$$

în care:

$$p_s = \frac{\gamma b}{2 \operatorname{tg} \delta} \quad (20.9)$$

$$t = \frac{b}{2 K_a \operatorname{tg} \delta} \quad (20.10)$$

unde: b este distanța de la axa primului rând de piloți pînă la palplanșe;
 t — adîncimea de la care diagrama de presiune rămîne constantă;
 δ — unghiul de frecare între pămînt și beton.

Dacă raportul $d/a < 0,5$ atunci efectul de ecran se micșorează

$$E'_a = E_a - 2 \frac{d}{a} (E_a - E'_{as}) \quad (20.11)$$

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a. \quad (20.12)$$

K_a poate fi luat egal cu

$$K_a = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right).$$

Diferența între E'_a și E_a , respectiv E'_{as} , este preluată de rezistența de încovoire a piloților aflați în rîndul întii din spatele peretelui de palplanșe. Presiunea pămîntului exercitată de greutatea întregii umpluturi din spatele cheiului este transmisă piloților, solicitîndu-i la încovoire pînă la locul lor de încastrare în pămînt. În cazul unei adîncimi mai mari de apă, acest fel de solicitare ar cere piloți de dimensiuni prea mari; în acest caz, piloții și peretele de palplanșe sînt considerați sprijiniți în zidul de reținere și încastrați sau sprijiniți în locul de încastrare în pămînt. Reacțiunea orizontală din reazemul superior al piloților și palplanșei inclusiv presiunea dată de umplutura pe zid este preluată fie de o placă de ancoraj cu înălțime h_1 care se sprijină în pămîntul din spatele zidului (v. fig. 20.6), fie de un șir de piloți orînduiți în forma unei capre așa după cum se arată în fig. 20.2.

Atunci cînd placa continuă de ancoraj este situată astfel încît suprafața de alunecare a masivului aflat în stare pasivă sub solicitarea acestei plăci nu se întretaie cu suprafața de alunecarea a prismului care se formează datorită presiunii active a pămîntului asupra zidului de chei, preluarea solicitării transmise în bara de ancorare se efectuează prin rezistența pasivă a pămîntului

$$R_a \leq \frac{1}{2} \gamma h_1^2 (K_p - K_a). \quad (20.13)$$

În cazul cînd această întretăiere are loc pe o înălțime h_2 , rezistența pasivă este dată de formula

$$R_a \leq \frac{1}{2} \gamma h_1^2 (K_p - K_a) - \frac{1}{2} \gamma h_2^2 (K_p - K_a). \quad (20.13, a)$$

Solicitarea la întindere în bara de ancorare este egală cu

$$R'_a = R_a e \quad (20.14)$$

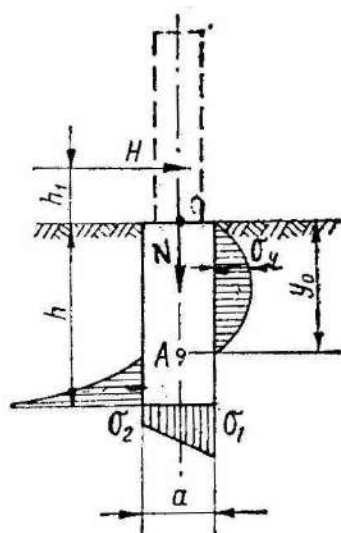


Fig. 20.3

e fiind distanța între ancoraje. Când preluarea solicitării din bara de ancorare se face printr-o placă izolată pătrată cu înălțimea h_1 și latura b , rezistența plăcii devine:

$$R'_a \leq \gamma h_1^2 (K_p - K_a) b \beta \quad (20.14, a)$$

unde:

$$\beta = 1 + \frac{1}{24} \left[\frac{8h_1^3 - (2h_1 + b - e_2)^3}{bh_1^2} \right].$$

În cazul când preluarea reacțiunii orizontale se face de capra de piloți, trebuie luată în considerare presiunea care se exercită pe piloții tensionați aflați în spatele șirului de piloți, așa cum se arată în exemplul 20.2.

2) Atunci când se iau în considerare și presiunile reactive laterale ale pământului, elementele rigide încastrate în pământ solicitate de încărcări orizontale și verticale se calculează pe baza următoarelor ipoteze (fig. 20.3): fie H rezultanta tuturor încărcărilor orizontale situată la distanța h_1 de la suprafața terenului, h adâncimea de fundare a elementului în pământ și N rezultanta tuturor încărcărilor verticale centrice. La nivelul tălpii inferioare a elementului încastat avînd drept secțiune orizontală un dreptunghi cu laturile a și b (dimensiunea a fiind paralelă cu planul vertical în care acționează solicitarea H), suprafața $S = ab$ și modulul de rezistență $W = \frac{ba^3}{6}$, acționează solicitările N , H și $M = H(h + h_1)$. Sub acțiunea acestor solicitări se produce o rotire a elementului încastat, în jurul unei axe orizontale care trece printr-un punct A situat pe axa verticală la distanța y_0 de la suprafața terenului. În urma rotirii în jurul acestei axe cu unghiul ω și considerînd întregul element ca absolut rigid, se produc deplasări elastice orizontale Δy ale fețelor laterale aflate în contact cu pământul, egale cu

$$\Delta y = (y_0 - y) \operatorname{tg} \omega. \quad (20.15)$$

Pământul fiind considerat ca un mediu liniar deformabil, se admite că presiunile orizontale care apar sînt proporționale cu deplasările orizontale. Coeficientul de tasare pentru deplasări orizontale, care exprimă relația liniară dintre efort și deplasare, crește proporțional cu adâncimea y astfel că există relația:

$$\sigma_y = m y \Delta y = m y (y_0 - y) \operatorname{tg} \omega \quad (20.16)$$

în care m are dimensiunea t/m^4 și depinde de natura terenului; el se determină experimental sau în lipsa unor date experimentale se ia din tabela 20.10. Datorită rigidității întregii fundații, sub acțiunea aceluiași moment se

T a b e l a 20.10

Valorile coeficientului m , în t/m^4

Denumirea pământurilor	Valoarea lui m t/m^4
Argile și argile prăfoase plastic curgătoare	100—200
Argile, argile prăfoase, nisipuri argiloase plastic moi, nisipuri prăfoase și nisipuri afânate	200—400
Argile, argile prăfoase, argile nisipoase în stare plastic consistentă, nisipuri, nisipuri fine și mijlocii	400—600
Argile, argile prăfoase, argile nisipoase în stare tare sau plastic vîrtoasă, nisipuri groșiere	600—1 000
Nisipuri cu pietriș, bolovănișuri	1 000—2 000

N o t ă. În cazul nisipurilor prăfoase îndesate valorile se majorează cu 30%.

produce și o rotire a tălpii inferioare cu unghiul ω , ceea ce produce deplasări verticale ale marginilor tălpii egale cu $\delta_1 = a/2 \operatorname{tg} \omega$;

$$\sigma_{max} = C \frac{a}{2} \operatorname{tg} \omega \quad (20.16, a)$$

C fiind coeficientul de tasare proporțională pe direcția verticală. Pentru determinarea necunoscutelor y_0 și $\operatorname{tg} \omega$ se folosesc ecuațiile de echilibru ($\Sigma H = 0$; $\Sigma M = 0$).

Eforturile orizontale produse de presiunea pământului σ_y echilibrează în totalitatea lor solicitarea H . Ele acționează pe o lățime $b_c > b$, avînd în vedere că prin presarea peretelui vertical către pământul înconjurător, este antrenat un masiv de pământ de dimensiuni mai mari. În acest caz, se poate admite relația $b_c = b + 1$ m (b și b_c fiind exprimați în metri).

Ecuația de proiecție pe direcția orizontală este:

$$H = \int_0^h b_c \sigma_y dy = b_c m \operatorname{tg} \omega \int_0^h y(y_0 - y) dy$$

$$H = b_c m \frac{h^2}{6} \operatorname{tg} \omega (3y_0 - 2h). \quad (20.17)$$

Ecuația de momente în jurul punctului O dă

$$H h_1 = - \int_0^h b_c \sigma_y y dy + \frac{b a^2}{6} \sigma_{max}; \quad W = \frac{b a^2}{6}$$

$$H h_1 = - b_c m \operatorname{tg} \omega \int_0^h (y_0 - y) y^2 dy + W \frac{a}{2} C \operatorname{tg} \omega$$

$$H h_1 = m \operatorname{tg} \omega b_c \frac{h^3}{12} (3h - 4y_0) + \frac{C W}{2} a \operatorname{tg} \omega. \quad (20.18)$$

T a b e l a 20.11

Valorile coeficientului C

$R, \text{ t/m}^2$	$C, \text{ t/m}^3$
100	30 000
2 500	1 500 000

De aici rezultă punînd $\frac{mh}{C} = \beta$

$$y_0 = \frac{\beta b_c h^2 (3h + 4h_1) + 6 aW}{2\beta b_c h(2h + 3h_1)} \quad (20.19, a)$$

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{12 \beta H(2h + 3h_1)}{mh(\beta b_c h^3 + 18 aW)} = \frac{6H}{mhA}. \quad (20.19, b)$$

Coeficientul de tasare C pe direcția verticală (avînd dimensiunea kg/cm^3) se ia egal cu $m \cdot h$ dar cel puțin 10 m dacă terenul este omogen în direcția orizontală și verticală. Dacă elementul încastrat este așezat pe un teren tare (stîncos sau semistîncos), avînd rezistența $R = 0,5 R''$ (R'' este rezistența de zdrobire a epruvetei cubice), coeficientul C rezultă din tabela 20.11.

Pentru valori R intermediare, C se obține prin interpolare. Introducînd valorile din (20.19) în relațiile (20.16) și (20.16, a) rezultă distribuția eforturilor de-a lungul peretelui vertical de lățime b

$$\sigma_y = \frac{6H}{Ah} y(y_0 - y) \quad (20.20)$$

$$\sigma_{y \max} = \frac{1,5 H}{Ah} y_0^2 \quad (20.20, a)$$

unde :

$$A = \frac{\beta b_c h^3 + 18 aW}{2 \beta (2h + 3h_1)}.$$

Ținînd seama că rezultanta solicitărilor verticale N trebuie redusă cu frecarea T de-a lungul pereților verticali potrivit relației (20.4) și luînd valorile corespunzătoare ale lui f_i și α_i din tabelele 20.6 și 20.7 rezultă :

$$N' = N - T = N - 0,7 U \sum \alpha_i f_i l_i. \quad (20.20, b)$$

Presiunile σ_1 și σ_2 pe talpa inferioară a elementului rigid sînt egale cu

$$\sigma_{1,2} = \frac{N'}{ab} \pm \frac{3 aH}{A\beta} \quad (20.21)$$

A avînd expresia arătată înainte.

Momentele de încovoiere prin care sînt solicitate secțiunile orizontale ale elementului rigid în urma acțiunii încărcărilor exterioare și presiunilor σ_y rezultă :

$$M_y = H \left\{ h_1 + y \left[1 - \frac{b_c y^2}{2Ah} (2y_0 - y) \right] \right\}. \quad (20.22)$$

În cazul cînd acționează numai o încărcare verticală N avînd excentricitatea e , expresiile devin:

$$y_0 = \frac{2}{3} h \quad (20.23)$$

$$\sigma_y = \frac{2 \beta N e}{B h} y \left(\frac{2}{3} h - y \right) \quad (20.24)$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{N'}{ab} \pm \frac{a N e}{B} \quad (20.25)$$

unde:

$$B = \frac{1}{18} \beta b_c h^3 + a W \text{ și } \operatorname{tg} \omega = \frac{2 \beta N e}{m h B}.$$

Expresiile (20.15) — (20.25) rămîn valabile și pentru secțiuni cu alte forme decît dreptunghiulară, luînd în acest caz pentru a, b și W , suprafața și modulul de rezistență al secțiunii respective. Ca lățime b se ia proiecția secțiunii pe planul vertical perpendicular pe direcția rezultantei H , iar drept lățimi de calcul: $b_c = k(b + 1)$, în care k variază după forma secțiunii de la 0,90 pentru cerc la 1 pentru un dreptunghi.

Eforturile σ_y și σ_1, σ_2 pe talpa fundației trebuie să îndeplinească condițiile: $\sigma_1 \leq 1,2 R$, în care R este determinat după expresiile (20.1) — (20.3); — pentru

$$y = \frac{h}{3}, \sigma_y \leq \eta_1 \eta_2 \frac{4}{\cos \Phi} \left(\frac{\gamma h}{3} \operatorname{tg} \Phi + c \right); \quad (20.26, a)$$

— pentru

$$y = h, \sigma_y \leq \eta_1 \eta_2 \frac{4}{\cos \Phi} (\gamma h \operatorname{tg} \Phi + c) \quad (20.26, b)$$

în care: Φ este valoarea de calcul al unghiului de frecare internă (valoarea normată, redusă cu 10%, dar nu cu mai mult de 2°);

γ sau γ' — greutatea volumetrică a pămîntului prin care trece elementul încastrat;

c — valoarea de calcul a coeziunii rezultînd din înmulțirea valorii normate a coeziunii cu coeficientul de neomogenitate 0,5;

η_1 — un coeficient care se ia egal cu 1 pentru structuri cu sisteme static determinate și 0,7 pentru cele sensibile la deformații prin rotirea suportului;

$$\eta_2 = 0,2 + 0,8 \left(1 - \frac{M_p}{M} \right) \quad (20.27)$$

și exprimă influența raportului între solicitările din încărcări permanente M_p și cele date de solicitările totale M (încărcări permanente, suplimentare și accidentale).

În cazul în care σ_y întrece valorile limită indicate de expresiile (20.26, a) și (20, 26, b) adâncimea de încastrare urmează a fi mărită.

Toate expresiile deduse înainte sînt valabile numai pentru elemente absolut rigide, deoarece numai atunci este valabilă relația (20.15). Rigiditatea se consideră absolută dacă este îndeplinită relația $\alpha h \leq 2,5$ unde α reprezintă „indicele de rigiditate” și este definit prin relația

$$\alpha = \sqrt[5]{\frac{mb_c}{EI}},$$

în care EI exprimă rigiditatea la încovoiere a elementului.

Luarea în considerație a rigidității finite a elementului încastrat implică un calcul mult mai laborios, bazat pe teoria răspîndirii eforturilor și deformărilor într-un mediu semiinfinit omogen, elastic, solicitat de încărcări orizontale izolate care se aplică la o anumită adâncime sub nivelul pămîntului. Egalînd aceste deformări cu cele ale unui element flexibil solicitat de aceleași încărcări orizontale ca și pămîntul, se obține repartizarea eforturilor de-a lungul unui perete vertical înfipt în pămînt, solicitat de încărcări orizontale și de momente.

În cele ce urmează se va arăta în ce măsură se poate calcula pe baza teoriilor dezvoltate înainte, deformația orizontală a părții superioare a coloanei. Această problemă capătă importanță dacă dimensionarea unei construcții sprijinite pe astfel de elemente încastrate în pămînt este condiționată de deplasarea orizontală maximă admisă. Însemnînd cu h_1 înălțimea acestei părți a elementului încastrat care iese deasupra nivelului pămîntului, rezultă pentru deplasarea orizontală a părții superioare relația:

$$\delta = \operatorname{tg} \omega (y_0 k_1 + h_1 k_2) + \delta_0 \quad (20.28)$$

în care: $\operatorname{tg} \omega$ și y_0 se determină după (20.19, a) și (20.19, b)
 k_1 și k_2 sînt coeficienți de corecție, avînd în vedere rigiditatea finită a elementului și se obțin în funcție de indicele de rigiditate αh și de raportul $\frac{h + h_1}{h}$ din tabela 20.12; pentru

valori intermediare ale lui $\alpha \cdot h$ și $\frac{h + h_1}{h}$, valorile k_1 ,

k_2 se obțin prin interpolare;

δ_0 este deplasarea orizontală a capătului superior al elementului care se găsește deasupra nivelului pămîntului, în urma acțiunii încărcărilor aplicate, calculată după regulile mecanicii construcțiilor (de pildă deplasarea orizontală a capătului unei coloane încastrate de lungime h_2 solicitată de o încărcare orizontală și de un moment).

T a b e l a 20.12

Valorile coeficienților k_1 și k_2

$\alpha \cdot h$	Coeficient	Raportul $\frac{h_1 + h}{h}$				
		1	2	3	5	∞
1,6	k_1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
	k_2	1,0	1,1	1,1	1,1	1,1
1,8	k_1	1,0	1,1	1,1	1,1	1,1
	k_2	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3
2,0	k_1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,2
	k_2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,4
2,2	k_1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2
	k_2	1,2	1,5	1,6	1,6	1,7
2,4	k_1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,3
	k_2	1,3	1,8	1,9	1,9	2,0
2,5	k_1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,4
	k_2	1,4	1,9	2,1	2,2	2,3

3) Elementele încastrate în pământ la o adâncime h solicitate la smulgere rezistă, în cazul cînd forma lor constructivă este cilindrică sau prismatică, prin frecare laterală, forța limită de smulgere fiind dată prin expresia (20.4, a). Verificarea acestor elemente după rezistența la smulgere se face prin

$$N \leq 0,4 U \sum \alpha_i f_i l_i \quad (20.29)$$

N fiind forța de smulgere; celelalte notații sînt identice cu cele din expresiile (20.4) și (20.4, a).

Dacă fundația are forma unei plăci (fig. 20.4, a), verificarea rezistenței se face după două criterii: a) presiunea de-a lungul suprafeței superioare a plăcii de fundații să nu întreacă presiunea care se poate admite pe stratul respectiv de pământ; b) masivul de pământ situat deasupra plăcii trebuie să reziste forței de smulgere.

Fie: N — forța de smulgere care se înmulțește cu un coeficient de supraîncărcare n ;

a, b — dimensiunile plăcii inferioare dreptunghiulare;

d — diametrul plăcii în cazul unei plăci circulare;

δ — grosimea plăcii de fundație;

S_1 — suprafața secțiunii elementului încastrat în pământ;

γ_b — greutatea volumetrică a betonului.

Pentru verificarea la presiunea pe teren transmisă pe suprafața superioară a plăcii există relația

$$\sigma (ab - S_1) = nN - \gamma b [hS_1 + \delta ab]. \quad (20.30)$$

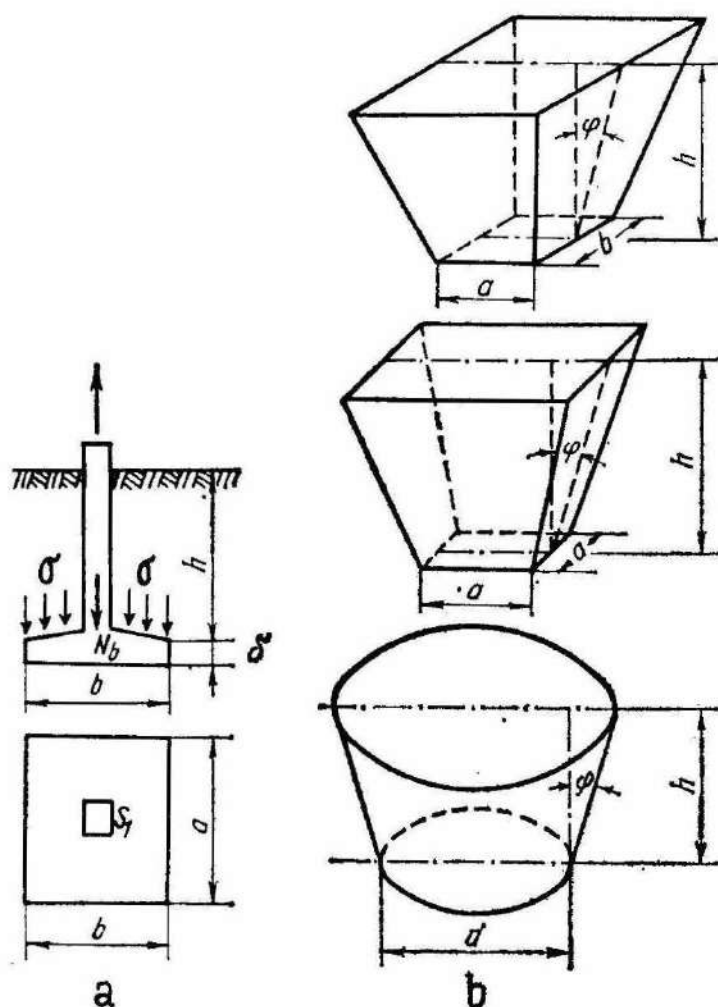


Fig. 20.4

Pentru verificarea rezistenței masivului la smulgere se presupune că la limită este antrenat un volum de pământ în forma unui obelisc, respectiv trunchi de con (fig. 20.4, b), avînd baza mică egală cu placa de fundație. Rezistența limită este egală cu greutatea acestui masiv de pământ avînd greutatea volumetrică γ .

$$N_{lim} = \gamma \cdot h \left\{ ab - S_1 + h \left((a + b) + \frac{4}{3} h \operatorname{tg} \Phi \right) \operatorname{tg} \Phi \right\} \quad (20.31)$$

Instrucțiunile sovietice din 1962 pentru calculul fundațiilor stîlpilor LEA (linii electrice aeriene) înfipti în teren la o adîncime h , supuși unei solicitări produse de o forță H (care urmează a fi înmulțită cu un coeficient de supraîncărcare n) care acționează la o distanță h_1 de la suprafața terenului (fig. 20.5), recomandă următoarele formule de verificare:

a) fundații lungi cu raportul $\frac{h}{b} > 3$ (b fiind la o fundație drept-

unghiulară lățimea bazei pe direcția perpendiculară la planul vertical în care acționează forța H , iar în cazul unei fundații circulare, diametrul)

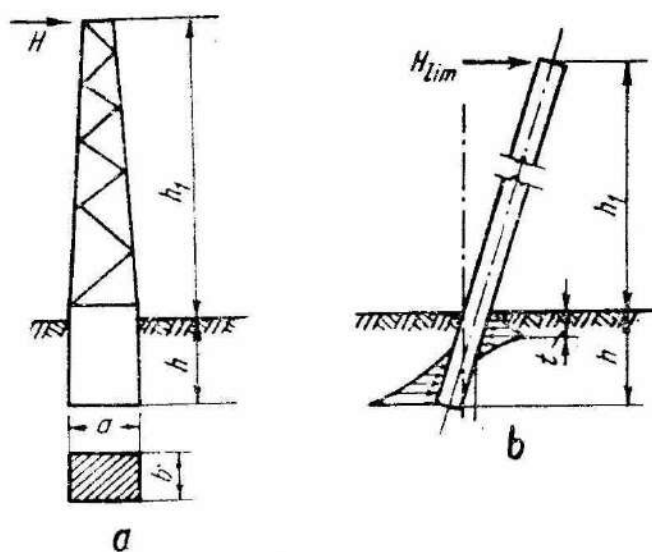


Fig. 20.5

$$H_{lim} = nH = \frac{M_t + 2b[bE \operatorname{tg} \alpha + (h + 0,5b - t)(m_1 t + m_2 - E \operatorname{tg} \alpha)]}{\frac{h_1 + h}{b}} \quad (20.32)$$

$$t = \frac{b(2E\psi_2 \operatorname{tg} \alpha - m_2\psi_1)}{2E\psi_3 \operatorname{tg} \alpha + bm_1\psi_1 + \left(2 + \frac{h_1}{b}\right)m_2} \quad (20.34)$$

în care: t este adîncimea la care se produc deformațiile plastice în pămînt (fig. 20.5, b);

$$M_t = t(h - 0,7t)(m_2 + 0,5m_1t) \quad (20.34)$$

$$m_1 = \gamma \varepsilon^2; \quad m_2 = c(\varepsilon^2 - 1) \quad (20.35)$$

unde: coeficienții ε^2 , ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 se iau din tabelele 20.13, 20.14, 20.15 și 20.16; Φ , γ , E , c , sînt caracteristicile pămîntului presupus uniform; $\operatorname{tg} \alpha$ este înclinarea față de verticală a elementului încastrat în urma acțiunii încărcării. Ca valoare maximă admisă se ia $\operatorname{tg} \alpha = 0,02$;

b) pentru fundații scurte $\frac{h}{b} \leq 3$, starea limită rezultă din condiția ca pămîntul să ajungă în condiții de echilibru limită de-a lungul suprafeței ver-

T a b e l a 20.13

Valorile lui θ , θ^2 și ϵ^2

Φ°	θ	θ^2	ϵ^2	Φ°	θ	θ^2	ϵ^2
15	0,760	0,577	2,30	30	0,577	0,333	8,75
20	0,700	0,490	3,30	31	0,565	0,320	10,10
21	0,687	0,472	3,55	32	0,555	0,308	11,50
22	0,675	0,455	3,88	33	0,543	0,295	13,20
23	0,663	0,440	4,30	34	0,531	0,282	15,50
24	0,650	0,442	4,65	35	0,521	0,271	18,40
25	0,637	0,406	5,20	36	0,510	0,260	24,00
26	0,625	0,390	5,60	37	0,498	0,248	30,50
27	0,616	0,379	6,30	38	0,488	0,238	37,50
28	0,600	0,360	6,96	39	0,478	0,228	52,00
29	0,589	0,347	7,70	40	0,467	0,218	70,85

T a b e l a 20.14

Valorile lui Ψ_1

$\bar{h}_1 = \frac{h_1}{b}$	$\bar{h} = \frac{h}{b}$						
	4	5	6	7	8	9	10
20	110,37	113,27	116,17	119,07	121,97	124,87	127,77
22	120,37	123,27	126,17	129,07	131,97	134,87	137,77
24	130,37	133,27	136,17	139,07	141,97	144,87	147,77
26	140,37	143,27	146,17	149,07	151,97	154,87	157,77
28	150,37	153,27	156,17	159,07	161,97	164,87	167,77
30	160,37	163,27	166,17	169,07	171,97	174,87	177,77
32	170,37	173,27	176,17	179,07	181,97	184,87	187,77
34	180,37	183,27	186,17	189,07	191,97	194,87	197,87
36	190,37	193,27	196,17	199,07	201,97	204,87	207,77
38	200,37	203,27	206,17	209,07	211,97	214,87	217,77
40	210,37	213,27	216,17	219,07	221,97	224,87	227,77
42	220,37	223,27	226,17	229,07	231,97	234,87	237,77
44	230,37	233,27	236,17	239,07	241,97	244,87	247,77
46	240,37	243,27	246,17	249,07	251,97	254,87	257,77
48	250,37	253,27	256,17	259,07	261,97	264,87	267,77
50	260,37	263,27	266,17	269,07	271,97	274,87	277,77
52	270,37	273,27	276,17	279,07	281,97	284,87	287,77
54	280,37	283,27	286,17	289,07	291,97	294,87	297,77
56	290,37	293,27	296,17	299,07	301,97	304,87	307,77
58	300,37	303,27	306,17	309,07	311,97	314,87	317,77
60	310,37	313,27	316,17	319,07	321,97	324,87	327,77

T a b e l a 20.15

Valorile Ψ_2

$\bar{h}_1$	$\bar{h}$						
	4	5	6	7	8	9	10
20	53,76	65,62	78,32	91,86	106,24	121,46	137,52
22	58,32	71,22	84,76	99,14	114,36	130,42	147,32
24	63,28	76,82	91,20	116,42	122,48	139,38	157,12
26	68,04	82,42	97,64	113,70	130,60	148,34	166,92
28	72,80	88,02	104,08	120,98	138,72	157,30	176,72
30	77,56	93,62	110,52	128,26	146,84	166,26	186,52
32	82,32	99,22	116,96	135,54	154,96	175,22	196,32
34	87,08	104,82	123,40	142,82	163,08	184,18	206,12
36	91,84	110,42	129,84	150,10	171,20	193,14	215,92
38	96,60	116,02	136,28	157,88	179,32	202,10	225,72
40	101,36	121,62	142,72	164,66	187,44	211,06	235,52
42	106,12	127,22	149,16	171,94	195,56	220,02	245,32
44	110,38	132,82	155,60	179,22	203,68	229,98	255,12
46	115,64	138,42	162,04	186,50	211,80	237,94	264,92
48	120,40	144,02	168,48	193,76	219,92	246,90	274,72
50	125,16	149,62	174,92	201,06	228,04	255,86	284,52
52	129,92	155,22	181,36	208,34	236,16	264,82	294,32
54	134,68	160,82	187,80	215,62	244,28	273,78	304,12
56	138,44	166,42	194,24	222,90	252,40	282,74	313,92
58	144,20	172,02	200,68	230,18	260,52	291,70	323,72
60	148,96	177,62	207,12	237,46	268,64	300,66	333,52

ționale opuse direcției acțiunii forței orizontale. Pentru verificare trebuie îndeplinită relația:

$$nH = \frac{1}{\alpha_1} (\alpha_2 P_1 + \alpha_3 P_0) \quad (20.36)$$

unde:

$$\alpha_1 = 1,5 \left[\frac{h_1}{h} + \left(\frac{h_1}{h} + 1 \right) \operatorname{tg}^2 \Phi \right] + 0,5; \quad (20.37, a)$$

$$\alpha_2 = (1 + \operatorname{tg}^2 \Phi) \left(1 + 1,5 \frac{a}{h} \operatorname{tg} \Phi \right); \quad (20.37, b)$$

$$\alpha_3 = (1 + \operatorname{tg}^2 \Phi) \frac{a}{h} + \operatorname{tg} \Phi; \quad (20.37, c)$$

$$P_1 = \frac{bhk_0}{\theta(\theta + \operatorname{tg} \Phi)} [0,5 \gamma h + c(1 - \theta^2)] \quad (20.38)$$

în care:

k_0 se ia din tabela 20.17 iar θ și θ^2 din tabela 20.13;

P_0 este rezultanta tuturor forțelor verticale, inclusiv greutatea fundației.

T a b e l a 20.16

Valorile Ψ_3

$\bar{h}_1$	$\bar{h}$						
	4	5	6	7	8	9	10
20	9,26	9,68	10,10	10,52	10,94	11,36	11,78
22	10,10	10,52	10,94	11,36	11,78	12,20	12,62
24	10,94	11,36	11,78	12,20	12,62	13,04	13,46
26	11,78	12,20	12,62	13,04	13,46	13,88	14,30
28	12,62	13,04	13,46	13,88	14,30	14,72	15,14
30	13,46	13,88	14,30	14,72	15,14	15,56	15,98
32	14,30	14,72	15,14	15,56	15,98	16,40	16,82
34	15,14	15,56	15,98	16,40	16,82	17,24	17,66
36	15,98	16,40	16,82	17,24	17,66	18,08	18,50
38	16,82	17,24	17,66	18,08	18,50	18,92	19,34
40	17,66	18,08	18,50	18,92	19,34	19,76	20,18
42	18,50	18,92	19,34	19,76	20,18	20,60	21,02
44	19,34	19,76	20,18	20,60	21,02	21,44	21,86
46	20,18	20,60	21,02	21,44	21,86	22,28	22,70
48	21,02	21,44	21,86	22,28	22,70	23,12	23,54
50	21,86	22,28	22,70	23,12	23,54	23,96	24,38
52	22,70	23,12	23,54	23,96	24,38	24,80	25,22
54	23,54	23,96	24,38	24,80	25,22	25,64	26,06
56	24,38	24,80	25,22	25,64	26,06	26,48	26,90
58	25,22	25,64	26,06	26,48	26,90	27,32	27,74
60	26,06	26,48	26,90	27,32	27,74	28,16	28,58

T a b e l a 20.17

Valorile coeficientului K_0

Denumirea pământurilor	h/b					
	0,6	0,8	1	2	3	4
Nisip fin saturat cu apă	1,03	1,04	1,05	1,09	1,14	1,18
Argilă nisipoasă și nisip argilos saturat cu apă	1,04	1,05	1,07	1,13	1,20	1,27
Loess înmuiat						
Nisipuri, pietrișuri saturate cu apă	1,06	1,08	1,10	1,18	1,28	1,37
Nisipuri umede	1,07	1,10	1,12	1,24	1,36	1,48
Nisipuri uscate	1,10	1,13	1,16	1,32	1,47	1,63
Nisipuri cu pietrișuri uscate loess uscat	1,12	1,16	1,20	1,40	1,61	1,81
Argilă consolidată, tare	1,15	1,21	1,26	1,51	1,77	2,02

EXEMPLE DE CALCUL

Exemplul 20.1. Un zid de chei de tip mixt încărcat cu o suprasarcină $q = 2 \text{ t/m}^2$ este amplasat în curent liber într-un port fluvial. Condițiile geotehnice sînt redată în fig. 20.6. În spatele zidului se execută o umplutură din piatră brută, avînd $\Phi = 35^\circ$ și $\gamma = 1,6 \text{ t/m}^3$. Zidul de chei care susține și fila de la apă a unei macarale portal, care dezvoltă o reacțiune $F = 24,35 \text{ t/m}$, se fundează pe piloți de beton armat cu secțiunea $35 \times 35 \text{ m}$ de 14 m lungime. Condiții locale impun utilizarea de ancoraje pentru preluarea solicitărilor orizontale asupra cheiului. Greutatea volumetrică a betonului este $\gamma_b = 2,4 \text{ t/m}^3$.

Se cere: a) Să se dimensioneze infrastructura pe piloți a zidului pentru a prelua solicitările axiale și de încovoiere care apar din încărcările permanente și utile.

b) Să se precizeze alcătuirea dispozitivului de ancorare a zidului.

Rezolvare. a) Calculul împingerii umpluturii de piatră brută asupra zidului se face în dreptul unui plan vertical care trece prin muchia din spate a tălpii zidului. În mod acoperitor se consideră că rezultanta face cu normala un unghi $\delta = \frac{3}{4} \Phi = 26^\circ 15'$.

Suprasarcina $q = 2 \text{ t/m}^2$ se înlocuiește cu o înălțime echivalentă de pămînt h_e :

$$h_e = \frac{q}{\gamma} = \frac{2}{1,6} = 1,25 \text{ m.}$$

Componenta orizontală a împingerii (făcînd un calcul aproximativ) este:
— la cota $+ 6,00 \text{ m}$:

$$p_{ah_1} = \gamma h_e \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) = 1,6 \times 1,25 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{35^\circ}{2} \right) = 0,540 \text{ t/m}^2;$$

— la cota $+ 2,30 \text{ m}$:

$$p_{ah_2} = \gamma(h_e + h_1) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) = 1,6 (1,25 + 3,70) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) = 2,14 \text{ t/m}^2.$$

Componenta orizontală totală a presiunii active este:

$$E_{ah} = \frac{(p_{ah_2} + p_{ah_1})h_1}{2} = \frac{(0,540 + 2,14)}{2} 3,70 = 4,95 \text{ t/m.}$$

Componenta verticală a împingerii este:

— la cota $+ 6,00 \text{ m}$:

$$p_{av_1} = p_{ah_1} \operatorname{tg} \delta = 0,54 \times 0,493 = 0,267 \text{ t/m}^2;$$

— la cota $+ 2,30 \text{ m}$:

$$p_{av_2} = p_{ah_2} \operatorname{tg} \delta = 2,14 \times 0,493 = 1,06 \text{ t/m}^2.$$

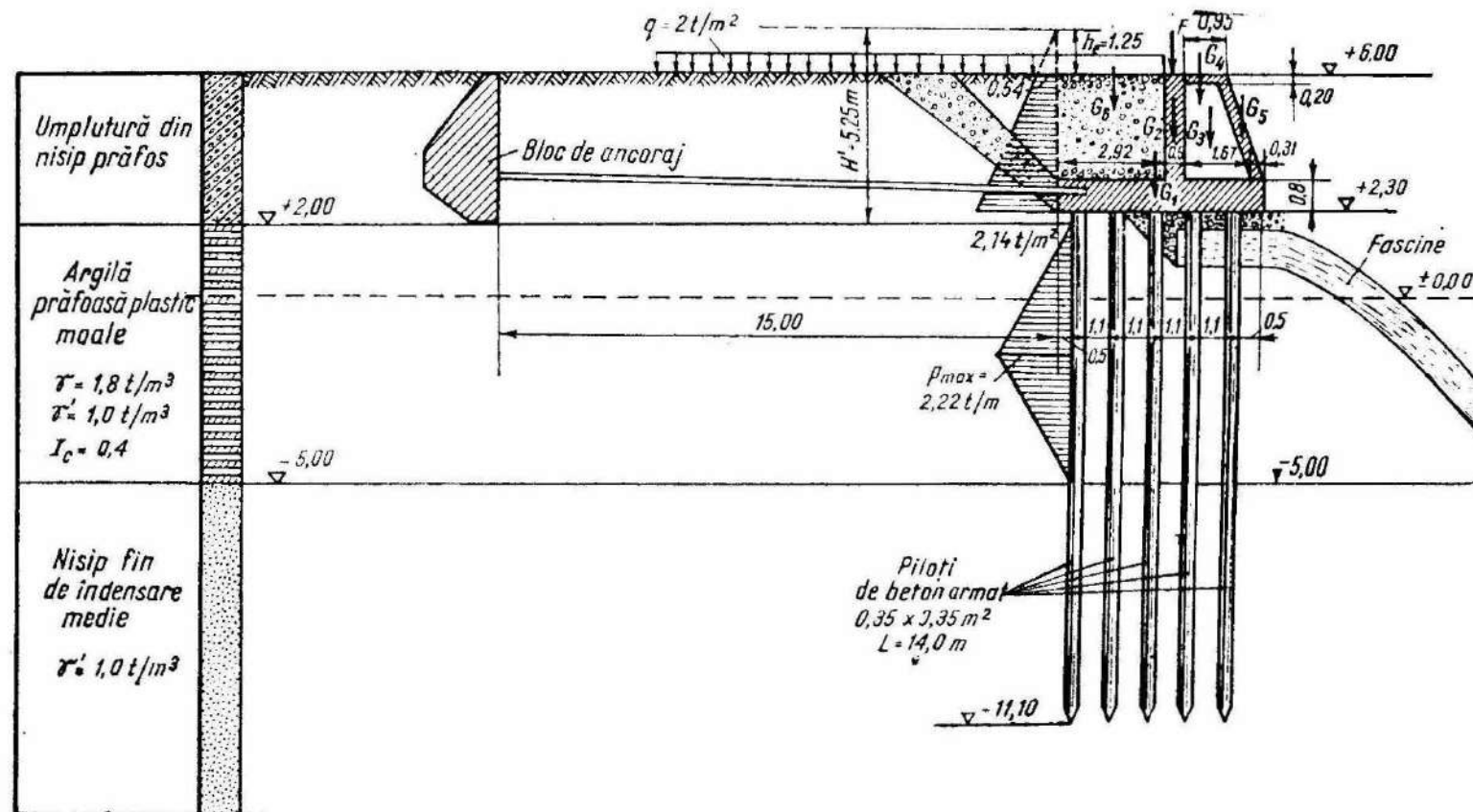


Fig. 20.6

Componenta verticală totală a presiunii active este:

$$E_{av} = \frac{(p_{av1} + p_{av2})h_1}{2} = \frac{(0,267 + 1,06)}{2} \times 3,70 = 2,45 \text{ t/m.}$$

Ordonata punctului de aplicație al împingerii orizontale față de talpa zidului este:

$$e = \frac{3,70}{3} \left(\frac{2,14 + 2 \times 0,54}{2,14 + 0,54} \right) = 1,48 \text{ m.}$$

Greutatea proprie a zidului (v. fig. 20.6) se calculează astfel:

$$G_1 = 0,8 \times 5,4 \times 2,4 = 10,40 \text{ t/m}; \quad G_2 = 0,5 \times 2,9 \times 2,4 = 3,48 \text{ t/m};$$

$$G_3 = \frac{1}{2} \times \frac{1,67 + 0,64}{2} \times 0,3 \times 2,7 \times 2,4 = 1,13 \text{ t/m};$$

(G_3 = reprezintă greutatea diafragmelor de rigidizare așezate la 2 m distanță între ele);

$$G_4 = 0,95 \times 0,20 \times 2,4 = 0,46 \text{ t/m}; \quad G_5 = 2,7 \times 0,31 \times 2,4 = 2,0 \text{ t/m};$$

$$G_6 = 2,92 \times 2 + 2,92 \times 2,90 \times 1,6 = 19,44 \text{ t/m};$$

$$G = 37,24 \text{ t/m.}$$

Pentru a calcula încărcările axiale în piloți se află rezultanta încărcărilor verticale N_1 și momentul M al tuturor forțelor față de centrul tălpii zidului

$$N = \Sigma G_i + F + E_v = 37,24 + 24,35 + 2,45 = 64,04 \text{ t/m.}$$

$$\begin{aligned} M &= 3,48 \times 0,47 + 1,13 \times 1,35 + 0,46 \times 1,20 + 2 \times 2,18 - 19,46 \times \\ &\times 1,24 + 24,35 \times 0,47 + \frac{2,45}{3,70} \times 0,22 \times 2,90 - \frac{2,45}{3,70} \times 2,7 \times 0,80 + \\ &+ 4,95 \times 1,48 = 1,73 \text{ tm/m.} \end{aligned}$$

Piloții se dispune câte cinci pe un șir, la distanțe egale între ei 1,10 m iar distanța dintre șiruri este de 2 m.

Dată fiind grosimea de 0,80 m a radierului, acesta poate fi considerat ca absolut rigid. În acest caz se poate accepta că atât tasarea piloților cât și încărcarea lor axială variază după o lege liniară. Încărcările axiale în piloți se calculează cu formula:

$$P_i = \frac{N}{n} \pm \frac{Md_i}{\Sigma d_i^2}$$

în care: N și M au semnificațiile arătate mai înainte;

n este numărul piloților din radier;

d_i — distanța de la centrul de greutate al radierului pe piloți pînă la axa pilotului considerat.

În cazul în care calculul se face pe un șir de n_1 piloți situați la o distanță egală s între axele lor, expresia Σd_i^2 se poate scrie:

$$\Sigma d_i^2 = \frac{s^2}{12} (n_1 (n_1^2 - 1)).$$

Distanța între șiruri fiind de 2 m, N și M devin:

$$N = 64,04 \times 2 = 128,08 \text{ t/2m};$$

$$M = 17,04 \times 2 = 34,08 \text{ tm/2 m.}$$

$$\Sigma d_i^2 = \frac{1,1^2}{12} \times 5 (5^2 - 1) = 12,1.$$

$$P_1 = \frac{128,08}{5} + \frac{34,08 \times 2,2}{12,1} = 25,6 + 6,2 = 31,8 \text{ t};$$

$$P_2 = \frac{128,08}{5} + \frac{34,08 \times 1,1}{12,1} = 25,6 + 3,1 = 28,7 \text{ t};$$

$$P_3 = \frac{128,08}{5} - 25,6 \text{ t}; \quad P_4 = \frac{128,08}{5} - \frac{34,08 \times 1,1}{12,1} = 22,5 \text{ t};$$

$$P_5 = \frac{128,08}{5} - \frac{34,08 \times 2,2}{12,1} = 19,4 \text{ t.}$$

La faza preliminară de proiectare, lipsind datele asupra baterii și încărcării unor piloți de probă, capacitatea portantă a piloților se determină prin calcul cu formula (20.4).

$$m = 0,85; A = 0,35 \times 0,35 = 0,122 \text{ m}^2; R^n = 155 \text{ t/m}^2$$

(din tabela 20.5 pentru nisipuri prăfoase);

$$U = 4 \times 0,35 = 1,40 \text{ m.}$$

Întrucît pilotul nu are bulb la vîrf se ia $\beta = 1$.

În formulă, pentru stratul de argilă prăfoasă se ia:

$$\alpha = 1 \text{ (tabela 20.7); } f = 0,85 \text{ t/m}^2 \text{ (tabela 20.6); } l = 7 \text{ m};$$

$$\alpha f l = 1 \times 0,85 \times 7 = 5,95 \text{ t/m.}$$

Pentru stratul de nisip fin datele sînt:

$$\alpha = 1; f = 3,4 \text{ t/m}^2; l = 6,5 \text{ m}; \alpha f l = 1 \times 3,4 \times 6,5 = 22,1 \text{ t/m.}$$

$$\Sigma \alpha_i f_i l_i = 5,95 + 22,10 = 28,05 \text{ t/m.}$$

$$P = 0,7 \times 0,85 (0,122 \times 155 + 1,40 \times 28,05) = 0,595 (18,9 + 39,2) = 34,6 \text{ t.}$$

Rezultă că pilotul cel mai solicitat ($P_1 = 31,8 \text{ t}$) nu depășește capacitatea portantă calculată. Piloții rîndului din spatele zidului trebuie verificați la încovoire, sub acțiunea împingerii exercitată prin consolidarea stratului de argilă prăfoasă de consistență scăzută sub greutatea umpluturii și a suprasarcinii de pe platformă, cărora le corespunde o grosime echivalentă $H' = 5,25 \text{ m}$.

Diagrama de calcul este arătată în fig. 20.6. Ordonata maximă a diagramei de presiuni care acționează asupra unei grinzi avînd o lățime egală cu dublul lățimii pilotului, considerată simplu rezemată în cuprinsul stratului foarte compresibil, se calculează cu formula (20.7):

$$p_{max} = 2 \times 0,35 \times 0,40 \times 1,6 \times 5,25 = 2,22 \text{ t/m;}$$

$$M_{max} = \frac{p_{max} l^2}{12} = \frac{2,22 \times 7^2}{12} = 9,1 \text{ tm.}$$

Reacțiunea grinzii simplu rezemată la deschiderea $l = 7 \text{ m}$:

$$R_A = \frac{p_{max} l}{4} = \frac{2,22 \times 7}{4} = 3,90 \text{ t/2m} = 1,95 \text{ t/m.}$$

Piloții trebuie armați pentru a prelua momentul încovoiator $9,1 \text{ tm}$ provenit din împingerea stratului foarte compresibil.

Reacțiunea R_A împreună cu împingerea E_{ab} trebuie preluate prin ancoraje.

b) Ancorajele sînt alcătuite din tiranți și blocuri de beton simplu, așezate la distanța $e = 7 \text{ m}$ între ele.

Efortul de tracțiune T în tirant:

$$T = (E_{ab} + R_A) \times 7 = (4,95 + 1,95) \times 7 = 48,2 \text{ t.}$$

Se utilizează tirant din șină de cale ferată tip 30. Secțiunea netă a șinei este $A = 34,85 \text{ cm}^2$. Forța de care este capabilă această secțiune este: $T_c = 34,85 \times 1\,400 = 48,75 \text{ t}$; $T < T_c$.

Blocul de ancoraj trebuie să preia tracțiunea T prin rezistența pasivă a pămîntului. Se utilizează blocurile de beton avînd înălțimea $h_1 = 4 \text{ m}$ și lățimea $b = 3 \text{ m}$.

Calculul capacității de preluare C a blocului de ancoraj se face cu formula (20.14, a) pusă sub forma (pentru pământuri coezive):

$$C = (E_p - E_a) b\beta.$$

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{1}{2} \gamma h_1^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) + 2 c h_1 \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \times 1,8 \times 4^2 \times \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{20^\circ}{2} \right) + 2 \times 0,5 \times 4 \times \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{20^\circ}{2} \right) = \\ &= 29,4 + 5,7 = 35,1 \text{ t/m}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_a &= \frac{1}{2} \gamma h_1^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) - 2 c h_1 \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{2} 1,8 \times 4^2 \times \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{20^\circ}{2} \right) - 2 \times 0,5 \times 4 \times \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{20^\circ}{2} \right) = \\ &= 7,1 - 2,8 = 4,3 \text{ t/m} \end{aligned}$$

(termenul $\frac{2c^2}{\gamma}$ este neglijat la calculul E_p și E_a).

$$\beta = 1 + \frac{1}{24} \left(\frac{8 \times 4^3 - (2 \times 4 + 3 - 7)^3}{4^2 \times 3} \right) = 1 + 0,39 = 1,39.$$

$$C = (35,1 - 4,3) 3 \times 1,39 = 129 \text{ t. Se observă că } C > T.$$

Coeficientul de siguranță rezultă:

$$n_s = \frac{C}{T} = \frac{129}{48,2} = 2,68 > 1,5.$$

Exemplul 20.2. Zidul de chei încărcat cu o suprasarcină $q = 2 \text{ t/m}^2$ (fig. 20.7) este alcătuit în față dintr-un perete de palplanșe, care limitează umplutura platformei, deasupra cotei $-10,00 \text{ m}$ la care se efectuează dragarea bazinului pentru asigurarea adâncimii de acostare prescrise; în spate, la $1,2 \text{ m}$ de palplanșe se află un șir de piloți verticali cu secțiunea $0,40 \times 0,40 \text{ m}$ bătuți la distanța de $0,80 \text{ m}$ între axele lor și alte două șiruri de piloți de aceeași secțiune, așezați în capră.

Se cere să se determine solicitările în palplanșe și piloți provenite din împingerea pământului. Elementele geometrice ale construcției sînt date în

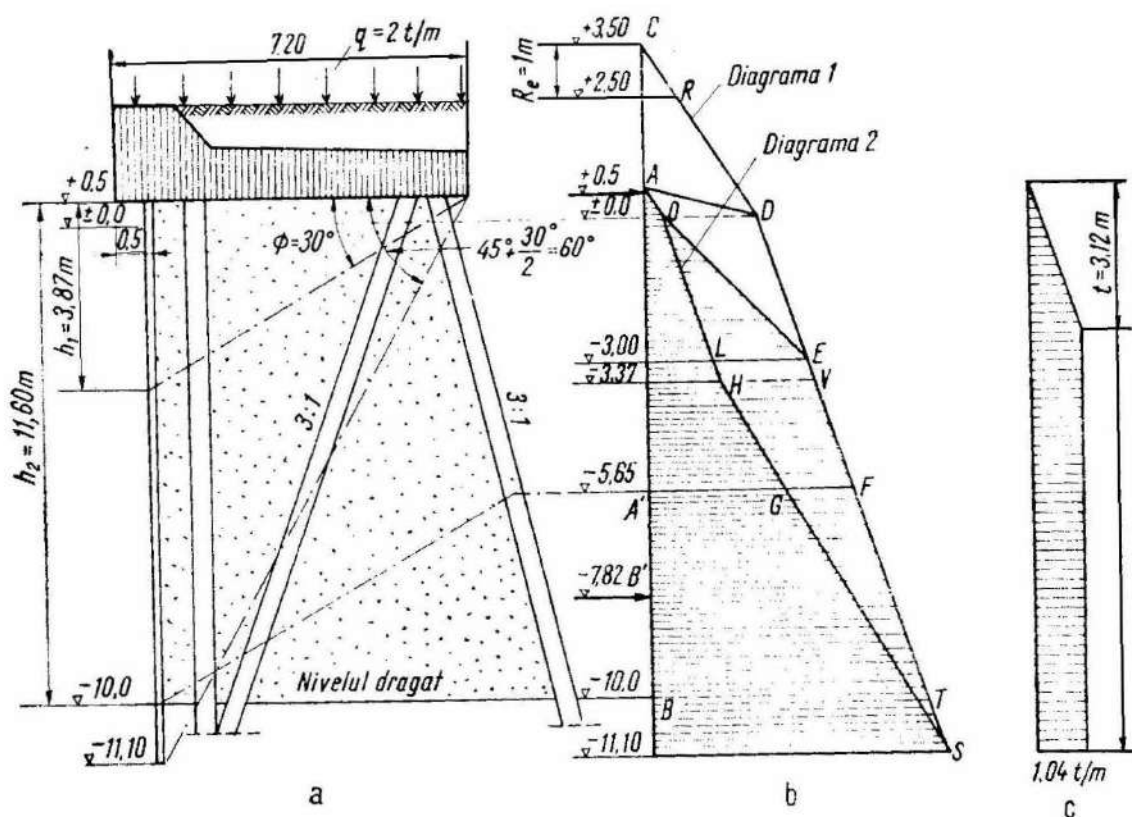


Fig. 20.7

fig. 20.7. Pământul are $\Phi = 30^\circ$. Greutatea lui volumetrică deasupra cotei 0,00 este $\gamma = 2\text{ t/m}^3$ iar sub cota 0,00 este $\gamma' = 1\text{ t/m}^3$.

Rezolvare. Calculul diagramei de împingere a pământului asupra peretelui de palplanșe, fără luarea în considerare a piloților din spate, dar ținând seama de efectul radierului, este următorul:

$$h_1 = 6,70 \operatorname{tg} 30^\circ = 3,87 \text{ m}; \quad h_2 = 6,70 \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{30^\circ}{2} \right) = 11,60 \text{ m}.$$

Între cota radierului (+0,50 m) și cota -3,37 m, datorită prezenței radierului, diagrama de împingere activă se construiește fără a se lua în considerare încărcările aflate deasupra cotei +0,50 m (v. fig. 20.7, b, diagrama 2).

De la cota -11,10 m în jos, nu se mai resimte efectul radierului. La cota -11,10 m împingerea corespunde diagramei complete, construită de la nivelul platformei (inclusiv suprasarcina de 2 t/m^2 (v. fig. 20, 7, b), diagrama 1).

Între cotele -3,37 m și -11,10 m se admite o variație liniară a ordonatelor diagramei de împingere.

Pentru a calcula diagrama de presiune care începe de la cota $+0,50$ (diagrama 2) se procedează astfel:
la cota $\pm 0,00$:

$$p_{a0} = \gamma \times 0,50 \times \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}\right) = 2 \times 0,5 \times 0,578^2 = 0,33 \text{ t/m}^2;$$

la cota $-3,37$ m:

$$p_{aH} = p_{a0} + 1 \times 3,37 \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}\right) = 0,33 + 1,13 = 1,46 \text{ t/m}^2.$$

Pentru diagrama de presiune care începe de la cota $+2,50$ m (diagrama 1) se obține

$$h_e = \frac{q}{\gamma} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m.}$$

la cota $+2,50$ m:

$$p_{aR} = 2 \times 1 \times \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}\right) = 0,67 \text{ t/m}^2;$$

la cota $\pm 0,00$:

$$p_{aD} = 2 \times 3,50 \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}\right) = 2,33 \text{ t/m}^2;$$

la cota $-11,1$ m:

$$p_{aS} = p_{aD} + 1 \times 11,1 \times \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}\right) = 2,33 + 3,71 = 6,04 \text{ t/m}^2.$$

Prin interpolare se obține și ordonata la cota $-10,0$ m:

$$p_{aT} = 5,66 \text{ t/m}^2.$$

Cu diagrama de împingeri obținută, se calculează momentul maxim M' care acționează asupra palplanșei, care se consideră că lucrează ca o grindă simplă rezemată la cotele $+0,50$ m și $-10,00$ m

$$M' = 42,6 \text{ tm/m.}$$

Calculul diagramei de împingere a pământului asupra peretelui de palplanșe ținând seama de efectul de ecran al șirului de piloți verticali se efectuează astfel:

Adâncimea de la care împingerea pământului rămîne constantă, ca urmare a efectului de ecran al piloților din spate se calculează cu formula (20.10) în care $\delta = 30^\circ$:

$$t = \frac{1,2}{2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) \operatorname{tg} 30^\circ} = 3,12 \text{ m.}$$

Ordonata împingerii pământului la această adâncime se calculează cu formula (20.9):

$$p_s = \frac{\gamma \cdot b}{2 \operatorname{tg} \delta} = \frac{1,0 \times 1,2}{2 \times 0,577} = 1,04 \text{ t/m}^2.$$

Diagrama este reprezentată în fig. 20.7, c.

Cu diagrama de presiuni astfel obținută se calculează momentul maxim M'' care acționează asupra peretelui de palplanșe și totodată asupra piloților verticali din spate.

$$M'' = 13,5 \text{ tm/m.}$$

Calculul momentelor finale care acționează asupra peretelui de palplanșe și asupra șirului de piloți verticali se efectuează astfel:

Diferența între momentele maxime, $\Delta M = M' - M''$, trebuie preluată atît de palplanșe cît și de piloții verticali din spate, corespunzător cu rigiditatea celor două elemente.

Notînd cu:

I_1 — momentul de inerție pe 1 m de palplanșă;

E_1 — modulul de elasticitate al materialului palplanșei;

I_2 — momentul de inerție al unui pilot vertical;

E_2 — modulul de elasticitate al materialului piloților;

a — distanța între piloții șirului;

M_1 — momentul încovoietor în palplanșe sub acțiunea momentului

$$\Delta M = M' - M'';$$

M_2 — momentul încovoietor într-un pilot al șirului;

M_t — momentul încovoietor total în palplanșă.

Se pot scrie relațiile :

$$\frac{M_1}{\frac{1}{a} M_2} = \frac{E_1 I_1}{\frac{1}{a} E_2 I_2}$$

$$M_1 + \frac{1}{a} M_2 = \Delta M.$$

Din rezolvarea sistemului celor două ecuații rezultă :

$$M_1 = \frac{\Delta M \cdot E_1 \cdot I_1 a}{a E_1 I_1 + E_2 I_2}; \quad M_2 = \frac{\Delta M \cdot E_2 \cdot I_2 a}{a E_1 I_1 + E_2 I_2}.$$

Se utilizează palplanșe cu grosimea 0,40 m și piloți cu $0,40 \times 0,40$ m, din beton armat de aceeași marcă ($E_1 = E_2$).

$$I_1 = \frac{100 \times 40^3}{12} = 5,33 \times 10^5 \text{ cm}^4 = 5,33 \times 10^{-3} \text{ m}^4;$$

$$I_2 = \frac{40 \times 40^3}{12} = 2,13 \times 10^5 \text{ cm}^4 = 2,13 \times 10^{-3} \text{ m}^4; \quad E_1 = E_2 = E$$

$$a = 0,80 \text{ m.}$$

$$\Delta M = M' - M'' = 42,6 - 13,5 = 29,1 \text{ tm.}$$

$$M_1 = \frac{29,1 \times E \times 5,33 \times 10^{-3} \times 0,80}{0,80 E \times 5,33 \times 10^{-3} + E \times 2,13 \times 10^{-3}} = \frac{29,1 \times 4,28}{6,41} = 19,4 \text{ tm};$$

$$M_2 = \frac{29,1 E \times 2,13 \times 10^{-3} \times 0,80}{0,80 E \times 5,33 \times 10^{-3} + E \times 2,13 \times 10^{-3}} = \frac{29,1 \times 1,71}{6,41} = 7,73 \text{ tm.}$$

Momentul încovoietor total în palplanșe este:

$$M_t = M'' + M_1 = 13,5 + 19,4 = 32,9 \text{ tm/m.}$$

Pentru determinarea solicitărilor de încovoiere ale piloților șirului extrem se utilizează metoda aproximativă descrisă în partea introductivă.

Se construiește planul înclinat cu unghiul $\varphi = 30^\circ$, dus prin capătul inferior al peretelui de palplanșe care intersectează axa primului șir de piloți la cota — 5,65 m.

Din diagrama 1 de împingeri totale asupra zidului se scade triunghiul presiunii CAED.

Asupra piloților acționează diagrama de presiuni $AEFGHA$, limitată de diagrama 1 pînă la cota — 5,65 și diagrama 2 după scăderea triunghiului de presiuni $CAED$.

Calculul ordonatelor p ale diagramei rezultante este următorul :
la cota — 3,0 m pe diagrama 1 :

$$p_{aE} = p_{aD} + 1 \times 3 \times \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) = 2,33 + 1,00 = 3,33 \text{ t/m}^2;$$

la cota — 3,00 m (pe diagrama 2) :

$$p_{aL} = p_{a0} + 1 \times 3 \times \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) = 0,33 + 1,00 = 1,33 \text{ t/m}^2;$$

rezultanta la cota — 3,00 m :

$$p'_{a1} = p_{aE} - p_{aL} = 3,33 - 1,33 = 2 \text{ t/m}^2;$$

la cota — 3,37 m :

$$p_{aV} = p_{aD} + 1 \times 3,37 \times \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) = 2,33 + 1,13 = 3,46 \text{ t/m}^2;$$

rezultanta :

$$p'_{a2} = p_{aV} - p_{aH} = 3,46 - 1,46 = 2 \text{ t/m}^2;$$

la cota — 5,65 m :

$$p_{aF} = p_{aD} + 1 \times 5,65 \times \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) = 2,33 + 1,88 = 4,21 \text{ t/m}^2;$$

$$p_{aG} \text{ se obține prin interpolare între } p_{aH} \text{ și } p_{aS}; \quad p_{aG} = 2,81 \text{ t/m}^2;$$

rezultanta :

$$p_{a3} = p_{aF} - p_{aG} = 4,21 - 2,81 = 1,40 \text{ t/m}^2.$$

Cu diagrama obținută se calculează momentul încovoietor maxim asupra pilotului considerat ca grindă simplu rezemată în punctele A și B' de deschidere 8,32 m (la jumătatea distanței $A'B$)

$$M_{max} = 11,70 \text{ tm/m}.$$

Piloții preiau împingerea pe dublul lățimii lor, ceea ce corespunde în acest caz cu întreaga distanță între axele piloților

$$M_{max \text{ pilot}} = 11,70 \times 0,80 = 9,35 \text{ tm}.$$

Împingerea globală asupra zidului de sprijin reprezintă reacțiunea în A a grinzii CAB simplu rezemată în A și B de 10,50 m deschidere, încărcată cu diagrama de presiune 1 (v.fig.20,7, b).

Din acest calcul rezultă :

$$R_A = 16,2 \text{ t/m.}$$

Această împingere trebuie preluată prin capra de piloți așezată la spatele cheiului.

În ceea ce privește solicitările mari de încovoiere care au rezultat din calcul în elementele componente ale infrastructurii cheiului (palplanșe, piloți verticali, piloți înclinați din spate), efectul lor este într-o bună măsură diminuat datorită faptului că aceste elemente sînt în același timp solicitate și la compresiune prin încărcările verticale provenite din greutatea proprie a cheiului și din sarcina utilă de pe platformă, care se repartizează de asemenea pe piloții din grup.

Exemplul 20.3. Se cere să se verifice stabilitatea și să se calculeze presiunile pe teren pentru pila de pod reprezentată în fig. 20.8, luînd în considerare încastrarea în teren. Rezistența admisibilă pe teren $\sigma_a = 1,5 \text{ kg/cm}^2$.

Fundația pilei este de formă dreptunghiulară, cu laturile $1 \times 3 \text{ m}$. Pe pilă acționează forțele verticale $P_1 = 40 \text{ t}$ și $P_2 = 72 \text{ t}$ și forța orizontală $H = 8 \text{ t}$.

Terenul de fundație este alcătuit dintr-un nisip mijlociu de îndesare medie, avînd $\gamma = 1,95 \text{ t/m}^3$, $\Phi = 30^\circ$. Modulul de elasticitate al betonului $E = 2,65 \times 10^6 \text{ t/m}^2$.

Rezolvare. Se calculează solicitările exterioare : forțele verticale și momentele care solicită fundația.

$$\text{Greutatea pilei: } \frac{1}{2} 3,5 \times 8 \times 2,2 = 30,8 \text{ t.}$$

$$\text{Greutatea fundației: } 3 \times 10 \times 2,2 = 66 \text{ t.}$$

$$N = 40 + 72 + 30,8 + 66 =$$

$$208,8 \text{ t.}$$

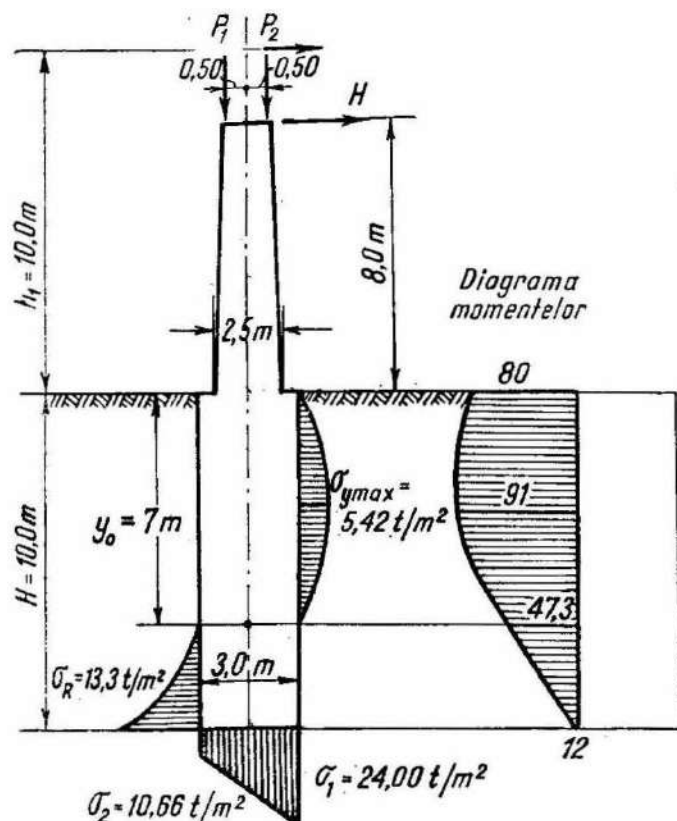


Fig. 20.8

Momentul în axa pilei față de nivelul terenului este :

$$M = (72 - 40) 0,50 + 8,0 \times 8,0 = 80 \text{ tm.}$$

Brațul de pîrghie al componentei orizontale a rezultantei

$$h_1 = \frac{M}{H} = \frac{80}{8} = 10 \text{ m.}$$

Momentul dat numai de încărcările permanente reprezintă 40 % din momentul total.

Indicele de rigiditate se calculează astfel :

$$\alpha = \sqrt[5]{\frac{mb_c}{EI}};$$

$$E = 2,65 \times 10^6 \text{ t/m}^2; \quad I = \frac{1}{12} 1,00 \times 3,00^3 = 2,25 \text{ m}^4;$$

$$b_c = b = 1 \text{ m}; \quad m = 500 \text{ t/m}^4; \quad (\text{din tabela 20.10})$$

$$\alpha = \sqrt[5]{\frac{500 \times 1}{5,95 \times 10^6}} = 0,153.$$

De unde :

$$\alpha \cdot h = 0,153 \times 10 = 1,53 < 2,5.$$

Rezultă că fundația poate fi considerată absolut rigidă.

Pentru a calcula ordonatele diagramei de presiuni a terenului pe suprafața laterală a fundației se determină cu formula (20.19, a) distanța y_0 de la nivelul terenului pînă la axa de rotire a fundației. Terenul fiind omogen se ia $\beta = 1$.

$$W = \frac{1}{6} \times 1 \times 3^2 = 1,50 \text{ m}^3$$

$$y_0 = \frac{1 \times 10^2 (3 \times 10 + 4 \times 10) + 6 \times 3 \times 1,5}{2 \times 1 \times 10 (2 \times 10 + 3 \times 10)} = 7 \text{ m.}$$

Ordonatele diagramei de presiuni pe suprafața laterală se calculează cu expresiile (20.20,) și (20.20,a):

$$A = \frac{1 \times 1 \times 10^3 + 18 \times 3 \times 1,5}{2 \times 1 (2 \times 10 + 3 \times 10)} = 10,81$$

$$\sigma_{y \max} = \frac{1,5 H}{A h} y_0^2 = \frac{1,5 \times 8}{10,81 \times 10} \times 7^2 = 5,42 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{h/3} = \frac{6H}{Ah} \cdot \frac{h}{3} \left(y_0 - \frac{h}{3} \right) = \frac{2H}{A} \left(y_0 - \frac{h}{3} \right) = \frac{2 \times 8}{10,81} \left(7,0 - \frac{10}{3} \right) = 5,4 \text{ t/m}^2$$

Se poate observa că $\frac{y_0}{2} = \frac{h}{3}$

$$\sigma_b = \frac{6H}{A \cdot h} h(y_0 - h) = \frac{6 \times 8}{10,81} (7 - 10) = -13,30 \text{ t/m}^2.$$

Încadrarea se consideră suficientă dacă sînt respectate condițiile (20.26,a) și (20.26,b).

În cazul examinat $\eta_1 = 1$; după formula (20.27)

$$\eta_2 = 0,2 + 0,8 (1 - 0,4) = 0,68$$

$$\begin{aligned} \eta_1 \eta_2 \frac{4}{\cos \Phi} \left(\frac{\gamma h}{3} \operatorname{tg} \Phi + c \right) &= 1 \times 0,68 \times \frac{4}{0,866} \left(\frac{1,95 \times 10}{3} 0,577 + 0 \right) = \\ &= 11,80 \text{ t/m}^2 > 5,40 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \times 2 \times \frac{4}{\cos \Phi} (\gamma h \operatorname{tg} \Phi + c) &= 1 \times 0,68 \times \frac{4}{0,866} (1,95 \times 10 \times 0,577 + 0) = \\ &= 35,4 \text{ t/m}^2 > 13,30 \text{ t/m}^2. \end{aligned}$$

Rezultă că condițiile de încadrare a fundației în teren sînt îndeplinite. Pentru verificarea presiunilor pe talpa fundației, se calculează ordonatele extreme ale diagramei de presiuni pe talpa fundației cu formula (20.21) În prealabil trebuie calculată forța de frecare T de-a lungul suprafeței laterale a fundației, care se scade din rezultanta încărcărilor verticale (20.20,b)

$U = 2(1 + 3) = 8\text{m}$; din tabela 20.6, se alege pentru adîncimea medie $\frac{h}{2} = 5\text{m}$, la nisipuri fine, $f = 4\text{t/m}^2$ (coeficientul $f = 5,6$ corespunzînd

pământurilor nisipoase grosiere și medii ar constitui o ipoteză prea favorabilă).

$$\alpha = 0,7$$

$$T = 0,7 \times 8 \times 4 \times 10 \times 0,7 = 156,8 \text{ t};$$

$$N' = N - T = 208,8 - 156,8 = 52 \text{ t}.$$

Presiunile pe talpa de fundație vor fi:

$$\sigma_{1,2} = \frac{N'}{ab} \pm \frac{3aH}{A\beta} = \frac{52}{1 \times 3} \pm \frac{3 \times 3 \times 8}{10,81 \times 1} = 17,33 \pm 6,67$$

$$\sigma_1 = 24 \text{ t/m}^2; \quad \sigma_2 = 10,66 \text{ t/m}^2.$$

Rezistența de calcul a terenului se calculează cu formula (20.1) unde k_1 și k_2 pentru un nisip mijlociu se extrag din tabela 20.1 și au valorile $k_1 = 0,1$ și $k_2 = 0,3$.

$$R = 1,2 \{1,5 [1 + 0,1 (1 - 2)] + 0,30 \times 1,95 \times (10 - 3)\} = 71,8 \text{ kg/cm}^2$$

Rezultă că $\sigma_1 < R$.

Calculul ordonatelor diagramei de moment încovoietor se efectuează astfel:

La nivelul terenului: $M = 8 \times 10 = 80 \text{ tm}$.

Sub nivelul terenului se calculează cu formula (20.22) :

$$\text{pentru } y = y_0 / 2 = 3,5 \text{ m}$$

$$M = 91 \text{ tm}$$

$$y = y_0 = 7 \text{ m}$$

$$M = 47,3 \text{ tm}$$

$$y = h = 10 \text{ m}$$

$$M = 12 \text{ tm}.$$

Cu aceste momente se definitivează dimensiunile fundației pilei.

Unghiul de rotire al fundației în teren se determină cu relația (20.19,b):

$$\text{tg } \omega = \frac{6 \times 8}{10,81 \times 500 \times 10} = 0,000089 = 0,89''_{00}.$$

Această valoare nu trebuie să depășească rotirea admisibilă.

Exemplul 20.4. În vederea utilizării unor tuburi de beton armat prefabricat (coloane) la diferite lucrări de acostare dintr-un port maritim (pie-

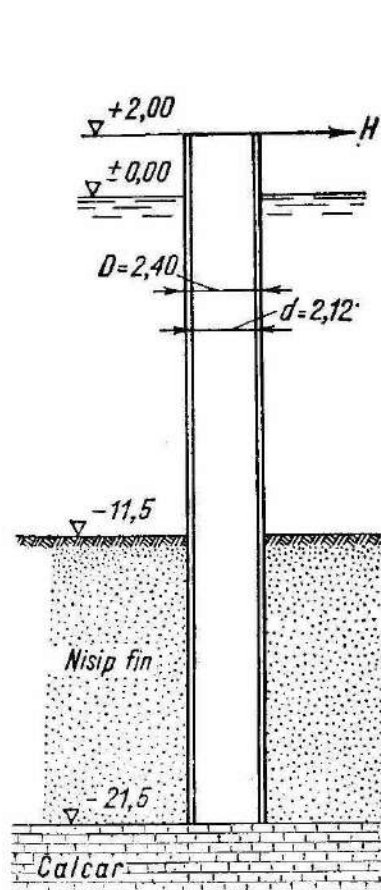


Fig. 20.9

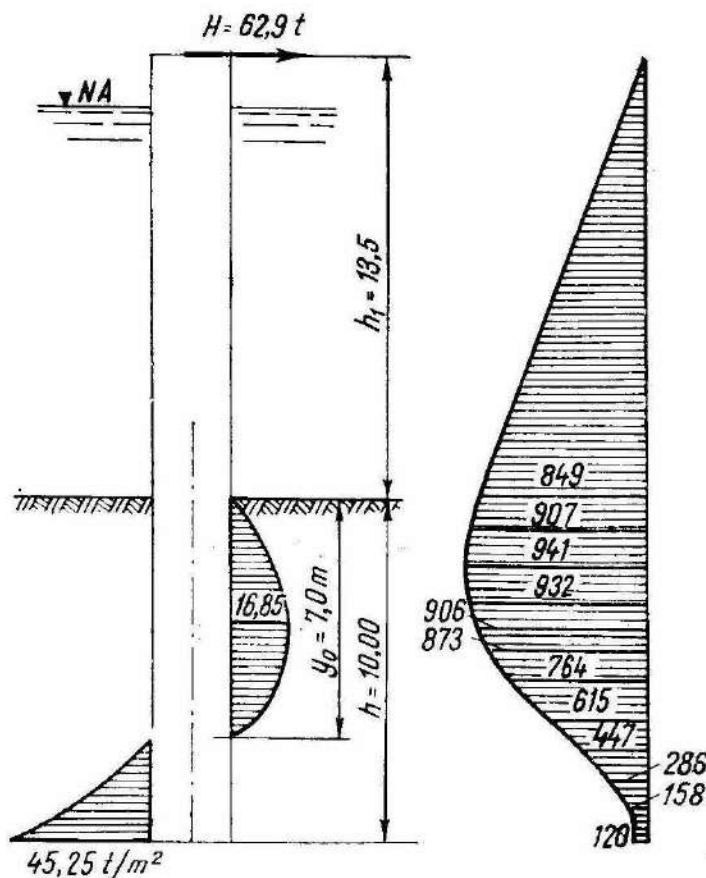


Fig. 20.10

ruri, ducdalbi etc.) să se determine încărcarea orizontală maximă care poate fi aplicată asupra unei coloane avînd diametrul exterior $D = 2,40$ m și cel interior $d = 2,12$ m cu o înălțime liberă $h_1 = 13,50$ m. Adîncimea de încastrare într-un strat de nisip fin, de îndesare mijlocie este de 10 m (fig.20.9).

Caracteristicile coloanei sînt : $W = 0,540$ m³; $I = 0,649$ m⁴; modulul de elasticitate al betonului (marca B 400) este $E = 3,5 \times 10^6$ t/m²; rigiditatea $EI = 2,27 \times 10^6$ tm².

Caracteristicile nisipului fin care alcătuiește terenul de fundație sînt :

$$\Phi = 30^\circ; \gamma = 1,9 \text{ t/m}^3; m = 400 \text{ t/m}^4.$$

Rezolvare. Indicele de rigiditate are valoarea :

$$\alpha = \sqrt[5]{\frac{mb_c}{EI}} = \sqrt[5]{\frac{400 \times 3,06}{2,27 \times 10^6}} = 0,222 \text{ m}^{-1}$$

unde $b_c = 0,9(D + 1) = 0,9(2,40 + 1) = 3,06$ m.

$$\alpha h = 0,222 \times 10 = 2,22 < 2,5.$$

Coloana poate fi deci considerată ca absolut rigidă.

Calculul ordonatelor diagramei de presiuni pe suprafața laterală a coloanei se efectuează astfel :

Punctul de rotire al coloanei în teren se află la o adâncime y_0 calculată cu formula (20.19, a). Coeficientul C se ia din tabela 20.11 pentru $R = 100$ t/m² egal cu $C = 30\,000$ t/m³

$$\beta = \frac{mh}{C} = \frac{400 \times 10}{30\,000} = 0,133.$$

$$y_0 = \frac{0,133 \times 3,06 \times 10^2 (3 \times 10 + 13,5) + 6 + 2,40 \times 0,540}{2 \times 0,133 \times 3,06 \times 10 (2 \times 10 + 3 \times 13,5)} = 6,85 \text{ m}$$

$$\sigma_{y \max} = \frac{1,5 H}{Ah} y_0^2.$$

$$A = \frac{\beta b_c h^3 + 18 DW}{2\beta (2h + 3h_1)} = \frac{0,133 \times 3,06 \times 10^3 + 18 \times 2,4 \times 0,540}{2 \times 0,133 (2 \times 10 + 3 \times 13,5)} = 26,25 \text{ m}^3$$

$$\sigma_{y \max} = \frac{1,5 H}{26,25 \times 10} 6,85^2 = 0,268 H \text{ t/m}^2.$$

Pentru $y = \frac{h}{3}$

$$\sigma_y = \frac{6H \times h}{A \times h \times 3} \left(y_0 - \frac{h}{3} \right) = \frac{2H}{A} \left(y_0 - \frac{h}{3} \right) = \frac{2H}{26,25} \left(6,85 - \frac{10}{3} \right) = 0,268 H \text{ t/m}^2.$$

Presiunile limită pe perețele coloanei σ_{y1} și σ_{y2} la adâncimile $y = \frac{h}{3}$ respectiv $y = h$ ($\eta_1 = \eta_2 = 1$) sînt :

$$\sigma_{y1} = \frac{4}{\cos \Phi} \left(\frac{\gamma h}{3} \operatorname{tg} \Phi \right) = \frac{4}{0,866} \left(\frac{1,9 \times 10}{3} \cdot 0,577 \right) = 16,85 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{y2} = \frac{4}{\cos \Phi} (\gamma h \operatorname{tg} \Phi) = 50,55 \text{ t/m}^2.$$

Admițînd condiția ca presiunea efectivă să fie egală cu presiunea limită σ_{y1} se obține :

$$0,268 H = 16,85 \text{ sau } H = \frac{16,85}{0,268} = 62,9 \text{ t.}$$

$$\sigma_{y=h} = \frac{6H}{A} (y_0 - h) = \frac{6 \times 62,9}{26,25} (6,85 - 10) = 45,25 \text{ t/m}^2 < 50,55 \text{ t/m}^2.$$

Calculul ordonatelor diagramei de moment încovoietor se face astfel (fig.20.10) :

La nivelul terenului momentul este :

$$M_{y=0} = H h_1 = 62,9 \times 13,50 = 849 \text{ tm.}$$

Sub nivelul terenului se calculează cu formula (20.22).

Expresia reprezintă o parabolă cubică care se trasează prin puncte

$y = 1 \text{ m;}$	$M = 907 \text{ tm;}$
$y = 2 \text{ m;}$	$M = 941 \text{ tm;}$
$y = 3,0 \text{ m;}$	$M = 932 \text{ tm;}$
$y = \frac{y_0}{2} = 3,5 \text{ m;}$	$M = 906 \text{ tm;}$
$y = 4 \text{ m;}$	$M = 873 \text{ tm;}$
$y = 5 \text{ m;}$	$M = 764 \text{ tm;}$
$y = 6 \text{ m;}$	$M = 615 \text{ tm;}$
$y = y_0 = 7,0 \text{ m;}$	$M = 447 \text{ tm;}$
$y = 8 \text{ m;}$	$M = 286 \text{ tm;}$
$y = 9 \text{ m;}$	$M = 158 \text{ tm;}$
$y = h = 10 \text{ m;}$	$M = 120 \text{ tm;}$
$M_{max} = 941 \text{ tm.}$	

Secțiunea de moment maxim se găsește situată între 2 și 3 m de la nivelul terenului, deci la o adâncime aproximativ egală cu diametrul coloanei.

Pentru preluarea momentului M_{max} , coloana trebuie armată corespunzător.

În cazul examinat, pentru secțiunea de beton aleasă este necesară pentru preluarea lui M_{max} o armare foarte puternică (procent de armare $\mu = 5\%$).

Exemplul 20.5. Să se dimensioneze fundația unui stîlp de LEA de colț, avînd secțiunea $S_1 = 0,1 \text{ m}^2$, asupra căruia acționează o forță de smulgere egală cu $N = 20 \text{ t}$. Condițiile de teren sînt $\Phi = 25^\circ$; $\gamma = 1,7 \text{ t/m}^3$; presiunea admisibilă $\sigma_a = 15 \text{ t/m}^2$.

Greutatea volumetrică a betonului este $\gamma_b = 2,4 \text{ t/m}^3$.

Rezolvare. Calculul suprafeței minime necesare a plăcii de fundare, ținînd seama ca presiunea pe teren pe partea superioară a plăcii să nu întrecă $\sigma = 15 \text{ t/m}^2$, se face alegînd într-o primă ipoteză o adâncime de încastrare de $h = 2 \text{ m}$.

Coeficientul de supraîncărcare, în cazul unui stîlp de colț, se ia egal cu $n = 1,80$.

Neglijînd pentru predimensionarea plăcii de fundare greutatea acelei părți a stîlpului care se găsește sub nivelul pămîntului, se folosește relația (pentru o placă pătrată cu latura a și grosimea $\delta = 0,25$) :

$$a^2(\sigma + \gamma_b \delta) = 20 \times 1,8;$$

$$a^2 = \frac{36}{15 + 2,4 \times 0,25} = 2,31 \text{ m}^2.$$

Se alege

$$a = 1,55 \text{ m}; \quad a^2 = 2,40 \text{ m}^2.$$

Verificarea presiunii pe teren pe partea superioară a plăcii se face după formula (20.30) :

$$\sigma(1,55^2 - 0,10) = 1,8 \times 20 - 2,4 [0,1 \times 2 + 0,25 \times 1,55^2]$$

$$\sigma \times 2,3 = 36 - 1,92 ;$$

$$\sigma = \frac{34,02}{2,3} = 14,8 \text{ t / m}^2 < 15 \text{ t / m}^2.$$

Verificarea adîncimii de încastrare se efectuează cu formula (20.32) :

$$\begin{aligned} N_{lim} &= 1,70 \times 2 \left\{ 1,55^2 - 0,1 + 2 \operatorname{tg} 25^\circ \left[2 \times 1,55 + \frac{4}{3} 2 \times \operatorname{tg} 25^\circ \right] \right\} = \\ &= 3,4 (2,3 + 2 \times 0,466 \times 4,34) = 21,6 \text{ t.} \end{aligned}$$

Întrucît greutatea părții îngropate a stîlpului și a pămîntului situat peste placă este egală cu $G_b = 1,92 \text{ t}$ rezultă :

$nN - G_b = 20 \times 1,80 - 1,92 = 34,06 > 21,6 \text{ t}$; deci condiția $nN - G_b \leq N_{lim}$ nu este îndeplinită. În consecință, adîncimea de încastrare trebuie mărită la $h = 2,60 \text{ m}$. Verificarea noii adîncimi de fundare este următoarea :

$$N_{lim} = 1,7 \times 2,60 \left\{ 1,55^2 - 0,1 + 2,60 \times 0,466 \left[3,10 + \frac{4}{3} 0,466 \times 2,60 \right] \right\}$$

$$N_{lim} = 4,41 (2,30 + 2,60 \times 0,466 \times 4,72) = 35,40 \text{ t}$$

$$nN - G_b = 20 \times 1,8 - (2,6 \times 0,1 + 0,25 \times 3,1) 2,4 = 36 - 2,47 = 33,53 < 35,4.$$

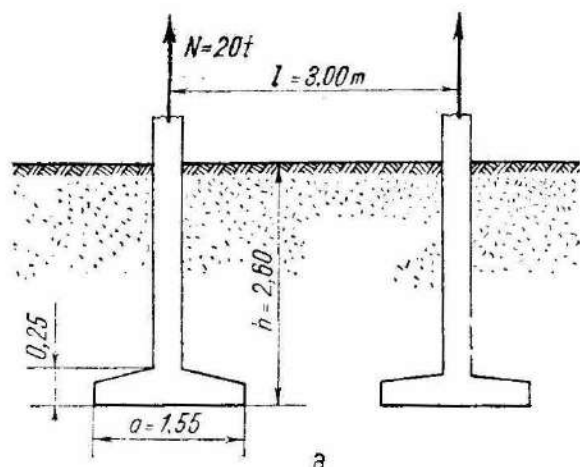


Fig. 20.11a

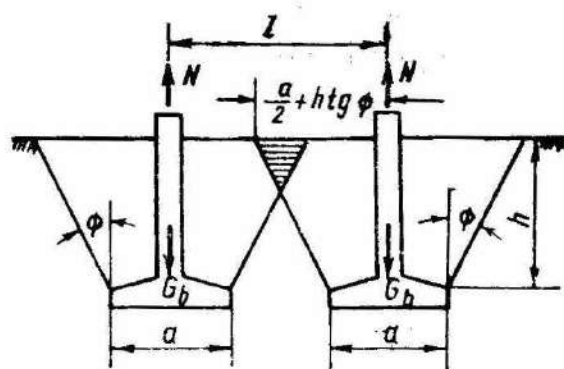


Fig. 20.11b

Ținând seama că fundația stîlpului învecinat supus la aceeași solicitare se găsește la o distanță $l = 3$ m, deci mai aproape decît $a + 2h \operatorname{tg} \Phi = 1,55 + 2 \times 2,60 \times 0,466 = 3,97$ m (fig.20.11, b), N_{lim} astfel calculat trebuie micșorat cu greutatea jumătății volumului prismului de pămînt în care se intersectează cele două obeliscuri, formate datorită smulgerii

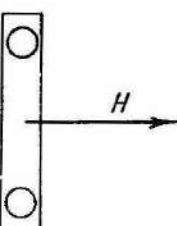
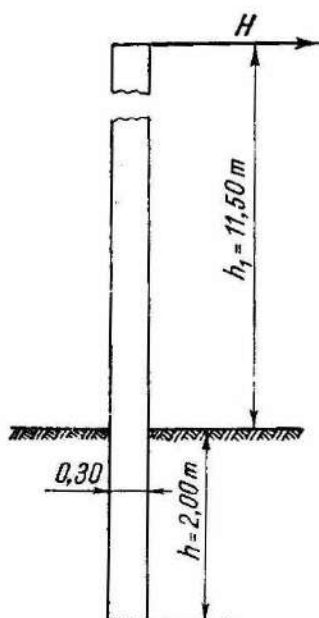


Fig. 20.12

$$\frac{1}{2} \Delta V = \frac{a + 2h \operatorname{tg} \Phi l}{24 \operatorname{tg} \Phi} (4a + l + 2h \operatorname{tg} \Phi)$$

$$\frac{1}{2} \Delta V = \frac{1,55 + 5,20 \times 0,466 - 3}{24 \times 0,466} (6,20 + 3 + 5,20 \times 0,466) = 1,01 \text{ m}^3$$

$$N_{lim} = 35,40 - \frac{1}{2} \times \Delta V \times 1,7 = 33,68$$

$$nN - G_b = 1,8 \times 20 - 2,47 = 33,53 < 33,68.$$

În acest fel adîncimea de fundare de 2,60 m poate fi considerată ca suficientă.

Exemplul 20.6. Un stîlp de linie intermediar în formă de π așa cum se arată în fig. 20.12 este solicitat în caz de avarie de o forță orizontală $H = 0,730t$, care se aplică la o înălțime de 11,5m de la suprafața terenului. Stîlpii au secțiunea circulară cu un diametru $d = 0,30$ m.

Să se determine adîncimea de încastrare necesară pentru a asigura un coeficient desigurăță la răsturnare

de 1,5; admitînd o înclinare limită a stîlpului cu un unghi α , pentru care $\operatorname{tg} \alpha = 2\%$. Caracteristicile terenului sînt: $\gamma = 2 \text{ t/m}^3$; $\Phi = 25^\circ$; $c = 3 \text{ t/m}^2$; $E = 3\,000 \text{ t/m}^2$.

Rezolvare. Se ia în prealabil o adîncime de încastrare egală cu $h = 2 \text{ m}$.

Raportul $h = \frac{h}{d} = \frac{2}{0,3} = 6,66 > 3$; elementul poate fi încadrat, conform definiției date, în grupa de elemente încastrate lungi. Pentru astfel de elemente sînt valabile expresiile (20.32) — (20.35).

Adîncimea t pînă la care se produc deformațiile plastice ale pămîntului este dată prin relația (20.33) unde valorile $m_1 = \gamma \varepsilon^2$ și $m_2 = c (\varepsilon^2 - 1)$, ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 reies din tabelele 20.13 — 20.17 pentru $\bar{h} = \frac{2}{0,30} = 6,66$.

Din tabele, pentru $\Phi = 25^\circ$ și $\bar{h}_1 = \frac{11,50}{0,30} = 38,30$ rezultă :

$$\Phi^2 = 5,20; \psi_1 = 209,61; \psi_2 = 151,68; \psi_3 = 18,07; m_1 = 2 \times 5,2 = 10,4; \\ m_2 = 3 \times 4,2 = 12,6.$$

Înlocuind se obține :

$$t = \frac{0,30 (2 \times 3\,000 \times 151,68 \times 0,02 - 12,60 \times 209,61)}{2 \times 3\,000 \times 18,07 \times 0,02 + 0,30 \times 10,40 \times 209,61 + (2 + 38,30) 12,60} = 1,4 \text{ m}.$$

Din formula (20.34) rezultă :

$$M_t = 1,4 (2,00 - 0,7 \times 1,4) (12,60 + 0,5 \times 1,4 \times 10,40) = 28,4 \text{ tm}.$$

$$H_{lim} = \frac{28,40 + 0,60 [0,30 \times 3\,000 \times 0,02 + (2 + 0,15 - 1,4) (10,4 \times 1,4 + 12,60 - 3\,000 \times 0,02)]}{38,30 + 6,66} = 0,543.$$

Efortul orizontal care revine unui stîlp este egal cu $\frac{H}{2} = \frac{0,730}{2} = 0,365$.

În consecință, coeficientul de siguranță $n_s = \frac{0,544}{0,365} = 1,49 \approx 1,5$.

Deoarece coeficientul n_s este aproximativ egal cu 1,5, adîncimea de încastrare apare suficientă. Dacă n_s ar fi avut o valoare mai mică decît 1,5 se mărea adîncimea de încastrare h și se relua calculul în mod analog.